SSNA115 – Arrachement d'une armature rigide avec des éléments cohésifs

Résumé :

Ce cas test a pour objet l'étude numérique de l'arrachement d'une armature rigide encastrée dans un cylindre creux. La décohésion est décrite avec trois modèles cohésifs. :

Modélisation A : à partir d'éléments à discontinuité interne avec une loi cohésive CZM_EXP (voir documentation [R7.02.14]) en utilisant la modélisation AXIS_ELDI.

Modélisation B : à partir d'éléments de joint avec la loi cohésive CZM_LIN_REG (voir documentation [R7.02.11]) en utilisant la modélisation AXIS_JOINT.

Modélisation C : à partir d'éléments d'interface avec la loi cohésive CZM_TAC_MIX (voir documentation [R7.02.11]) en utilisant la modélisation AXIS_INTERFACE_S.

Pour valider les résultats nous nous appuierons sur la solution analytique développée dans [bib3]. Le lecteur intéressé pourra également s'y reporter pour une étude plus approfondie de ce cas test.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie et chargement

Soit un cylindre creux de longueur L, de rayon intérieur R_f et de rayon extérieur R. Soit une armature rigide de section circulaire de rayon R_f encastrée en son centre. On note Γ_i et Γ_e les surfaces intérieure et extérieure du cylindre creux (voir [Figure 1.1-a]). Le chargement consiste à appliquer, sur l'armature rigide, un déplacement $U^i e_z$ ($U^i>0$) ainsi qu'un déplacement nul sur le bord extérieur Γ_e.

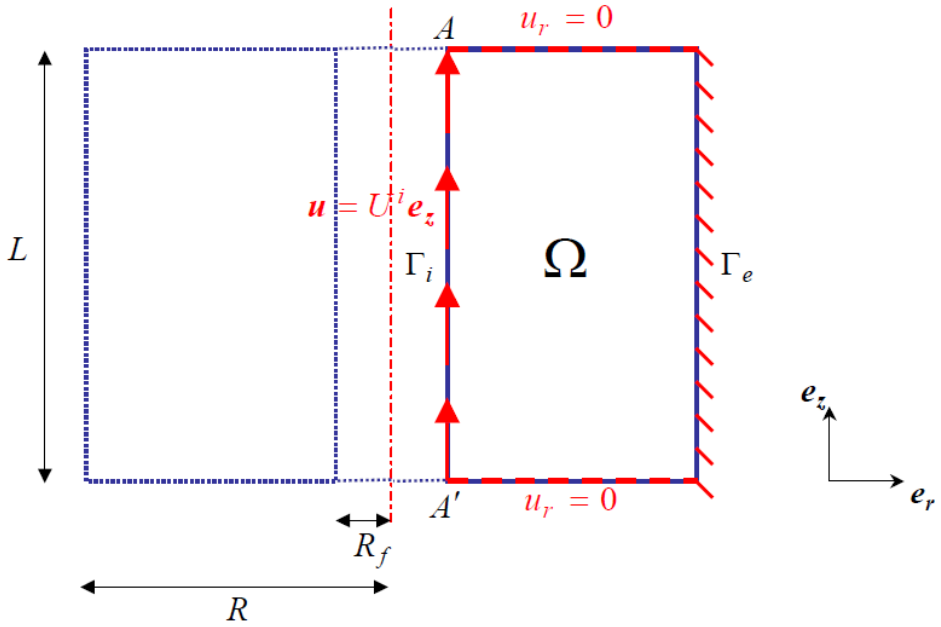


Figure 1.1-a : Schéma du domaine et chargement

On fait l'hypothèse d'une solution axisymétrique ce qui nous permet de restreindre notre étude a un domaine 2D rectangulaire Ω. Les dimensions du domaine sont les suivantes : $R_f = 0.5\,\text{mm}$, $R = 5.5\,\text{mm}$, $L = 10\,\text{mm}$. Le chargement sur l'armature rigide sera pris en compte en appliquant le déplacement imposé $U^i \boldsymbol{e_z}$ sur tout le côté Γ_i du domaine $2D$ ainsi qu'un déplacement nul sur le côté Γ_e pour prendre en compte l'encastrement du cylindre. Enfin on impose un déplacement radial nul sur les faces inférieure et supérieure du domaine afin d'éviter une singularité liée à un changement de condition aux limites aux points A et A' (voir [Figure 1.1-a]). Ces conditions aux limites vont conduire à une solution anti-plane (indépendante de z) ce qui permet d'obtenir plus simplement une solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

La solution de référence est une solution analytique tirée de [bib3], elle-même inspirée d'une étude unidimensionnelle proposée dans [bib1] et d'une manière plus générale s'appuyant sur l'approche énergétique de la rupture proposée par G. A. Francfort et J. J. Marigo [bib2]. Nous ne rentrerons pas dans les détails du calcul de cette solution, nous présenterons juste la valeur analytique de la réponse globale de la structure. Le déplacement imposé U en fonction de la force correspondante F vaut :

$$U(F)=\frac{Fl}{2\pi R_f L\mu}+sign(F)\psi'^{-1}(\frac{|F|}{2\pi R_f L}) \qquad \text{éq 2-1}$$

où μ désigne le coefficient de Lamé ($\mu = E/2$ ici), ψ la densité d'énergie de fissuration et où $l=R_f \ln(R/R_f)$ est une longueur caractéristique de la structure décisive pour l'évolution brutale ou progressive de la décohésion.

L'inverse de la dérivée de la densité d'énergie surface prend les valeurs suivantes selon qu'on adopte la loi cohésive CZM_EXP (i.e. les éléments à discontinuité), la loi CZM_LIN_REG (i.e. les éléments de joint) ou la loi CZM_TAC_MIX (i.e. les éléments d'interface). (voir documentations [R7.02.14] et [R7.02.11]).

CZM_EXP : $\psi'^{-1}(x)=-\frac{G_c}{\sigma_c}\ln(\frac{x}{\sigma_c})$

CZM_LIN_REG ou CZM_TAC_MIX : $\psi'^{-1}(x)=2\frac{G_c}{\sigma_c}(1-\frac{x}{\sigma_c})$

2.1 Références bibliographiques

1) CHARLOTTE M., FRANCFORT G.A., MARIGO J. J. and TRUSKINOVSKY L. : Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem : comparison of Griffith and Barenblatt surface energy models. Proceedings of the Symposium on "Continuous Damage and Fracture" The data science library, Elsevier, edited by A. BENALLAL, Paris , pp. 7-18, (2000).

2) FRANCFORT G. A. and MARIGO J. J. : Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem. J. Mech. Phys. Solids, 46 (8), pp. 1319-1342 (1998).

3) LAVERNE J. : Formulation énergétique de la rupture par des modèles de forces cohésives : considérations théorique et implantations numériques, Thèse de Doctorat de l'Université Paris 13, Novembre 2004.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

La simulation s'effectue en axisymétrique. Les éléments à discontinuité interne permettent de représenter la fissure le long de Γ_i. Ces derniers ont pour modélisation AXIS_ELDI et un comportement cohésif CZM_EXP. Les autres éléments du maillage sont des QUAD4 avec un comportement élastique ELAS en modélisation AXIS.

3.2 Paramètres matériau

Les valeurs du module d'Young, du coefficient de Poisson, de la contrainte critique et de la ténacité du matériau sont prises de la façon suivante :

$$E = 1.5 \text{ MPa} \ , \ \nu = 0 \ , \ \sigma_c = 1.1 \text{ Mpa} \ , \ G_c = 0.9 \text{ N.mm}^{-1}$$

(NB : ce sont des valeurs « tests » qui ne correspondent à aucun matériau en particulier.)

3.3 Caractéristiques du maillage

On effectue un maillage structuré en quadrangles du domaine Ω avec 76 mailles dans la hauteur et 28 mailles dans la direction radiale. On dispose une couche d'éléments à discontinuité interne le long de Γ_i à l'aide de la commande CREA_MAILLAGE et du mot clé CREA_FISS (voir documentation [U4.23.02]). L'orientation des éléments à discontinuité est effectuée de telle sorte que la direction normale soit dirigée suivant $-\boldsymbol{e}_r$ (la direction tangentielle est donc suivant $-\boldsymbol{e}_z$). Le reste du domaine est divisé en mailles linéaires $QUAD4$ (voir [Figure 3.2-a]).

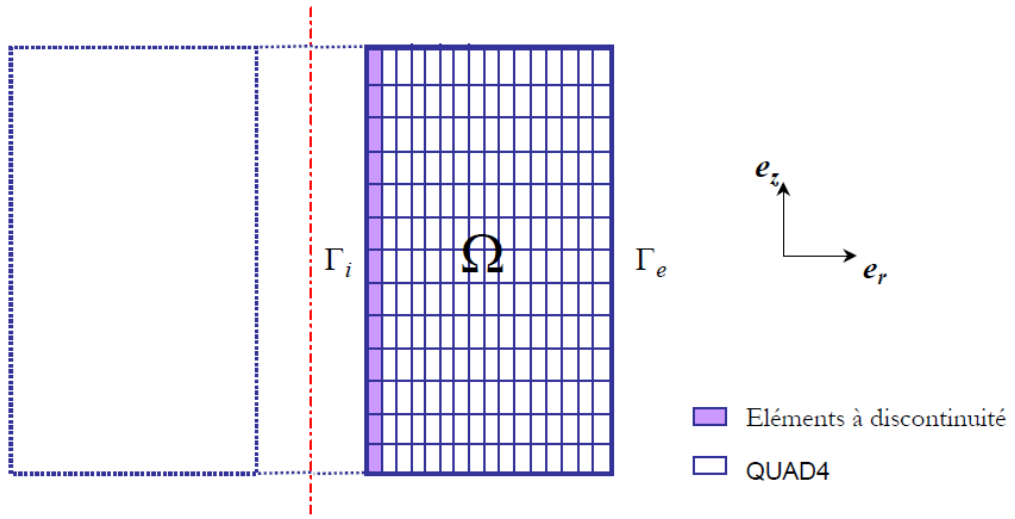


Figure 3.2-a : Maillage du domaine

3.4 Grandeurs testées et résultats

La contrainte tangentielle σ_t le long de la fissure (i.e. dans les éléments à discontinuité) correspond à l'opposé de la force F divisée par la surface de décohésion : $2\pi R_f L$. De plus en s'appuyant sur la forme de la densité d'énergie de surface Ψ définie dans [R7.02.12] et d'après [éq 2-1] on déduit la relation suivante :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$U(\sigma_t) = -\frac{l\,\sigma_t}{\mu} + sign(\sigma_t)\frac{G_c}{\sigma_c}\ln\left(\frac{|\sigma_t|}{\sigma_c}\right) \qquad \text{éq 3.4-1}$$

Cette dernière va nous permettre d'effectuer des tests résumés dans le tableau ci-dessous.

Grandeur testée	Théorie	*Code_Aster*	Différence (%)
Contrainte tangentielle : VI7 *PG1* de la maille *MJ38* Instant : 6.00070E+00	7.69747E-01	7.6974726277784E-01	3.41E-05
Contrainte tangentielle : VI7 *PG1* de la maille *MJ38* Instant : 1.20004E+01	4.34935E-01	4.3493490987033E-01	-2.07E-05
Contrainte tangentielle : VI7 *PG1* de la maille *MJ38* Instant : 1.93334E+01	1.28483E-01	1.2848319446210E-01	1.51E-04
Déplacement DY Nœud *N5* Instant : 1.20004E+01	1.57674E+00	1.5767415306566E+00	9.71E-05

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

La simulation s'effectue en axisymétrique. Les éléments d'interface permettent de représenter la fissure le long de Γ_i. Ces derniers ont pour modélisation AXIS_JOINT et un comportement cohésif CZM_LIN_REG. Les autres éléments du maillage sont des QUAD4 avec un comportement élastique ELAS en modélisation AXIS.

4.2 Paramètres Matériau

Les valeurs du module d'Young, du coefficient de Poisson, de la contrainte critique et de la ténacité du matériau sont prises de la façon suivante :

$$E = 100 \text{ MPa} \text{ , } \nu = 0 \text{ , } \sigma_c = 3 \text{Mpa} \text{ , } G_c = 0.9 \text{ N.mm}^{-1}$$

Par ailleurs, le paramètre de régularisation de la loi cohésive est pris égal à PENA_ADHERENCE = 0.00001. (NB : ce sont des valeurs « tests » qui ne correspondent à aucun matériau en particulier.)

4.3 Caractéristiques du maillage

Le maillage est identique au précédent à la différence que la couche d'éléments cohésifs est composée d'éléments avec une épaisseur faible, orientés avec la commande ORIE_FISSURE.

4.4 Grandeurs testées et résultats

Pour tester la solution numérique, on utilise l'équation [éq 2-1]. On note F^R la résultante de la force le long de Γ_i multipliée par 2π .

Grandeur testée	Théorie	*Code_Aster*	Différence (%)
U^i à l'instant : 3	2.298338E-01	2.2983379490657E-01	-2.22E-06
F^R à l'instant : 3	1.049985E+01	1.0499850000001E+01	1.05E-11
U^i à l'instant : 6	3.884798E-01	3.8847977822122E-01	-5.61E-06
F^R à l'instant : 6	5.99982E+00	5.9998200000014E+00	2.27E-11
U^i à l'instant : 8	5.2809E-01	5.2809010497189E-01	1.99E-05
F^R à l'instant : 8	2.03974E+00	2.0397408000020E+00	3.92E-05

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

La simulation s'effectue en axisymétrique. Les éléments d'interface permettent de représenter la fissure le long de Γ_i. Ces derniers ont pour modélisation AXIS_INTERFACE_S et un comportement cohésif CZM_TAC_MIX. Les autres éléments du maillage sont des QUAD8 avec un comportement élastique ELAS en modélisation AXIS.

5.2 Paramètres Matériau

Les valeurs du module d'Young, du coefficient de Poisson, de la contrainte critique et de la ténacité du matériau sont prises de la façon suivante :

$$E = 100 \text{ MPa} \text{ , } \nu = 0 \text{ , } \sigma_c = 3 \text{Mpa} \text{ , } G_c = 0.9 \text{ N.mm}^{-1}$$

Par ailleurs, le paramètre de pénalisation du lagrangien est pris égal à PENA_LAGR =1000.
(NB : ce sont des valeurs « tests » qui ne correspondent à aucun matériau en particulier.)

5.3 Caractéristiques du maillage

Le maillage est identique à la modélisation A à deux différences près : toutes les mailles sont quadratiques (QUAD8) et la couche d'éléments cohésifs est composée d'éléments avec une épaisseur faible, orientés avec la commande ORIE_FISSURE.

5.4 Grandeurs testées et résultats

Pour tester la solution numérique, on utilise l'équation [éq 2-1]. On note F^R la résultante de la force le long de Γ_i multipliée par 2π .

Grandeur testée	Théorie	*Code_Aster*	Différence (%)
U^i à l'instant : 3	1.576931E-01	1.5769307873679E-01	-1.35E-05
F^R à l'instant : 3	1.25499E+01	1.2549900398014E+01	3.17E-06
U^i à l' instant : 6	2.656474E-01	2.6564739519277E-01	-1.81E-06
F^R à l'instant : 6	9.486833E+00	9.4868329805100E+00	-2.05E-07
U^i à l'instant : 8	3.63577E-01	3.6357700583331D-01	1.60E-06
F^R à l'instant : 8	6.7082E+00	6.7082039325061D+00	5.86E-05

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèse des résultats

On constate que les trois types d'éléments permettent une bonne prédiction de la décohésion. En effet cette dernière se développe de façon identique sur toute la hauteur du cylindre. De plus, les résultats numériques sont très proches de la solution analytique. Par ailleurs, les modèles proposés permettent de reproduire correctement l'évolution brutale (cas de la modélisation A) ou progressive (cas des modélisations B et C) de la fissuration en fonction des longueurs caractéristiques de la structure et du materiau. Le lecteur intéressé pourra se reporter à [bib3] pour plus de détails.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)