TTLL100 - Choc thermique sur un mur plan avec condition d'échange

Résumé :

Ce test de thermique linéaire transitoire consiste à imposer un choc thermique froid sur un mur plan infini à l'aide d'une condition limite d'échange. Le choc est modélisé par une rampe linéaire $\Delta T = -100\,°C$ en $10^{-2}\,s$.

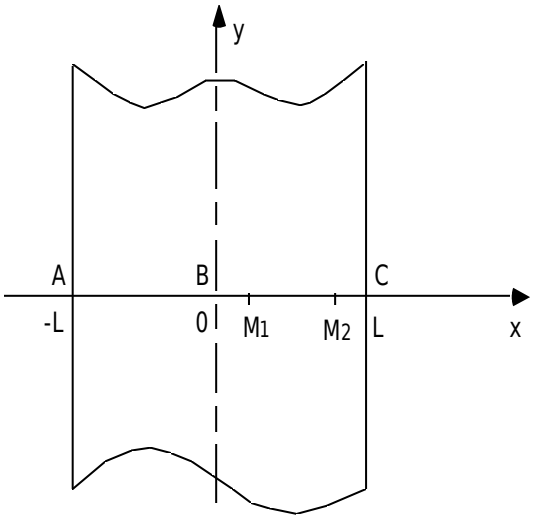
Le problème est traité en plan.
La solution de référence est analytique.
Le test est effectué sur 2 modélisations : (TRIA3, QUAD4) et (TRIA6, QUAD9).

On teste l'algorithme de thermique linéaire transitoire lorsque la matrice de masse est diagonalisée (modélisation `PLAN_DIAG` avec ''mass lumping'').

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



$\bar{AB}=\bar{BC}=L=0.1\,m$
$x(M1)=0.02\,m$
$x(M2)=0.08\,m$

1.2 Propriétés de matériaux

$\lambda=1\,W/m°C$
$\rho C_P=1000\,J/m^3°C$

1.3 Conditions aux limites et chargements

échange $\lambda\left.\dfrac{\partial T}{\partial n}\right|_{x=\pm L}=h(T_{ext}-T(x,t))$

avec : $h=100.\,W/m^2°C$

$$\begin{cases} T_{ext}(C)_{t=0}=100. \\ T_{ext}(C)_{t=10^{-2}}=0. \end{cases}$$

1.4 Conditions initiales

$T(x,0)=100°C$ pour tout x

Discrétisation en temps (t) :

10 pas pour	$[0.,1.\mathrm{D}-2]$	soit	$\Delta t=10^{-3}s$
9 pas pour	$[1D-2,1.\mathrm{D}-1]$	soit	$\Delta t=10^{-2}s$
9 pas pour	$[1.\mathrm{D}-1,1.]$	soit	$\Delta t=10^{-1}s$
5 pas pour	$[1.,2.]$	soit	$\Delta t=2.10^{-1}s$
8 pas pour	$[2.,10.]$	soit	$\Delta t=1s$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

$$\frac{T(x,t)-T_p}{T_0-T_p}=\sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp\left(-\xi_n^2 \frac{\lambda}{\rho C_p L^2} t\right) \cos\left(\xi_n \frac{x}{L}\right)$$

$x=$ abscisse
$t=$ Temps
$T_0=$ Température initiale
$T_p=$ Température imposée
$n=$ $1,2,3,...$

Avec ξ_n racines positives de $\xi_n \tan \xi_n = hL/\lambda = 10.$

et $A_n = \dfrac{4 \sin \xi_n}{2\xi_n + \sin(2\xi_n)}$

2.2 Résultats de référence

Températures aux points $M1$ ($x=0.02$) et $M2$ ($x=0.08$),
et à différents instants ($t=0.1, 0.5, 2.0$ et 10.0).

Les valeurs de référence sont obtenues en calculant les 30 premiers termes de la série (Mathematica).

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

- INCROPERA F.P., DE WITT D.P., Fundamentals of heat and mass transfer. Third Edition. 1990.

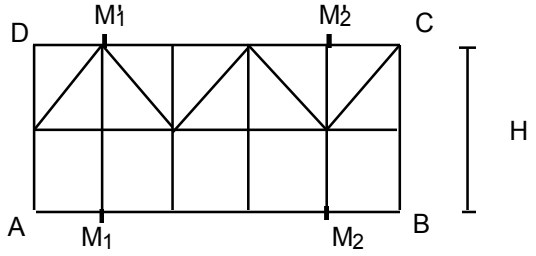
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

TRIA3, QUAD4

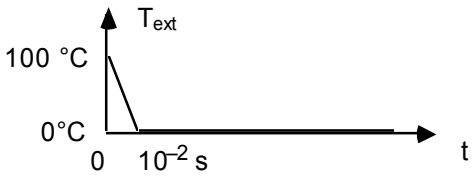
Par raison de symétrie, on ne maille qu'une moitié de l'épaisseur du mur. La modélisation est faite sur une hauteur $H=0.1\,m$ avec 2 couches d'éléments.



Conditions limites

sur [AB], [AD] et [CD] : flux nul

sur [BC] : échange h, T_{ext}



Conditions initiales
T = 100 °C

points	nœuds	x	y
M1	N16	0.02	0.0
M2	N6	0.08	0.0
M'1	N14	0.02	0.1
M'2	N4	0.08	0.1

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 18
Nombre de mailles et types : 5 QUAD4, 10 TRIA3

3.3 Valeurs testées

Identification	Référence	*Aster*	% différence
$M1(x=0.02)N16$			
$t=0.1$	100.00	99.998	+0.00
$t=0.5$	99.408	99.042	–0.37
$t=2.0$	79.859	79.794	–0.08
$t=10.0$	15.717	16.138	+2.68
$M2(x=0.08)N6$			
$t=0.1$	93.666	93.380	–0.31
$t=0.5$	63.500	63.813	+0.49
$t=2.0$	35.717	35.667	–0.14
$t=10.0$	6.7948	6.9326	+2.03
$M'1(x=0.02)N14$			
$t=0.1$	100.00	99.998	+0.00

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$t=0.5$	99.408	99.077	–0.33
$t=2.0$	79.859	80.002	+0.18
$t=10.0$	15.717	16.211	+3.14

$M'2(x=0.08)\ N4$			
$t=0.1$	93.666	92.895	–0.82
$t=0.5$	63.500	61.882	–2.55
$t=2.0$	35.717	35.331	–1.08
$t=10.0$	6.7948	6.8885	+1.38

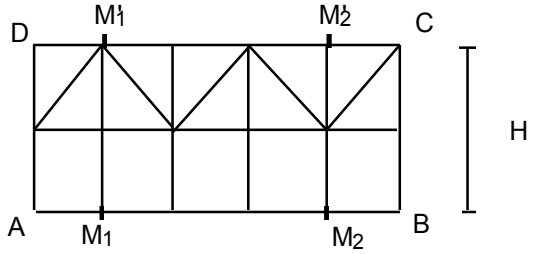
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

TRIA6, QUAD9

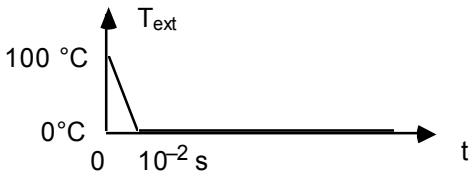
Par raison de symétrie, on ne maille qu'une moitié de l'épaisseur du mur. La modélisation est faite sur une hauteur $H=0.1\,m$ avec 2 couches d'éléments.



Conditions limites

sur [AB], [AD] et [CD] : flux nul

sur [BC] : échange h, T_{ext}



Conditions initiales
T = 100 °C

points	nœuds	x	y
M1	N16	0.02	0.0
M2	N6	0.08	0.0
M'1	N14	0.02	0.1
M'2	N4	0.08	0.1

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 55
Nombre de mailles et types : 5 QUAD9, 10 TRIA6

4.3 Valeurs testées

Identification	Référence	*Aster*	% différence
$M1(x=0.02)\,N18$			
$t=0.1$	100.00	100.00	+0.00
$t=0.5$	99.408	99.278	–0.13
$t=2.0$	79.859	79.898	+0.05
$t=10.0$	15.717	16.043	+2.07
$M2(x=0.08)\,N49$			
$t=0.1$	93.666	94.077	+0.44
$t=0.5$	63.500	63.979	+0.75
$t=2.0$	35.717	35.825	+0.30
$t=10.0$	6.7948	6.9321	+2.02
$M'1(x=0.02)\,N12$			
$t=0.1$	100.00	100.00	+0.00

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$t=0.5$	99.408	99.311	–0.10
$t=2.0$	79.859	80.101	+0.30
$t=10.0$	15.717	16.093	+2.39

$M'2(x=0.08)\ N30$			
$t=0.1$	93.666	93.469	–0.21
$t=0.5$	63.500	62.860	–1.01
$t=2.0$	35.717	35.641	–0.21
$t=10.0$	6.7948	6.9068	+1.65

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

La modélisation PLAN_DIAG donne des résultats assez satisfaisants. Bien que le maillage comporte peu d'éléments dans l'épaisseur, l'écart sur les températures reste inférieur à 3.2 %.

Bien que le choc thermique soit brutal, la diagonalisation de la matrice de masse permet d'obtenir une solution en température qui n'oscille pas pendant le transitoire.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)