TTLV301 - Parallélépipède soumis à une température imposée sur ses faces

Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en thermique transitoire linéaire.

Il s'agit d'un problème volumique représenté par une seule modélisation (3D).

Les fonctionnalités testées sont les suivantes :
- élément thermique volumique,
- algorithme de thermique transitoire,
- conditions limites : température imposée.

Les résultats sont comparés à une solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

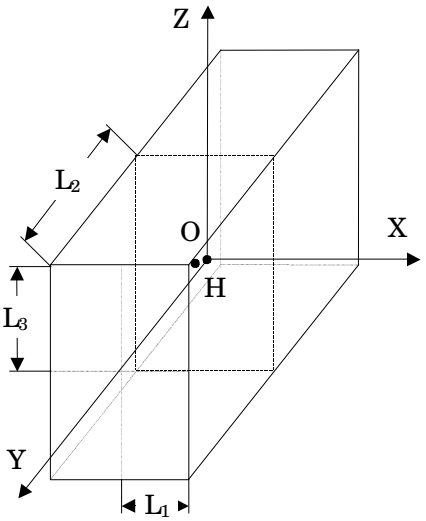
1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Dimensions du parallélépipède: 2m x 3.2m x 4m

- L_1 = 1.0 m
- L_2 = 1.6 m
- L_3 = 2.0 m

Point O (0.,0.,0.)
Point H (0.5,0.8,1.0)



1.2 Propriétés du matériau

$\lambda = 1. W/m°C$	conductivité thermique
$c_p = 1. J/kg°C$	chaleur spécifique
$\rho = 1. kg/m^3$	masse volumique

1.3 Conditions aux limites et chargements

Température imposée sur les 6 faces $T = 2°C = T_w$

1.4 Conditions initiales

$T(t=0) = 1°C = T_0$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

$$T_{(x,y,z,t)}=T_w+\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty}a_{nml}\exp(-\kappa_{mnl}^2\alpha.t)Tcos_{(x,y,z,m,n,l)}$$

avec $$Tcos_{(x,y,z,m,n,l)}=\cos\left(\frac{(2m-1)\pi x}{2L_1}\right)\cos\left(\frac{(2n-1)\pi y}{2L_2}\right)\cos\left(\frac{(2l-1)\pi z}{2L_3}\right)$$

$$a_{mnl}=\frac{64(T_0-T_w)}{\pi^3(2m-1)(2n-1)(2l-1)}\sin\left(\frac{(2m-1)\pi}{2}\right)\sin\left(\frac{(2n-1)\pi}{2}\right)\sin\left(\frac{(2l-1)\pi}{2}\right)$$

$$\kappa_{mnl}=\left(\frac{(2m-1)\pi}{2L_1}\right)^2+\left(\frac{(2n-1)\pi}{2L_2}\right)^2+\left(\frac{(2l-1)\pi}{2L_3}\right)^2$$

$$\alpha=\frac{\lambda}{\rho c_p}$$

Les valeurs de référence sont obtenues avec $m=n=l=100.$

2.2 Résultats de référence

Température aux points : $O(0,0,0)$ et $H(0.5,0.8,1.)$

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

- M.J Chang, L.C Chow, W.S Chang, "Improved alternating direction implicit for solving transient three dimensional heat diffusion problems", Numerical Heat Transfer, vol 19, pp 69-84, 1991.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

3D (HEXA27)

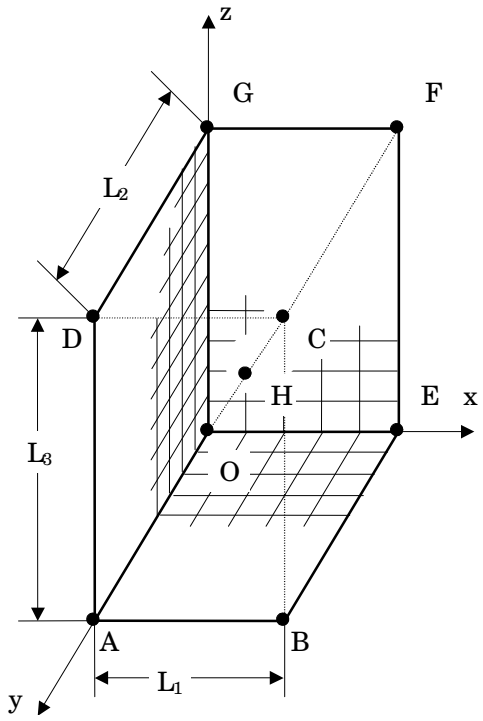
Modélisation 1/8 du parallélépipède

Maillage:

- 5 éléments suivant x
- 8 éléments suivant y
- 10 éléments suivant z

Conditions limites:

- faces [ABCD], [BEFC], [DCFG]: T = 2°C
- faces [ABEO], [AOGD], [OEFG]: $\phi = 0.$



Points	x	y	z	Noeud
O	0.00	0.00	0.00	N5
H	0.50	0.80	1.00	N1075

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 3927
Nombre de mailles et types : 400 HEXA27

3.3 Remarques

La condition limite $\varphi = 0.$ est implicite sur les bords libres.
Discrétisation du temps : 24 intervalles entre $0.$ et $1.2\,s$:

de $t=0.00$	à $t=0.02$	: 4	intervalles de 0.005	secondes.
de $t=0.02$	à $t=0.05$	: 3	intervalles de 0.01	secondes.
de $t=0.05$	à $t=0.15$	: 4	intervalles de 0.025	secondes.
de $t=0.15$	à $t=0.4$	: 5	intervalles de 0.05	secondes.
de $t=0.4$	à $t=1.2$	: 8	intervalles de 0.1	secondes.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	*Aster*	% différence	Tolérance
Point O				
$N5(0.,0.,0.)$				
$t=0.1\,s$	1.05137	1.04934	-0.193	1%
$t=0.2\,s$	1.24768	1.24181	-0.471	1%
$t=0.3\,s$	1.45136	1.44378	-0.522	1%
$t=0.5\,s$	1.73684	1.72955	-0.420	1%
$t=0.7\,s$	1.88010	1.87516	-0.263	1%
$t=1.0\,s$	1.96406	1.96191	-0.110	1%
$t=1.2\,s$	1.98398	1.98282	-0.059	1%
Point H				
$N1075(0.5,0.8,1.0)$				
$t=0.1\,s$	1.33579	1.32490	-0.816	1%
$t=0.2\,s$	1.61081	1.60337	-0.462	1%
$t=0.3\,s$	1.75959	1.75424	-0.304	1%
$t=0.5\,s$	1.90017	1.89718	-0.157	1%
$t=0.7\,s$	1.95657	1.95478	-0.091	1%
$t=1.0\,s$	1.98723	1.98646	-0.039	1%
$t=1.2\,s$	1.99433	1.99391	-0.021	1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus sont satisfaisants. L'écart maximum obtenu (0.816%), est situé au point H placé à mi-distance entre la surface extérieure et le centre du parallélépipède. Au bout de 1.2s, cet écart diminue, le maximum obtenu est alors de 0.059% (point O : centre du parallélépipède).

Ce test a permis de tester en linéaire transitoire la modélisation 3D avec des mailles HEXA27.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)