SDNL102 - Poutre soumise à un champ de vitesse de vent

Résumé :

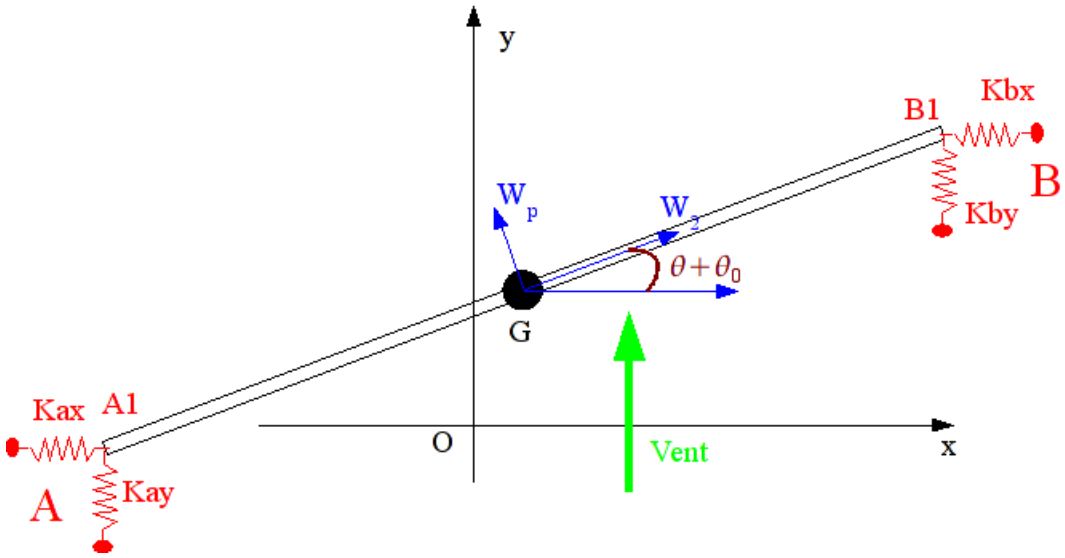
Ce test concerne la validation de l'application des chargements de vent sur les éléments linéiques. Le chargement est décrit par des champs de vitesses de vent.
Ce problème permet de tester :

- les éléments finis linéiques [barres, câbles, poutres (sauf les poutres courbes)] avec des chargements suiveur de nature “vent”,
- les chargements à l'aide des vitesses de vent :
  - lecture des données des champs de vent,
  - projection des champs de vent attachés au nuage de points sur le maillage déformé de la structure,
  - calcul de la vitesse relative,
- la prise en compte de la fonction donnant la force répartie en fonction de la vitesse relative de la structure,
- la réactualisation de la géométrie pour tenir compte des grands déplacements et des grandes rotations.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Longueur de la poutre : $1.5\mathrm{m}$
Raideurs des discrets : kax , kay , kbx , kby

1.2 Propriétés du matériau

Matériau pour l'élément linéique : $E=2.0\mathrm{E}+10$, $\rho=1000.0$
Caractéristiques mécanique de la poutre : $section='CERCLE'$, $rayon=0.1$, $ep=0.1$
La raideur des ressorts :

Kxa	Kya	Kxb	Kyb
$10\,N/m$	$20\,N/m$	$25\,N/m$	$22\,N/m$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Aux points A et B : blocages des degrés de liberté : DX , DY , DZ
Aux points $A1$ et $B1$: blocages des degrés de liberté : DZ , DRX , DRY
Les ressorts sont modélisés par des discrets sans dimensions. Les nœuds A et $A1$, B et $B1$ sont géométriquement confondus.
Les caractéristiques du champ de vitesse de vent, suivant l'axe y :

$$Vy=20.\sin(\omega.t)$$, avec $\omega=2.\pi.f$ et $f=0.2\,Hz$

1.4 Conditions initiales

La poutre fait un angle de $30°$ ($\theta_0=30°$) par rapport à l'axe x .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Équations d'équilibre

L'étude est réalisée autour de la position initiale de la structure dans le plan xy. Les équations sont écrites au centre de gravité de la poutre.
Effort d'inertie :

$$M.\gamma_g=\begin{Bmatrix} Mx'' \\ My'' \\ \frac{ML^2}{12}.\theta'' \end{Bmatrix}$$

Effort au point $A1$

$$Fa=\begin{Bmatrix} -kxa.\delta xa \\ -kya.\delta ya \\ L.(\delta ya.kya.\cos(\theta_0+\theta)-\delta xa.kxa.\sin(\theta_0+\theta))/2 \end{Bmatrix} \begin{matrix} \text{avec les déplacements du point } A1 \\ \delta xa=L.cos(\theta_0)/2-L.cos(\theta_0+\theta)/2+x \\ \delta ya=L.sin(\theta_0)/2-L.sin(\theta_0+\theta)/2+y \end{matrix}$$

Effort au point $B1$

$$Fb=\begin{Bmatrix} -kxb.\delta xb \\ -kyb.\delta yb \\ L.(-\delta yb.kyb.\cos(\theta_0+\theta)+\delta xb.kxb.\sin(\theta_0+\theta))/2 \end{Bmatrix} \begin{matrix} \text{avec les déplacements du point } B1 \\ \delta xb=-L.cos(\theta_0)/2+L.cos(\theta_0+\theta)/2+x \\ \delta yb=-L.sin(\theta_0)/2+L.sin(\theta_0+\theta)/2+y \end{matrix}$$

Effort dû au vent

- Vitesse relative d'un point M

$$V_r=\begin{Bmatrix} Vvx+s.\sin(\theta_0+\theta).\theta'-x' \\ Vvy-s.\cos(\theta_0+\theta).\theta'-y' \\ 0 \end{Bmatrix}$$

avec s : l'abscisse curviligne du point M sur la poutre $s\in[-L/2,L/2]$
Vvx, Vvy : vitesse du vent suivant l'axe x et l'axe y.

- Vitesse relative perpendiculaire à la barre au point M :

$$V_p=\begin{Bmatrix} \sin(\theta_0+\theta).(-Vvy.\cos(\theta_0+\theta)+Vvx.\sin(\theta_0+\theta)+s.\theta'-\sin(\theta_0+\theta).x'+\cos(\theta_0+\theta).y') \\ \cos(\theta_0+\theta).(Vvy.\cos(\theta_0+\theta)-Vvx.\sin(\theta_0+\theta)-s.\theta'+\sin(\theta_0+\theta).x'-\cos(\theta_0+\theta).y') \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Force due au vent en un point M

$Fvent_{(M)}=Fcx_{(M)}.\frac{V_p}{\|V_p\|}$ dans notre cas on choisit $Fcx_{(M)}=\|V_p\|$

on obtient donc $Fvent_{(M)}=V_p$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Résultante de la force due au vent sur la barre

$$Fvent=\begin{Bmatrix} L.\sin(\theta_0+\theta).((-Vvy+y').\cos(\theta_0+\theta)+(Vvx-x').\sin(\theta_0+\theta)) \\ L.\cos(\theta_0+\theta).((Vvy-y').\cos(\theta_0+\theta)+(-Vvx+x').\sin(\theta_0+\theta)) \\ -L^3.\theta'/12 \end{Bmatrix}$$

Équation finale de la dynamique

$$M.\gamma_g=Fa+Fb+Fvent$$

2.2 Grandeurs et résultats de référence

Déplacements et rotation du point G aux instants : 2.0sec , 3.0sec , 4.0sec , 5.0sec et 6.0sec .

2.3 Incertitudes sur la solution

Aucune. La résolution de l'équation d'équilibre se fait par une méthode d'intégration de Runge Kutta d'ordre 4.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation et du maillage

L'élément linéique : 'poutre' découpée en 12 mailles.
Les discrets : 'DIS_T'

3.2 Grandeurs testées et résultats

Temps 2.0sec	Analytique	Erreur absolue	Erreur relative
$x(m)$	–0.27571	0.00070	0.00255
$y(m)$	0.46478	0.00120	0.00259
$Rz(rd)$	–0.04851	0.00001	0.00027

Temps 3.0sec	Analytique	Erreur absolue	Erreur relative
$x(m)$	–0.43640	0.00118	0.00271
$y(m)$	0.68149	0.00190	0.00279
$Rz(rd)$	–0.16767	0.00079	0.00472

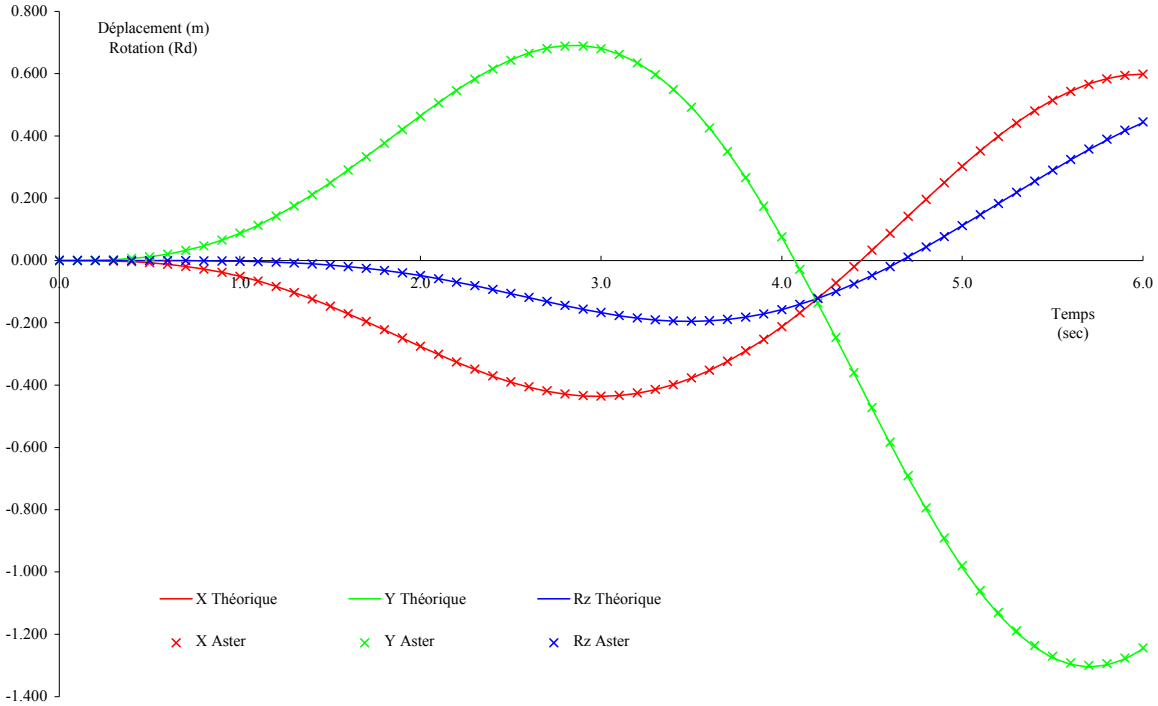
Temps 4.0sec	Analytique	Erreur absolue	Erreur relative
$x(m)$	–0.21266	0.00043	0.00201
$y(m)$	0.07494	0.00111	0.01476
$Rz(rd)$	–0.15769	0.00026	0.00163

Temps 5.0sec	Analytique	Erreur absolue	Erreur relative
$x(m)$	0.30290	0.00108	0.00357
$y(m)$	–0.98487	0.00536	0.00544
$Rz(rd)$	0.11188	0.00027	0.00241

Temps6.0sec	Analytique	Erreur absolue	Erreur relative
$x(m)$	0.59847	0.00032	0.00054
$y(m)$	–1.24735	0.00322	0.00258
$Rz(rd)$	0.44284	0.00251	0.00566

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats



Comparaison entre les résultats théoriques et ceux de *Code_Aster.*

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)