SDNS107 – Réponse transitoire d'une dalle en béton armé : modèle avec GRILLE_EXCENTRE

Résumé :

Ce test valide en dynamique linéaire transitoire la modélisation de plaque carrée en béton armé utilisant pour le béton un modèle de plaque DKT et pour les armatures les éléments de grille-membrane GRILLE_EXCENTRE. On vérifie les fréquences des modes propres, les réponses temporelles en déplacement, les réactions, et l'énergie cinétique, pour un chargement sinusoïdal.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

La géométrie utilisée dans ce cas test est une plaque en béton armée d'épaisseur $e=0.1\,\mathrm{m}$ et de longueur $l=1\,\mathrm{m}$.

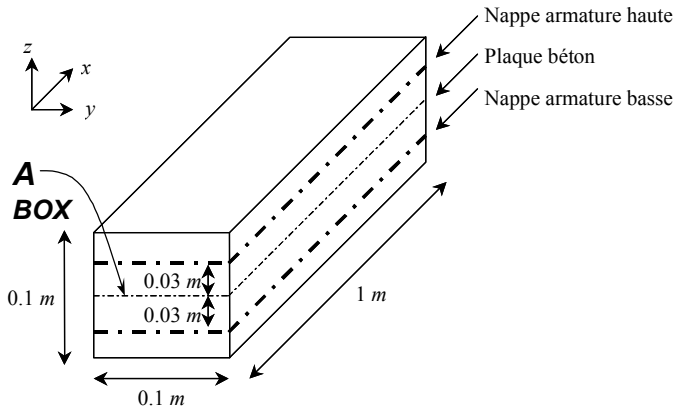


Figure 1.1-a : Géométrie étudiée

Les caractéristiques des nappes d'acier de la plaque en béton armée sont :

- Nappe supérieure: section par mètre linéaire $=0.05\,m^2/ml$; excentrement par rapport au feuillet moyen : $+0.03\,m$,
- Nappe inférieure : section par mètre linéaire $=0.05\,m^2/ml$; excentrement par rapport au feuillet moyen : $-0.03\,m$.

1.2 Propriétés des matériaux

Les caractéristiques matériau pour la modélisation multicouche béton avec armatures en acier (DKT et GRILLE_EXCENTRE) sont résumées dans le tableau qui suit.

Modélisation	Module d'Young N/m^2	Coefficient de Poisson	Densité kg/m^3
Béton (plaque DKT)	1. 10^{10}	0.0	2500
Acier (GRILLE_EXCENTRE)	1. 10^{11}	0.0	7800

1.3 Conditions aux limites et chargements

Sur le côté A ($B0X$) de la plaque on encastre les déplacements $u_x=u_y=u_z=0$, aussi bien que les rotations $\theta_x=\theta_y=\theta_z=0$. Lors du calcul modale, le déplacement $u_y=0$ est bloqué partout sur la plaque. Une force linéique est appliquée sur le côté $B1X$ (côté opposé à $B0X$) dans la direction $(0.0,0.0,1,0)$ et dépend vaut $F_0=10^6\,N$.

Dans le cas du calcul dynamique, une force linéique de forme sinusoïdale est appliquée sur le côté $B1X$ dans la direction $(0.0,0.0,1.0)$. La fréquence de la sinusoïdale est de $20\,Hz$. La durée de la sollicitation est de $0,1\,s$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.4 Conditions initiales

À l'état initial, les déplacements et les vitesses valent zéro partout.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Il est possible de calculer les fréquences propres du premier et du second modes de vibration de flexion de la plaque car elle fonctionne comme une poutre-console.

La fréquence f_1 du premier mode propre s'écrit :

$$f_1 = \frac{3{,}5156}{2\pi L^2}\sqrt{\frac{EI}{\rho}}$$

avec L la longueur de la console (1 m ici), EI le produit de l'inertie de flexion par le module de Young pour la structure complète et ρ la masse de la structure par unité de longueur.

De la même manière, la fréquence f_2 du second mode propre s'écrit :

$$f_2 = \frac{22{,}0336}{2\pi L^2}\sqrt{\frac{EI}{\rho}}$$

Pour calculer f_1 et f_2, on décompose les parties liées au béton et aux armatures :

$$(EI) = (EI)_{beton} + (EI)_{acier}$$

où

$$(EI)_{acier} = 2\,E_{acier}\,(sL_2)\,e_{exc}^2$$

avec E_{acier} le module d'Young de l'acier, s la section des armatures par mètre linéaire et e_{exc} l'excentrement des nappes d'armatures par rapport au feuillet moyen, et :

$$(EI)_{beton} = E_{beton}\,L_2\,\frac{e^3}{12}$$

où E_{beton} est le module d'Young du béton.

Pour la masse par unité de longueur, on décompose la masse du béton et la masse de l'acier.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

En utilisant les équations précédentes, il devient alors possible de calculer la fréquence des modes propres considérés. Les résultats sont :

Fréquence	Référence
Premier mode de flexion	$54,67\,Hz$
Second mode de flexion	$342,64\,Hz$

Le centre de gravité est situé au centre de la console. Ses coordonnées sont donc : $(0.5\,,0.05\,,0)$. L'inertie suivant l'axe y de la structure complète est :

$$I_{yy}(G)=\int_V ((x-x_G)^2+(z-z_G)^2)\,\rho\,dv$$

avec $(x_G\,,y_G\,,z_G)$ les coordonnées du centre de gravité, V le volume de la structure et ρ sa masse volumique. En décomposant les éléments liés au béton et ceux liés à l'acier, il est possible de calculer l'inertie analytiquement :

$$I_{yy}(G)=8,611\,m^4$$

2.2 Grandeurs et résultats de référence

Les résultats de référence sont récapitulés dans le tableau qui suit.

Grandeurs	Référence
Premier mode de flexion	$54,67\,Hz$
Second mode de flexion	$342,64\,Hz$
Inertie suivant l'axe y	$8,611\,m^4$
Moment suivant z à $t=0,1\,s$	$-0.000779\,N/m$
Déplacement suivant z à $t=0,09\,s$	$-9480.0\,m$
Déplacement suivant z à $t=0,1\,s$	$3720.0\,m$
Energie cinétique totale à $t=0,1\,s$	$9.895889\,J$

2.3 Incertitudes sur la solution

Solutions analytiques pour les modes propres.

Comparaisons avec EUROPLEXUS pour les réponses temporelles en déplacement, les réactions, et l'énergie cinétique, pour un chargement sinusoïdal

2.4 Références bibliographiques

[1] HUGHES T.J.R., COHEN M., HAROUN, M. : "Reduced and selective integration techniques in the finite element analysis of plates", Nuclear Engineering and Design, vol. 46, p. 203-222 (1978).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

[2] [R3.07.03] – Éléments de plaque DKT, DST, DKQ, DSQ et Q4g.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

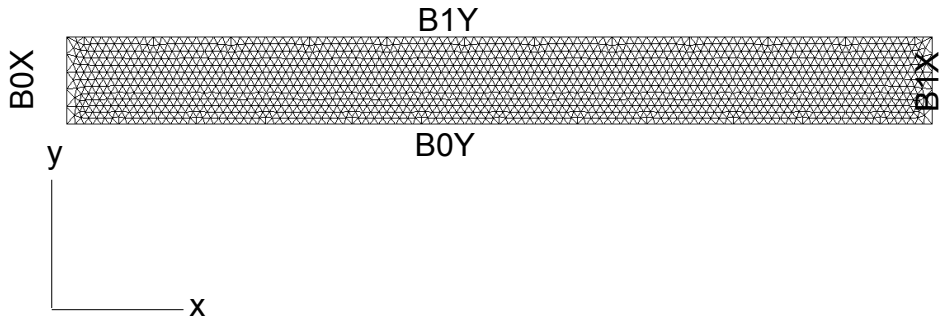


Figure 3.1-a : Maillage de la modélisation A

Modélisation : **DKTG**

Conditions aux limites :

- Encastrement en $B0X$,
- $DY=0.0$ sur l'ensemble de la poutre.

Intégration temporelle :

- Schéma : NEWMARK, formulation : DEPLACEMENT,
- Pas de temps : $1.10^{-3}s$ avec subdivision possible jusqu'à $1.10^{-5}s$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1536, Nombre de mailles : éléments TRI3 : 2860, éléments SEG2 : 210.
Les mailles sont dupliquées deux fois pour affecter les deux grilles d'armatures.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	*Aster*	% différence
Fréquence (Hz) Premier mode	54.67	54.582	0.160
Fréquence (Hz) Troisième mode	342.64	338.609	1.176
Position centre de gravité G (m)	0.05	0.05	0.
Inertie I_{yy} (G)	8.611	8.6038	0.083

Pour l'analyse transitoire, on teste en différents instants (test de non-régression) :

- la moyenne des déplacements verticaux des points de $B1X$,
- la résultante des forces nodales s'appliquant sur $B1X$,
- la réaction nodale verticale sur A .

On teste également l'énergie cinétique totale (par comparaison avec les résultats fournis par une boucle Python).

Identification	Référence	*Aster*	% différence
Moyenne des déplacements verticaux sur $B1X$ (au numéro d'ordre 100)	$-7.79\ 10^{-4}$	$-7.7917\ 10^{-4}$	0.022
Résultante verticale des forces appliquées sur $B1X$ (au numéro d'ordre 90)	$-9.48\ 10^{+3}$	$-9.4833\ 10^{+3}$	0.035
Réaction nodale verticale sur A (au numéro d'ordre 100)	$3.72\ 10^{+3}$	$3.7139\ 10^{+3}$	–0.161
Énergie cinétique totale (au numéro d'ordre 100)	9.89588	9.902	0.062

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

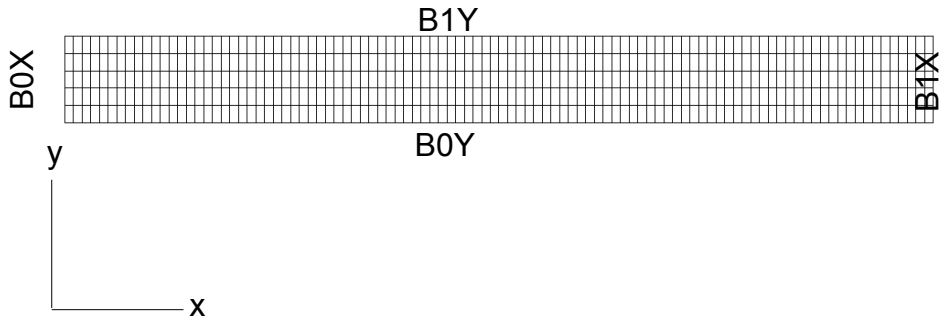


Figure 4.1-a : Maillage de la modélisation B

Les caractéristiques de la modélisation B sont identiques à ceux de la modélisation A, seule la nature des éléments changent (QUAD4 au lieu de TRIA3).

Intégration temporelle :

- Schéma : NEWMARK, formulation : DEPLACEMENT,
- Pas de temps : $1.10^{-3}s$ avec subdivision possible jusqu'à $1.10^{-5}s$.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 606, Nombre de mailles : éléments QUA4 : 500, éléments SEG2 : 210. Les mailles sont dupliquées deux fois pour affecter les deux grilles d'armatures.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	*Aster*	% différence
Fréquence (Hz) Premier mode	54.67	54.579	0.166
Fréquence (Hz) Troisième mode	342.64	338.511	1.205

Pour l'analyse transitoire, on teste en différents instants (valeurs comparées à la modélisation B) :

la moyenne des déplacements verticaux des points de $B1X$
la résultante des forces nodales s'appliquant sur $B1X$
la réaction nodale verticale sur A

On teste également l'énergie cinétique totale (par comparaison avec les résultats fournis par une boucle Python).

Identification	Référence	*Aster*	% différence
Moyenne des déplacements verticaux sur $B1X$ (au numéro d'ordre 100)	$-7.79\ 10^{-4}$	$-7.8112\ 10^{-4}$	0.272
Résultante verticale des forces appliquées sur $B1X$ (au numéro d'ordre 90)	$-9.48\ 10^{+3}$	$-9.4813\ 10^{+3}$	0.014
Réaction nodale verticale sur A (au numéro d'ordre 100)	$3.72\ 10^{+3}$	$3.7413\ 10^{+3}$	0.574
Énergie cinétique totale (au numéro d'ordre 100)	9.89588	9.9020	0.06

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

On trouve un léger écart entre les solutions obtenues par les deux codes de calcul. Il est considéré comme raisonnable et les résultats sont jugés satisfaisants. Même si dans ce test on a voulu approcher la modélisation Code_Aster le plus possible de celle du code Europlexus, on est conscient, notamment, de la différence au niveau du calcul de la matrice de masse. La matrice de masse implémentée dans Europlexus suit la méthode proposée dans [1], qui est mieux adaptée pour un logiciel de calcul de dynamique rapide explicite. Code_Aster utilise une approche plus standard, expliquée dans [2]. La différence concerne notamment le calcul des inerties (composantes de la matrice de masse correspondant aux degrés de liberté de rotation), lesquelles sont peu importantes dans le cas de la dynamique lente. En revanche, en dynamique rapide, ce sont elles qui influencent le plus le pas de temps critique. Par exemple, en les négligeant la matrice de masse devient singulière et l'intégration explicite devient inconditionnellement instable.

Les différentes simulations proposées valident l'utilisation de la modélisation GRILLE_EXCENTRE pour des calculs modaux, de dynamique explicite et de dynamique implicite.

Les valeurs obtenues sont en accord avec les solutions analytiques, quand celles – ci sont disponibles.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)