SDND101 - Lâcher d'un système masse ressort avec choc

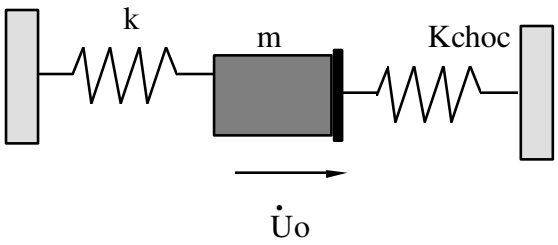
Résumé

Ce problème correspond à une analyse transitoire par recombinaison modale d'un système discret non linéaire à un degré de liberté. La non-linéarité consiste en un contact avec choc sur un plan rigide. La masse est lancée avec une vitesse initiale non nulle contre l'obstacle. Le jeu initial entre le point matériel et l'obstacle est nul. Ce problème permet de tester le post-traitement des forces d'impact : vitesse de choc, durée de choc ...

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés des matériaux

Le système est constitué d'une masse m et d'un ressort de raideur k . La butée de choc a une raideur égale à K_{choc} .

Masse	$m=100\,kg$
Raideur	$k=10^4\,N/m$
Rigidité normale de choc	$K_{choc}=10^6\,N/m$

1.3 Conditions initiales

Le système est initialement en position au repos ($U_0=0$) et possède une vitesse initiale $\dot{U}_0>0$. On choisira pour l'application une vitesse initiale $\dot{U}_0=1\,m/s$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Pendant la phase d'impact, le système est solution de l'équation différentielle :

$m.\ddot{u}+k.u+K_c<u>^+=0$ avec $u_0=0$ et $\dot{u}_0=\dot{U}_0$.

$<x>^+$ désigne la valeur positive de x.

La solution analytique de ce problème est :

$$u=\frac{\dot{U}_0}{\omega_c}\sin(\omega_c t) \text{ où } \omega_c=\sqrt{\frac{k+K_c}{m}}.$$

La vitesse s'annule pour $t_{\dot{u}=0}=\frac{\pi}{2\omega_c}$.

La force de choc est alors maximale et vaut $F_{\max}=K_c u(t_{\dot{u}=0})=K_c\frac{\dot{U}_0}{\omega_c}$.

Par construction, la durée du choc vaut $T_{choc}=2t_{\dot{u}=0}$.

Le système revient à la position $u=0$ avec la vitesse $-\dot{U}_0$.

Dans le domaine $u<0$ le système a pour équation $m.\ddot{u}+k.u=0$ avec pour conditions initiales $u_1=0$ et $\dot{u}_1=-\dot{U}_0$.

Sa solution est $u=-\frac{\dot{U}_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t')$ où $\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$.

La vitesse s'annule pour : $t'_{\dot{u}=0}=\frac{\pi}{2\omega_0}$.

Par construction, le temps de vol libre vaut : $T_{vol}=2t'_{\dot{u}=0}$.

Le système est donc périodique avec alternativement une phase de temps de choc de durée T_{choc} où le système décrit une arche de sinus dans le domaine des $u>0$ et une phase de vol libre de durée T_{vol} où le système décrit une arche de sinus dans le domaine des $u<0$.

L'impulsion à chaque impact vaut : $I=\int_0^{T_{choc}} K_c u(t)\,dt=2K_c\frac{\dot{U}_0}{\omega_c^2}=\frac{2m\dot{U}_0}{1+\frac{k}{K_c}}$.

2.2 Résultats de référence

Les résultats pris pour référence sont les valeurs des instants de force maximale, la valeur de force maximale, la durée du temps de choc, la valeur de l'impulsion et de la vitesse d'impact ainsi que le nombre d'impact élémentaires pour les deux premières oscillations du système.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

- G.JACQUART : Post-traitement des calculs de cœur et d'internes REP sous sollicitation sismique - HP-61/95/074/A.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le système masse-ressort est modélisé par un élément de type POI1 au noeud $NO1$. Il est assujetti à se déplacer selon l'axe x . Le noeud $NO1$ est positionné en $O=(0.0.0.)$.

Un obstacle de type PLAN_Z (deux plans parallèles séparés par un jeu) est utilisé pour simuler les éventuels chocs du système masse-ressort contre un plan rigide. On choisit de prendre l'axe Oy pour normale au plan de choc, soit NORM_OBST : (0., 1., 0.). Pour ne pas être gêné par le rebond de l'oscillateur sur le plan symétrique, on repousse celui-ci très loin (cf. [Figure. 3.1-a]). On choisit donc de situer l'origine de l'obstacle en ORIG_OBS : (-1. 0. 0.).

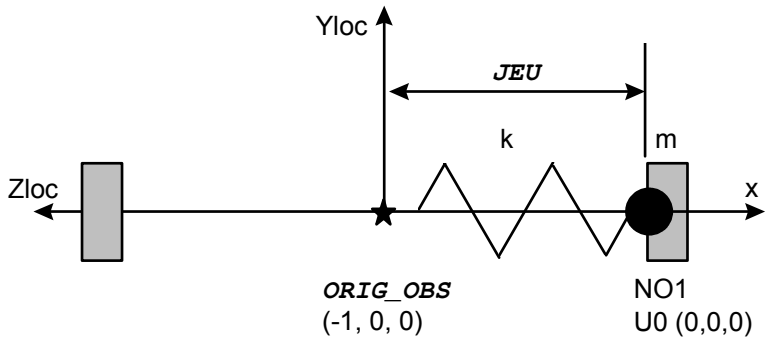


Figure 3.1-a : Géométrie modélisée

Il reste à définir le paramètre JEU qui donne le demi-écartement entre les plans en contact. On souhaite ici un jeu réel nul, d'où $JEU:1$. Si l'on souhaite un jeu réel de j , il faut, dans le cas de figure présenté, imposer $JEU:1+j$.

L'intégration temporelle est réalisée avec l'algorithme d'Euler et un pas de temps de $5.10^{-4}s$. Tous les pas de calcul sont archivés. On considère que l'amortissement réduit ξ_i pour l'ensemble des modes calculés est nul.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est constitué d'un nœud et d'une maille de type POI1.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3 Grandeurs testées et résultats

Pour les deux premiers chocs, on compare aux valeurs analytiques les valeurs calculées de l'instant où se produit l'impact, de la force maximale de choc, du temps de choc, de l'impulsion et de la vitesse d'impact. On teste également la valeur de l'extremum absolu de la force d'impact.

Premier choc :

Temps (s)	Référence
INST	1,5630E–02
F_MAX	9,9500E+03
T_CHOC	3,1260E–02
IMPULSION	1,9805E+02
V_IMPACT	–1.

Deuxième choc :

Temps (s)	Référence
INST	3,6100E–01
F_MAX	9,9500E+03
T_CHOC	3,1260E–02
IMPULSION	1,9805E+02
V_IMPACT	–1,0000E+00

Temps (s)	Référence
F_MAX_ABS	9,95E+03

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

On constate, sur l'ensemble des grandeurs, un très bon accord avec la solution analytique produite. Les grandeurs les moins bien représentées sont la durée de choc et l'instant de choc (à mieux que 1% cependant). Ce problème n'est pas lié à la précision du calcul mais au seul fait qu'un pas de temps d'intégration de $5.10^{-4}s$ a été choisi ce qui sur des durées aussi courtes que $0,03\,s$ produit déjà une imprécision temporelle de $1,66\%$. Pour compléter cette synthèse, on pourrait réaliser un test de convergence en diminuant le pas de calcul.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)