SSNA302 - Plaque circulaire simplement appuyée soumise à pression

Résumé :

Ce test consiste à appliquer une pression transversale sur une plaque circulaire, simplement appuyée et constituée d'un matériau élastique. Il est destiné à étudier la prise en compte des non linéarités géométriques particulièrement en l'absence de courbure initiale quand la raideur transversale est uniquement due à l'effet de plaque.

La modélisation est faite avec des éléments volumiques de type HEXA20 et PENTA15 et des éléments surfaciques de type QUAD8 et TRIA6 pour l'application de la pression.

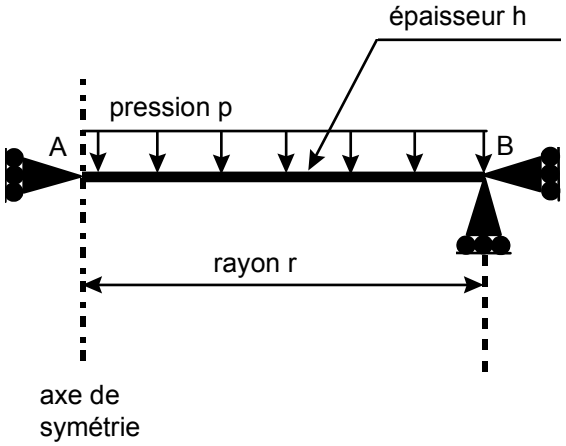
La référence est le logiciel SAMCEF. On présente pour information les résultats issus de la théorie des coques minces.

Sous le mot-clé COMPORTEMENT, l'option GREEN est comparée à l'option PETIT_REAC.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés de matériaux

Matériau élastique isotrope :

$E = 200000\,Mpa$
$\nu = 0.3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Point B : $u_x = 0$
$u_y = 0.$

On applique une pression transversale p sur la plaque : $p = 222.72\,N/mm^2$. Cette pression correspond à une flèche w_0 de $1.5\,mm$.

Rayon $r = 10\,mm$
Épaisseur $h = 1\,mm$

Le problème est axisymétrique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Solution de référence

La référence est le logiciel SAMCEF. On présente, pour information, au paragraphe [§2.2], les résultats théoriques liés à une hypothèse de type coque mince. Puis, sont présentés les résultats obtenus avec SAMCEF selon que l'on choisisse une hypothèse de type coque épaisse ou de type volume. C'est cette dernière qui est prise en considération pour l'évaluation de *Code_Aster*.

2.2 Solution analytique et résultats de référence

La formule suivante donne la flèche w_0 au centre de la plaque :

$$\frac{w_0}{h}+A\left(\frac{w_0}{h}\right)^3=\frac{Bp}{E}\left(\frac{r}{h}\right)^4 \quad \text{avec} \quad A=1.852 \quad \text{et} \quad B=0.696$$

Les contraintes à mi-épaisseur valent :

$$\sigma_{rr} = \alpha_r E\frac{w_0}{r^2}$$
$$\sigma_{\theta\theta} = \alpha_t E\frac{w_0}{r^2}$$

Les contraintes en peau inférieure valent

$$\sigma_{rr}' = \beta_r E\frac{w_0 h}{r^2}$$
$$\sigma_{\theta\theta}' = \beta_t E\frac{w_0 h}{r^2}$$

Les coefficients valent :

Au centre de la plaque :

$$\alpha_r=\alpha_t=0.905$$
$$\beta_r=\beta_t=1.778$$

Au bord de la plaque :

$$\alpha_r=0.610$$
$$\alpha_t=0.183$$
$$\beta_r=0$$
$$\beta_t=0.755$$

Pour une pression de $222.72\,MPa$, la flèche w_0 vaut $1.5\,mm$ et on obtient les contraintes suivantes :

Position	$\sigma_{rr}\ (MPa)$	$\sigma_{\theta\theta}\ (MPa)$	$\sigma_{rr}'\ (MPa)$	$\sigma_{\theta\theta}'\ (MPa)$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	4072.5	4072.5	5334.0	5334.0
Centre				

Ces résultats correspondent à une hypothèse de coque mince.

Le tableau suivant montre les résultats obtenus par SAMCEF pour une modélisation de type coque épaisse et de type volume.

Identification	Coque épaisse	Volume
Flèche $w0\ \ (mm)$	–1.43041 E–3	–1.441838 E–3
SIXX (MPa) centre, mi–épaisseur	3899.88	3850.88
SIYY (MPa) centre, mi–épaisseur	3899.53	3850.91
SIXX (MPa) centre, peau inf	8085.81	8133.60
SIYY (MPa) centre, peau inf	8083.32	8133.65
SIXX (MPa) $r=R/2$, mi–épaisseur	3596.91	3512.79
SIYY (MPa) $r=R/2$, mi–épaisseur	3056.37	2947.55
SIXX (MPa) $r=R/2$, peau inf	7798.18	7815.73
SIYY (MPa) $r=R/2$, peau inf	7264.69	7307.04

Les valeurs des contraintes sont des valeurs par élément extrapolées aux noeuds.

Les résultats obtenus avec SAMCEF sont proches l'un de l'autre.

Les écarts de résultats entre la théorie coque mince et le calcul élément fini utilisant l'hypothèse coque épaisse sont importants.

On choisit de prendre comme référence le calcul volumique obtenu par SAMCEF.

2.3 Références bibliographiques

1) Theory of Plates and Shells, Timoshenko S.P.,2nd edition, p 412

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation A

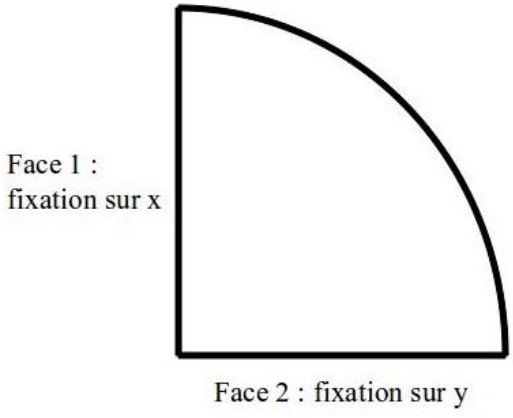


Figure 3.1-3.1-a

On ne modélise qu'un quart de plaque. On introduit des conditions de symétrie sur les deux faces montrées ci-dessus.

De plus on fixe suivant x, y, z tous les nœuds du bord situés à mi épaisseur.

Afin de représenter le plus fidèlement les hypothèses de coque mince, on introduit des contraintes linéaires sur les degrés de liberté des nœuds du bord. Celles ci s'écrivent :

pour deux nœuds i et j situés de part et d'autre du feuillet moyen :

$$u_i + u_j = 0$$
$$v_i + v_j = 0$$

où u et v désignent les déplacements suivant les axes x et y.

La syntaxe utilisée dans le jeu de données de *Code_Aster* est la suivante :

```
LIAISON_DDL ( NOEUD : N_i  N_j ) , DDL : ( 'DX', 'DX' ) , COEF_MULT : ( 1 , 1 ) , COEF_IMPO : 0
```

On applique linéairement la pression en utilisant 6 incréments.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2091
Nombre de mailles et types : 368 HEXA20, 28 PENTA15
92 QUAD8, 7 TRIA6

3.3 Valeurs testées

Identification	Référence

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Flèche $w0$ (mm)		–1.441838E–3
SIXX (MPa)	centre, mi–épaisseur	3850.9
SIYY (MPa)	centre, mi–épaisseur	3850.9
SIXX (MPa)	centre, peau inf	8133.6
SIYY (MPa)	centre, peau inf	8133.6
SIXX (MPa)	$r=R/2$, mi–épaisseur	3512.8
SIYY (MPa)	$r=R/2$, mi–épaisseur	2947.5
SIXX (MPa)	$r=R/2$, peau inf	7815.7
SIYY (MPa)	$r=R/2$, peau inf	7307.0

3.4 Remarques

On obtient la même précision sur les résultats en utilisant un seul incrément de chargement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation B

Idem modélisation A, mais en traitant les non linéarités géométriques par le mot-clé COMPORTEMENT option PETIT_REAC.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2091
Nombre de mailles et types : 368 HEXA20, 28 PENTA15
92 QUAD8, 7 TRIA6

4.3 Valeurs testées

Identification	Référence	*Aster*	% différence
Flèche $w0$ (mm)	–1.441838E–3	–1.3692E–3	–5.036
SIXX (MPa) centre, mi–épaisseur	3850.9	4219.3	9.568
SIYY (MPa) centre, mi–épaisseur	3850.9	4219.4	9.569
SIXX (MPa) centre, peau inf	8133.6	7950.5	–2.251
SIYY (MPa) centre, peau inf	8133.6	7950.5	–2.252
SIXX (MPa) $r=R/2$, mi–épaisseur	3512.8	3838.4	9.268
SIYY (MPa) $r=R/2$, mi–épaisseur	2947.5	3314.2	12.440
SIXX (MPa) $r=R/2$, peau inf	7815.7	7593.9	–2.839
SIYY (MPa) $r=R/2$, peau inf	7307.0	7123.7	–2.509

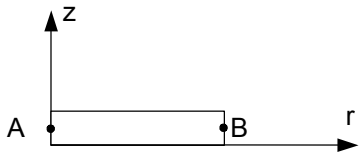
4.4 Remarques

On note un écart important entre la solution de référence et la solution fournie par *Code_Aster*. On vérifie que cet écart tend vers 0 lorsque l'on augmente le nombre d'incréments.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation C



- modélisation axisymétrique
- conditions aux limites :

$$B : \quad DX=0 \qquad DY=0$$

Comme pour la modélisation A (3D), des contraintes linéaires sont introduites pour mieux représenter une cinématique de coque. Elles portent sur les nœuds du bord extérieur du disque. Si i et j désignent 2 nœuds de part et d'autre du feuillet moyen, elles s'écrivent :

$u_i+u_j=0$ où u désigne le déplacement radial

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 149
Nombre de mailles et types : 40 QUAD8, 10 SEG3

5.3 Valeurs testées

Identification	Référence
Flèche $w0$ (mm)	–1.430
SIXX (MPa) centre, mi–épaisseur	3900
SIZZ (MPa) centre, mi–épaisseur	3900

5.4 Remarques

En l'absence d'un calcul de référence axisymétrique SAMCEF, on se fonde sur le calcul en coque épaisse (toujours SAMCEF) et on ne compare que la flèche et les contraintes au centre à mi-épaisseur.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèse des résultats

Les performances en temps calcul et précision des résultats sont satisfaisantes en utilisant le mot-clé COMPORTEMENT option GREEN. Par contre, le traitement des non linéarités géométriques par le mot-clé COMPORTEMENT option PETIT_REAC fournit des résultats assez éloignés de la solution de référence en adoptant une discrétisation en 6 pas de temps qui conduit à des coûts en temps calcul déjà importants.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)