SSNA116 - Essai triaxial avec le modèle de Hoek-Brown modifié en axisymétrique

Résumé

Ce test permet de valider la loi de comportement élasto-plastique de Hoek-Brown modifiée en mécanique des roches. Il s'agit d'un essai triaxial pour lequel les calculs sont effectués uniquement sur la partie solide du sol en mécanique pure.

Deux niveaux de confinement sont appliqués : $5\,MPa$ et $12\,MPa$. Les paramètres ϕ^{end}, ϕ^{rup} et ϕ^{res} sont pris égaux (ce qui revient à une déformation plastique volumique constante) : on peut dans ce cas calculer une solution analytique au problème et ainsi comparer les résultats obtenus avec *Code_Aster* à cette solution de référence.

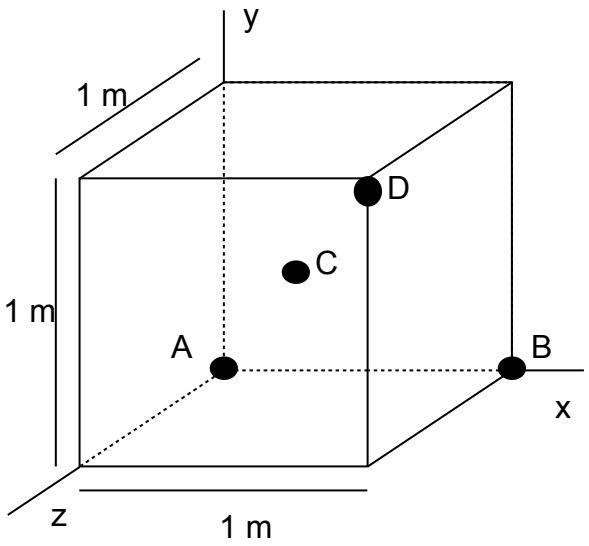
Pour des raisons de symétrie, on ne s'intéresse qu'au huitième d'un échantillon soumis à un essai triaxial. La modélisation est axisymétrique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère ici un cube de dimension $1\mathrm{m}\times1\mathrm{m}\times1\mathrm{m}$.



Coordonnées des points (en m) :

	A	B	C	D
x	0	1	0.5	1
y	0	0	0.5	1
z	0	0	0.5	1

1.2 Propriétés du matériau

Paramètres de la loi de comportement élastique :

$E=4500\,MPa$
$\nu=0.3$

Paramètres de la loi de Hoek-Brown modifiée :

$\gamma^{rup}=0.005$
$\gamma^{res}=0.017$
$(S\sigma_c^2)^{end}=225\,MPa^2$
$(S\sigma_c^2)^{rup}=482.5675\,MPa^2$
$(m\sigma_c)^{end}=13.5\,MPa$
$(m\sigma_c)^{rup}=83.75\,MPa$
$\beta=3\,MPa$
$\phi^{end}=15°$
$\phi^{rup}=15°$
$\phi^{res}=15°$
$\alpha=3.3$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.3 Conditions initiales, aux limites et chargement

Le test se décompose en deux phases :

1) Dans un premier temps, on amène l'échantillon à un état homogène $\sigma_{xx}^0 = \sigma_{yy}^0 = \sigma_{zz}^0$. Pour cela, la pression de confinement correspondante est imposée sur les faces avant ($z=1$), latérale droite ($x=1$) et supérieure ($y=1$), tandis que les déplacements sont pris nuls sur les faces arrière ($u_z|_{z=0} = 0$), latérale gauche ($u_x|_{x=0} = 0$) et inférieure ($u_y|_{y=0} = 0$).
2) Une fois l'état homogène obtenu, les déplacements sont maintenus bloqués sur les faces arrière, latérale gauche et inférieure et la pression de confinement est toujours imposée sur les faces avant et latérale droite. Un déplacement est imposé sur la face supérieure ($u_y(t)$) de façon à obtenir une déformation ε_{yy} égale à –25% à partir du début de la deuxième phase, par incréments de déformation constants $\Delta\varepsilon_{yy} = -2.5E-4$.

2 Solution de référence

2.1 Calcul de la solution de référence

On se place ici dans le cas d'un essai triaxial pour lequel les contraintes de confinement sont appliquées dans les directions x et z et pour lequel la direction de déformation imposée est la direction y. On suppose de plus que le paramètre η est indépendant du paramètre d'écrouissage γ, c'est-à-dire $\Phi^{end} = \Phi^{rup} = \Phi^{res}$: il est alors possible de calculer une solution analytique au problème. Le critère de plasticité et d'écoulement s'écrivent :

$$(\sigma_3 - \sigma_1) - \sqrt{S\sigma_c^2(\gamma) - m\sigma_c(\gamma)\sigma_3} - b(\gamma)\left(1 - \frac{\sigma_3}{\sigma_3^{b-d}}\right) = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_1^p = \dot{\lambda}(\eta - 1) = \frac{\eta - 1}{\eta + 1}\dot{\gamma}$$

$$\dot{\varepsilon}_3^p = \dot{\varepsilon}_2^p = \dot{\lambda}(\eta + \frac{1}{2}) = \frac{2\eta + 1}{2(\eta + 1)}\dot{\gamma}$$

$$\dot{\varepsilon}_v^p = 3\eta\dot{\lambda} = \frac{3\eta}{\eta + 1}\dot{\gamma}$$

On considère une situation de chargement croissante pour laquelle les équations précédentes peuvent s'écrire de façon non incrémentale :

$$\varepsilon_1^p = \frac{\eta - 1}{\eta + 1}\gamma, \quad \varepsilon_3^p = \varepsilon_2^p = \frac{2\eta + 1}{2(\eta + 1)}\gamma, \quad \varepsilon_v^p = \frac{3\eta}{\eta + 1}\gamma$$

Les relations d'élasticité donnent :

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_1^p = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \sigma_1^0) - \frac{2\nu}{E}(\sigma_3 - \sigma_3^0)$$

$$\varepsilon_3 - \varepsilon_3^p = \frac{1 - \nu}{E}(\sigma_3 - \sigma_3^0) - \frac{\nu}{E}(\sigma_1 - \sigma_1^0)$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

c'est-à-dire :

$$\varepsilon_1 - \frac{\eta - 1}{\eta + 1}\gamma = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \sigma_1^0) - \frac{2\nu}{E}(\sigma_3 - \sigma_3^0)$$

$$\varepsilon_3 - \frac{2\eta + 1}{2(\eta + 1)}\gamma = \frac{1 - \nu}{E}(\sigma_3 - \sigma_3^0) - \frac{\nu}{E}(\sigma_1 - \sigma_1^0)$$

avec σ_3^0 et σ_1^0 les valeurs de σ_1 et σ_3 au début du chargement. Il reste donc à calculer σ_1 en fonction de γ en utilisant le critère de plasticité pour obtenir γ, σ_1 et ε_3.

1er cas : $\gamma \leq \gamma^{rup}$

En notant $S\sigma_c^2(\gamma) = A_1 + \gamma A_2$ et $m\sigma_c(\gamma) = B_1 + \gamma B_2$ où A_1, A_2, B_1 et B_2 sont donnés dans la documentation de référence de la loi de comportement, γ est solution du polynôme de degré 2 :

$$\left(\frac{\eta - 1}{\eta + 1}\right)^2 \gamma^2 - \left(2\varepsilon_1\left(\frac{\eta - 1}{\eta + 1}\right) + \frac{A_2 - \sigma_3 B_2}{E^2}\right)\gamma + \varepsilon_1^2 - \frac{A_1 - \sigma_3 B_1}{E^2} = 0,$$

avec γ dans l'intervalle $[0, \gamma^{rup}]$.

2ème cas : $\gamma^{rup} \leq \gamma \leq \gamma^{res}$

En reprenant les notations de la documentation de référence de la loi de Hoek-Brown modifiée pour a, d, c et σ_3^{b-d}, γ est solution du polynôme de degré 2 :

$$\frac{a}{E}\left(1 - \frac{\sigma_3}{\sigma_3^{b-d}}\right)\gamma^2 + \left(-\left(\frac{\eta - 1}{\eta + 1}\right) + \frac{d}{E}\left(1 - \frac{\sigma_3}{\sigma_3^{b-d}}\right)\right)\gamma + \varepsilon_1 + \frac{\sqrt{(S\sigma_c^2)^{rup} - \sigma_3 (m\sigma_c)^{rup}}}{E} + \frac{c}{E}\left(1 - \frac{\sigma_3}{\sigma_3^{b-d}}\right) = 0$$

avec γ dans l'intervalle $\left[\gamma^{rup}, \gamma^{res}\right]$

3ème cas : $\gamma^{res} \leq \gamma$

Dans ce cas, σ_1 est constant :

$$\sigma_1 = \sigma_3 - \sqrt{(S\sigma_c^2)^{res} - \sigma_3 (m\sigma_c)^{res}} - b^{res}\left(1 - \frac{\sigma_3}{\sigma_3^{b-d}}\right)$$

et $\gamma = \frac{\sigma_1 - \sigma_1^0}{E} - \varepsilon_1$.

2.2 Résultats de référence

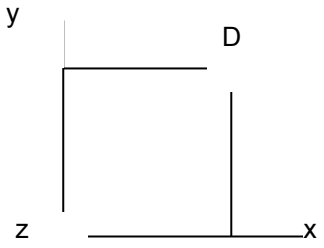
Contraintes $\sigma_{xx}(\sigma_3)$, $\sigma_{yy}(\sigma_1)$ et $\sigma_{zz}(\sigma_3)$ au point D.
Déplacements $\varepsilon_{xx}(\varepsilon_3)$ et $\varepsilon_{yy}(\varepsilon_1)$ au point D.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation $2D$ axisymétrique



Découpage : $1\mathrm{m}$ en hauteur, $1\mathrm{m}$ en largeur
Chargement de la phase 1 : $\sigma^0_{xx}=\sigma^0_{yy}=\sigma^0_{zz}=-5\,MPa$ (pression de confinement)
Conditions aux limites : $u_x\big|_{x=0}=u_y\big|_{y=0}=u_z\big|_{z=0}=0$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4
Nombre de mailles et types : 1 QUAD4 et 4 SEG2

3.3 Grandeurs testées et résultats

Localisation	Numéro d'ordre	Contrainte (MPa)	Solution de référence
Point D	12	σ_{xx}	-5
	70	σ_{xx}	-5
	12	σ_{zz}	-5
	70	σ_{zz}	-5
	12	σ_{yy}	-18.50
	16	σ_{yy}	-22.5675778
	32	σ_{yy}	-30.8797526
	41	σ_{yy}	-34.9342281
	42	σ_{yy}	-32.9136722
	46	σ_{yy}	-26.8215156
	52	σ_{yy}	-22.7560224
	70	σ_{yy}	-20.721512

Localisation	Numéro d'ordre	Déformation	Solution de référence
Point D	12	ε_{xx}	0.9 E-3
	16	ε_{xx}	1.24644 E-3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

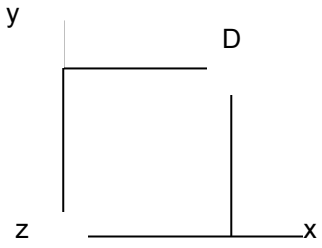
32	ε_{xx}	3.48682 E-3
41	ε_{xx}	4.81373 E-3
42	ε_{xx}	5.22653 E-3
46	ε_{xx}	6.66403 E-3
52	ε_{xx}	8.27551 E-3
70	ε_{xx}	12.01865 E-3
12	ε_{yy}	-0.003
70	ε_{yy}	-0.0175

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation $2D$ axisymétrique



Découpage : $1\mathrm{m}$ en hauteur, $1\mathrm{m}$ en largeur
Chargement de la phase 1 : $\sigma_{xx}^0 = \sigma_{yy}^0 = \sigma_{zz}^0 = -12\ \mathrm{MPa}$ (pression de confinement)
Conditions aux limites : $u_x\big|_{x=0} = u_y\big|_{y=0} = u_z\big|_{z=0} = 0$

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4
Nombre de mailles et types : 1 QUAD4 et 4 SEG2

4.3 Grandeurs testées et résultats

Localisation	Numéro d'ordre	Contrainte (MPa)	Solution de référence
Point D	16	σ_{xx}	-12
	80	σ_{xx}	-12
	16	σ_{zz}	-12
	80	σ_{zz}	-12
	16	σ_{yy}	-30
	20	σ_{yy}	-33.4287301
	36	σ_{yy}	-43.5095082
	49	σ_{yy}	-50.4230084
	52	σ_{yy}	-48.4775526
	56	σ_{yy}	-46.4935733
	60	σ_{yy}	-45.0479008
	70	σ_{yy}	-43.1174944
	80	σ_{yy}	-42.8023313

Localisation	Numéro	Déformation	Solution de référence

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	d'ordre		
Point D	16	ε_{xx}	1.2 E-3
	20	ε_{xx}	1.61504 E-3
	36	ε_{xx}	3.66549 E-3
	49	ε_{xx}	5.46863 E-3
	52	ε_{xx}	6.265 E-3
	56	ε_{xx}	7.26131 E-3
	60	ε_{xx}	8.19982 E-3
	70	ε_{xx}	10.36527 E-3
	80	ε_{xx}	12.35726E-3
	16	ε_{yy}	-0.004
	80	ε_{yy}	-0.02

5 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus permettent de valider le modèle de Hoek-Brown modifié intégré dans *Code_Aster* dans le cas particulier d'une déformation plastique volumique constante.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)