# TPLP305 – Barreau à températures imposées avec interface adiabatique de type X-FEM

**Résumé :**

Ce test est l'équivalent en thermique linéaire stationnaire du test X-FEM mécanique SSNV173 [V6.04.173]. L'objectif de ce test est de valider deux aspects du calcul élémentaire dans le cadre de la résolution de problèmes thermiques avec X-FEM [R7.02.12] :

- l'intégration d'une grandeur discontinue grâce à un sous-découpage de l'élément
- l'enrichissement des fonctions de formes par la fonction Heaviside

On considère un barreau parallélépipédique traversé par une interface adiabatique, les deux parties du barreau ainsi définies sont donc thermiquement isolées l'une par rapport à l'autre. Chacune de ces parties est alors soumise à une température imposée sur l'un de ses bords.

Tous les éléments X-FEM thermiques à enrichissement Heaviside sont testés, les résultats sont comparés à une solution analytique.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie 3D

La structure est un parallélépipède droit à base carrée, ses dimensions (voir Figure 1.1-1) sont les suivantes :

$Lx = 1\text{m}$ , $Ly = 1\text{m}$ et $Lz = 5\text{m}$

L'interface est définie par des fonctions de niveau (level sets) directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]. Elle est introduite au milieu de la structure par une level set $LSN$ (voir Figure 1.1-1) d'équation :

$LSN : z$

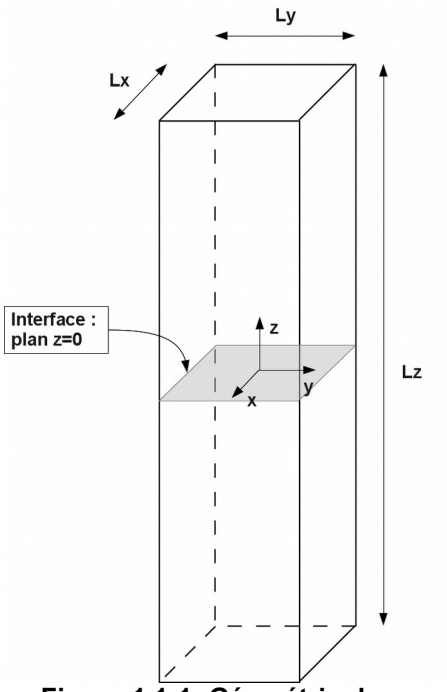



**Figure 1.1-1: Géométrie du barreau et positionnement de l'interface**

## 1.2 Géométrie 2D

La structure est un rectangle. ses dimensions (voir Figure 1.2-1) sont les suivantes :

$Lx = 1\text{m}$ et $Ly = 5\text{m}$

L'interface est définie par des fonctions de niveau (level sets) directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]. Elle est introduite au milieu de la structure par une level set $LSN$ (voir Figure 1.2-1) d'équation :

$LSN : y$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

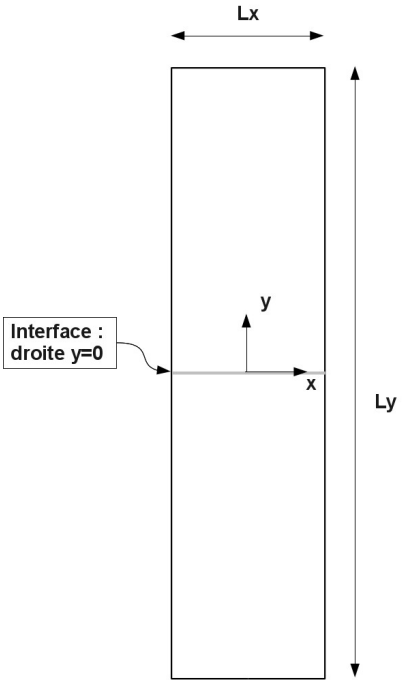



**Figure 1.2-1: Géométrie du barreau et positionnement de l'interface**

## 1.3 Propriétés du matériau

- $\lambda = 1\, W.m^{-1} \circ C^{-1}$
- $\rho C_p = 2\, J/m^{-3} \circ C^{-1}$

## 1.4 Conditions aux limites et chargements

On impose une température $\bar{T}^{\inf} = 10 \circ C$ sur les nœuds du bord inférieur du barreau, et $\bar{T}^{\sup} = 20 \circ C$ sur les nœuds de son bord supérieur.

## 1.5 Conditions initiales

Néant (le problème est stationnaire)



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode de calcul

Il s'agit d'une solution analytique.

L'interface étant adiabatique, on a de part et d'autre de celle-ci deux solides thermiquement isolés. Chaque solide voit une température imposée sur une partie de son bord, et un flux nul sur le reste de son bord. Le problème étant linéaire et stationnaire, la température est donc constante dans chaque partie du barreau (et égale à la température imposée correspondante), et discontinue à travers l'interface :

en 3D :
$$\begin{cases} T(x,y,z)=\bar{T}^{\inf}=10\,°C\,,\ \forall\,(x,y,z)\in\left[\frac{-Lx}{2},\frac{Lx}{2}\right]\times\left[\frac{-Ly}{2},\frac{Ly}{2}\right]\times\left[\frac{-Lz}{2},0\right[ \\ T(x,y,z)=\bar{T}^{\sup}=20\,°C\,,\ \forall\,(x,y,z)\in\left[\frac{-Lx}{2},\frac{Lx}{2}\right]\times\left[\frac{-Ly}{2},\frac{Ly}{2}\right]\times\left]0,\frac{Lz}{2}\right] \end{cases}$$

en 2D :
$$\begin{cases} T(x,y)=\bar{T}^{\inf}=10\,°C\,,\ \forall\,(x,y)\in\left[\frac{-Lx}{2},\frac{Lx}{2}\right]\times\left[\frac{-Ly}{2},0\right[ \\ T(x,y)=\bar{T}^{\sup}=20\,°C\,,\ \forall\,(x,y)\in\left[\frac{-Lx}{2},\frac{Lx}{2}\right]\times\left]0,\frac{Ly}{2}\right] \end{cases}$$

Dans les modélisations présentées aux paragraphes suivants, l'approximation du champ de température est enrichie par une fonction de Heaviside afin de représenter la discontinuité introduite. Les nœuds dont le support est traversé par l'interface portent des degrés de liberté « classiques » et « Heaviside » : on ne peut alors pas comparer directement leurs valeurs aux valeurs analytiques obtenues ci-dessus.
Afin de pouvoir tester les valeurs de ces degrés de liberté, on se place dans le cas où le maillage du barreau est constitué de 5 hexaèdres réguliers de côté $1\mathrm{m}$, la maille centrale se trouve donc coupée en son milieu par l'interface. La solution étant constante dans les directions $x$ et $y$, on peut se ramener à considérer l'élément unidimensionnel équivalent représenté à la Figure 2.1-1.

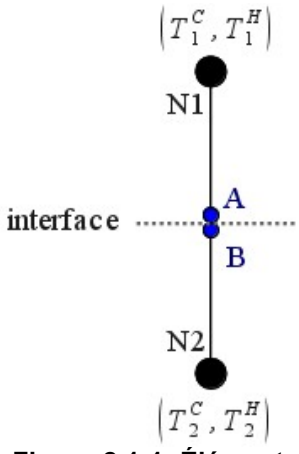



**Figure 2.1-1: Élément linéaire 1D équivalent**

On note $\mathrm{N1}$ et $\mathrm{N2}$ les deux nœuds de cet élément, $\varphi_1$ et $\varphi_2$ les fonctions de formes associées, $\left(T_1^C, T_1^H\right)$ et $\left(T_2^C, T_2^H\right)$ les couples de degrés de liberté associés. On note de plus $x$ le variable



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

d'espace, $A$ le point situé en $x=0^+$ et $B$ le point situé en $x=0^-$. La fonction Heaviside caractérise soit le domaine $x<0$ (pour le nœud $N1$), soit le domaine $x>0$ (pour le nœud $N2$). Notons alors $\chi_-$ la fonction caractéristique du domaine $x<0$ et $\chi_+$ la fonction caractéristique du domaine $x>0$.

En tout point $x$ de l'élément, le champ de température s'exprime par la relation suivante :

$$T(x)=\phi_1(x)T_1^C+\phi_2(x)T_2^C-2\chi_-(x)\phi_1(x)T_1^H+2\chi_+(x)\phi_2(x)T_2^H$$

*<u>remarque</u>: les coefficients multiplicateurs « -2 » et « +2 » sont introduits pour respecter la convention de la définition de l'enrichissement (voire [R7.02.12]).*

Aux points $N1$, $N2$, $A$ et $B$ on a :

$$\begin{cases}\text{En N1}: \chi_+(x)=1\ ,\ \chi_-(x)=0\ ,\ \phi_1(x)=1\ ,\ \phi_2(x)=0\\ \text{En A}\ : \chi_+(x)=1\ ,\ \chi_-(x)=0\ ,\ \phi_1(x)=\phi_2(x)=1/2\\ \text{En B}\ : \chi_+(x)=0\ ,\ \chi_-(x)=1\ ,\ \phi_1(x)=\phi_2(x)=1/2\\ \text{En N2}: \chi_+(x)=0\ ,\ \chi_-(x)=1\ ,\ \phi_1(x)=0\ ,\ \phi_2(x)=1\end{cases}$$

ce qui conduit au système linéaire :

$$\begin{cases}T_1^C=\bar{T}^{\sup}\ (\text{N1})\\ \frac{1}{2}T_1^C+\frac{1}{2}T_2^C+T_2^H=\bar{T}^{\sup}\ (\text{A})\\ \frac{1}{2}T_1^C-T_1^H+\frac{1}{2}T_2^C=\bar{T}^{\inf}\ (\text{B})\\ T_2^C=\bar{T}^{\inf}\ (\text{N2})\end{cases}$$

admettant la solution suivante :

$$\begin{cases}T_1^C=\bar{T}^{\sup}\\ T_2^C=\bar{T}^{\inf}\\ T_1^H=T_2^H=\dfrac{\bar{T}^{\sup}-\bar{T}^{\inf}}{2}\end{cases},$$

dont application numérique revient à imposer : $\begin{cases}T_1^C=20\,°C\\ T_2^C=10\,°C\\ T_1^H=T_2^H=5\,°C\end{cases}$

## 2.2 Grandeurs et résultats de référence

On teste d'abord les valeurs des degrés de liberté classique `TEMP` et Heaviside `H1` (notés respectivement $T^C$ et $T^H$ au paragraphe 2.1) du champ de température en sortie de l'opérateur `THER_LINEAIRE` [U4.54.01], aux nœuds situés juste en dessous et au dessus de l'interface. On s'assure de bien retrouver les valeurs déterminées au paragraphe 2.1.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| Identification | Référence |
|---|---|
| TEMP pour tous les nœuds situés juste au dessus de l'interface | $20.\,°C$ |
| TEMP pour tous les nœuds situés juste en dessous de l'interface | $10.\,°C$ |
| H1 pour tous les nœuds situés juste en dessous/au dessus de l'interface | $5.\,°C$ |

L'opérateur POST_MAIL_XFEM [U4.82.21] permet de mailler les fissures représentées par la méthode X-FEM. L'opérateur POST_CHAM_XFEM [U4.82.22], permet ensuite d'exporter les résultats X-FEM sur ce nouveau maillage. Ces deux opérateurs ne sont à utiliser que de façon postérieure au calcul à des vues de post-traitement. Ils permettent de générer des nœuds juste en dessous et au dessus de l'interface et d'y exhiber le champ des inconnues nodales (ici le champ de température). On teste alors la valeur du champ de température TEMP (noté $T$ au paragraphe 2.1) en sortie de POST_CHAM_XFEM, aux nœuds situés juste en dessous et au dessus de l'interface. On s'assure de bien retrouver les valeurs déterminées au paragraphe 2.1.

| Identification | Référence |
|---|---|
| TEMP pour tous les nœuds situés juste en dessous de l'interface | $10.\,°C$ |
| TEMP pour tous les nœuds situés juste au dessus de l'interface | $20.\,°C$ |

Enfin, on teste la valeur de l'unique composante TEMP du champ TEMP_ELGA (champ de température par éléments aux points de Gauss, calculé uniquement sur les éléments X-FEM par l'opérateur THER_LINEAIRE) sur les points de Gauss des éléments enrichis.

| Identification | Référence |
|---|---|
| TEMP sur les points de Gauss situés en dessous de l'interface | $10.\,°C$ |
| TEMP sur les points de Gauss situés au dessus de l'interface | $20.\,°C$ |

***Remarque :*** *Les éléments X-FEM contiennent un nombre important de points d'intégration (pouvant s'élever à 480 pour les éléments thermiques s'appuyant sur la maille HEXA8) du fait du découpage en sous-éléments. De plus, comme la position de la fissure conditionne le résultat de la procédure de sous-découpage, ce nombre est variable pour un même type d'élément. On ne teste donc pas la valeur de la composante TEMP du champ TEMP_ELGA sur tous les points d'intégration des éléments X-FEM, et on se contente de la tester :*

- *en un seul point d'intégration pour les éléments enrichis n'étant pas traversés par l'interface (la valeur étant constante sur l'élément)*
- *en deux points d'intégration pour les éléments enrichis traversés par l'interface (le premier situé en dessous de l'interface, le second au dessus), et ce uniquement pour les modélisations A, F, et I (maillage réglé en HEXA8 ou QUAD4 )*



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise la modélisation 3D du phénomène THERMIQUE.

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte 5 hexaèdres réguliers de type HEXA8.

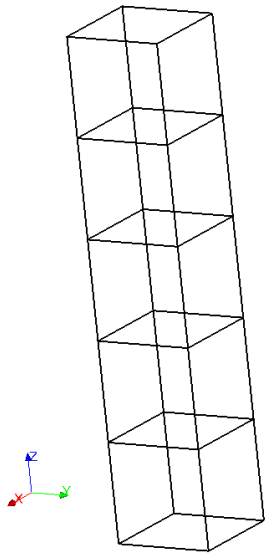


**Figure 3.2-1: Maillage A**

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste d'abord les valeurs des degrés de liberté classique TEMP et Heaviside H1 du champ de température en sortie de l'opérateur THER_LINEAIRE, aux nœuds situés juste en dessous (4 nœuds) et au dessus de l'interface (4 nœuds).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds situés juste au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste en dessous / au dessus de l'interface - *H1* | 'ANALYTIQUE' | 5 | 0,1% |

On teste ensuite la valeur du degré de liberté TEMP du champ de température en sortie de POST_CHAM_XFEM, aux nœuds situés juste en dessous et au dessus de l'interface.

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds situés juste en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |

On teste enfin la valeur de la composante TEMP du champ TEMP_ELGA sur les points de Gauss situés en dessous et au dessus de l'interface (*cf.* remarque page 6).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Sur les points de Gauss situés en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Sur les points de Gauss situés au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation B

Cette modélisation est exactement la même que la modélisation A. La seule différence réside dans le maillage : les HEXA8 du maillage A sont découpés en PENTA6.

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise la modélisation 3D du phénomène THERMIQUE.

## 4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte 10 mailles de type PENTA6.

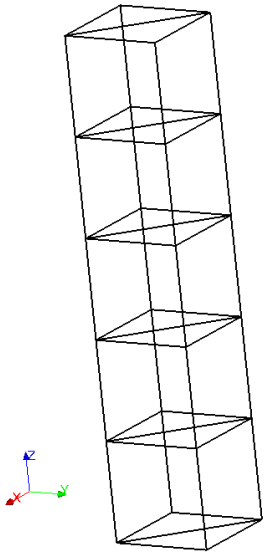


**Figure 4.2-1: Maillage B**

## 4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste d'abord les valeurs des degrés de liberté classique TEMP et Heaviside H1 du champ de température en sortie de l'opérateur THER_LINEAIRE, aux nœuds situés juste en dessous (4 nœuds) et au dessus de l'interface (4 nœuds).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds situés juste au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste en dessous / au dessus de l'interface - *H1* | 'ANALYTIQUE' | 5 | 0,1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On teste ensuite la valeur du degré de liberté TEMP du champ de température en sortie de POST_CHAM_XFEM, aux nœuds situés juste en dessous et au dessus de l'interface.

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds situés juste en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |

On teste enfin la valeur de la composante TEMP du champ TEMP_ELGA sur les points de Gauss situés en dessous et au dessus de l'interface (*cf.* remarque page 6).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Sur les points de Gauss situés en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Sur les points de Gauss situés au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Modélisation C

Cette modélisation est exactement la même que la modélisation A. La seule différence réside dans le maillage : les HEXA8 du maillage A sont découpés en TETRA4.

## 5.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise la modélisation 3D du phénomène THERMIQUE.

## 5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte 30 mailles de type TETRA4.

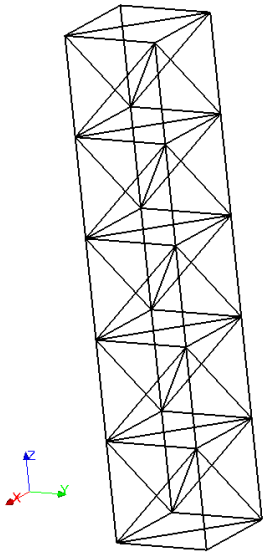


**Figure 5.2-1: Maillage C**

## 5.3 Grandeurs testées et résultats

On teste d'abord les valeurs des degrés de liberté classique TEMP et Heaviside H1 du champ de température en sortie de l'opérateur THER_LINEAIRE, aux nœuds situés juste en dessous (4 nœuds) et au dessus de l'interface (4 nœuds).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds situés juste au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste en dessous / au dessus de l'interface - *H1* | 'ANALYTIQUE' | 5 | 0,1% |

On teste ensuite la valeur du degré de liberté TEMP du champ de température en sortie de POST_CHAM_XFEM, aux nœuds situés juste en dessous et au dessus de l'interface.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds situés juste en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |

On teste enfin la valeur de la composante TEMP du champ TEMP_ELGA sur les points de Gauss situés en dessous et au dessus de l'interface (*cf.* remarque page 6).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Sur les points de Gauss situés en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Sur les points de Gauss situés au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 6 Modélisation D

Cette modélisation est exactement la même que la modélisation A. La seule différence réside dans le maillage : on appelle MACR_ADAP_MAIL [U7.03.01] pour raffiner certaines mailles HEXA8, ce qui a pour conséquence de générer des mailles PYRA5 (et TETRA4).

## 6.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise la modélisation 3D du phénomène THERMIQUE.

## 6.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte 3 mailles de type HEXA8, 8 mailles de type TETRA4 et 10 mailles de type PYRA5.

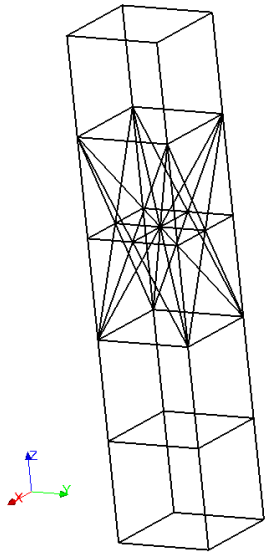


**Figure 6.2-1: Maillage D**

## 6.3 Grandeurs testées et résultats

On teste d'abord les valeurs des degrés de liberté classique TEMP et Heaviside H1 du champ de température en sortie de l'opérateur THER_LINEAIRE, aux nœuds situés juste en dessous (4 nœuds) et au dessus de l'interface (4 nœuds).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds situés juste au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste en dessous / au dessus de l'interface - *H1* | 'ANALYTIQUE' | 5 | 0,1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On teste ensuite la valeur du degré de liberté TEMP du champ de température en sortie de POST_CHAM_XFEM, aux nœuds situés juste en dessous et au dessus de l'interface.

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds situés juste en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |

On teste enfin la valeur de la composante TEMP du champ TEMP_ELGA sur les points de Gauss situés en dessous et au dessus de l'interface (*cf.* remarque page 6).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Sur les points de Gauss situés en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Sur les points de Gauss situés au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 7 Modélisation E

Pour cette modélisation, on change les valeurs des dimensions du barreau, l'équation de la level-set, ainsi que le maillage. Les conditions aux limites restent inchangées.
La position géométrique de l'interface choisie, génère une configuration a priori défavorable pour la méthode X-FEM. Toutefois, avec la nouvelle formulation de l'enrichissement X-FEM [R7.02.12], on constate que le conditionnement du problème n'est pas dégradé. Et la précision de la solution est comparable aux autres modélisations. Il serait même envisageable de baisser les tolérances analytiques jusqu'à la précision machine.

## 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Pour cette modélisation, les valeurs dimensions du barreau sont :

$$Lx=1\text{m}\ ,\ Ly=1\text{m}\ \text{ et }\ Lz=7\text{m}$$

ainsi que l'équation de la level-set, on considère ici une interface plane de normale $n=(-1,1,1)^T$ et passant par le point $A$ de coordonnées $(0.5,\ -0.5(1-\delta),\ 0.5)$.

L'interface est introduite par une level set $LSN$ (voir Figure 7.2-1) d'équation :

$$LSN\ :\ -x+y+z-(-0.5+\delta)$$

Enfin, on utilise la modélisation 3D du phénomène THERMIQUE.

## 7.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte 7 mailles de type HEXA8. Ce choix permet de s'assurer d'avoir des éléments « classiques » (non X-FEM) aux deux extrémités du barreau (voir Figure 7.2-1), et donc d'imposer les conditions aux limites sur des nœuds ne portant pas de degrés de liberté enrichis.

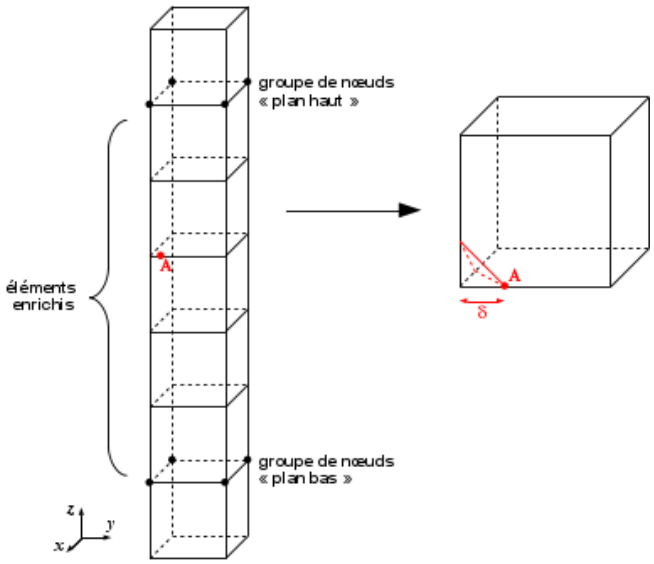



**Figure 7.2-1: Maillage E et position de la level-set**

## 7.3 Grandeurs testées et résultats

On teste d'abord les valeurs des degrés de liberté classiques TEMP et Heaviside H1 du champ de température en sortie de l'opérateur THER_LINEAIRE, sur les quatre nœuds qui constituent le groupe



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

« plan bas » et sur les quatre nœuds qui constituent le groupe « plan haut » (voir Figure 7.2-1). Ces nœuds étant partagés par des éléments classiques et enrichis, les degrés de liberté Heaviside H1 doivent être nuls et les degrés de liberté classiques TEMP doivent correspondre à la température physique ( $\bar{T}^{\inf}$ ou $\bar{T}^{\sup}$ ).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds du groupe « plan bas » - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds du groupe « plan bas » - *H1* | 'ANALYTIQUE' | 0 | 0,1% |
| Tous les nœuds du groupe « plan haut » - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |
| Tous les nœuds du groupe « plan haut » - *H1* | 'ANALYTIQUE' | 0 | 0,1% |

On teste ensuite la valeur du degré de liberté TEMP du champ de température en sortie de POST_CHAM_XFEM, sur les quatre nœuds qui constituent le groupe « plan bas » et sur les quatre nœuds qui constituent le groupe « plan haut » (voir Figure 7.2-1).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds du groupe « plan bas » - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds du groupe « plan haut » - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |

On teste enfin la valeur de la composante TEMP du champ TEMP_ELGA sur les points de Gauss situés en dessous et au dessus de l'interface (*cf.* remarque page 6).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Sur les points de Gauss situés en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Sur les points de Gauss situés au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 8 Modélisation F

Cette modélisation correspond au problème de référence 2D décrit à la page 2.

## 8.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise la modélisation PLAN du phénomène THERMIQUE.

## 8.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte 5 mailles de type QUAD4.

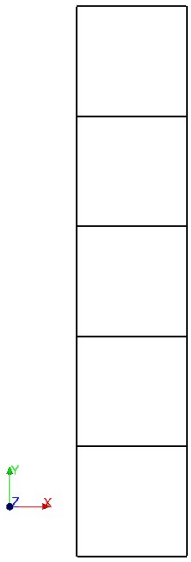


**Figure 8.2-1: Maillage F**

## 8.3 Grandeurs testées et résultats

On teste d'abord les valeurs des degrés de liberté classique TEMP et Heaviside H1 du champ de température en sortie de l'opérateur THER_LINEAIRE, aux nœuds situés juste en dessous (2 nœuds) et au dessus de l'interface (2 nœuds).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds situés juste au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste en dessous / au dessus de l'interface - *H1* | 'ANALYTIQUE' | 5 | 0,1% |

On teste ensuite la valeur du degré de liberté TEMP du champ de température en sortie de POST_CHAM_XFEM, aux nœuds situés juste en dessous et au dessus de l'interface.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds situés juste en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste au dessus de l'interface *TEMP* - | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |

On teste enfin la valeur de la composante TEMP du champ TEMP_ELGA sur les points de Gauss situés en dessous et au dessus de l'interface (*cf.* remarque page 6).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Sur les points de Gauss situés en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Sur les points de Gauss situés au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 9 Modélisation G

Cette modélisation est exactement la même que la modélisation F. La seule différence réside dans le maillage : les QUAD4 du maillage F sont découpés en TRIA3.

## 9.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise la modélisation PLAN du phénomène THERMIQUE.

## 9.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte 10 mailles de type TRIA3.

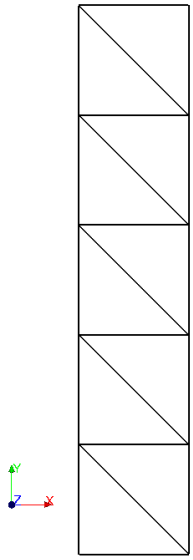


**Figure 9.2-1: Maillage G**

## 9.3 Grandeurs testées et résultats

On teste d'abord les valeurs des degrés de liberté classique TEMP et Heaviside H1 du champ de température en sortie de l'opérateur THER_LINEAIRE, aux nœuds situés juste en dessous (2 nœuds) et au dessus de l'interface (2 nœuds).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds situés juste au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste en dessous / au dessus de l'interface - *H1* | 'ANALYTIQUE' | 5 | 0,1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On teste ensuite la valeur du degré de liberté TEMP du champ de température en sortie de POST_CHAM_XFEM, aux nœuds situés juste en dessous et au dessus de l'interface.

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds situés juste en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste au dessus de l'interface *TEMP* - | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |

On teste enfin la valeur de la composante TEMP du champ TEMP_ELGA sur les points de Gauss situés en dessous et au dessus de l'interface (*cf.* remarque page 6).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Sur les points de Gauss situés en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Sur les points de Gauss situés au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 10 Modélisation H

Pour cette modélisation, on change les valeurs des dimensions du barreau, l'équation de la level-set, ainsi que le maillage. Les conditions aux limites restent inchangées.
La position géométrique de l'interface choisie, génère une configuration a priori défavorable pour la méthode X-FEM. Toutefois, avec la nouvelle formulation de l'enrichissement X-FEM [R7.02.12], on constate que le conditionnement du problème n'est pas dégradé. Et la précision de la solution est comparable aux autres modélisations. Il serait même envisageable de baisser les tolérances analytiques jusqu'à la précision machine.

## 10.1 Caractéristiques de la modélisation

Pour cette modélisation, les valeurs dimensions du barreau sont :

$$Lx=1\mathrm{m} \text{ et } Ly=7\mathrm{m}$$

ainsi que l'équation de la level-set, on considère ici une interface plane de normale $n=(1,1)^T$ et passant par le point $A$ de coordonnées $(-0.5(1-\delta),\ 0.5)$.

L'interface est introduite par une level set $LSN$ (voir Figure 10.2-1) d'équation :

$$LSN \ : \ x+y-\delta$$

Enfin, on utilise la modélisation PLAN du phénomène THERMIQUE.

## 10.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte 7 mailles de type QUAD4. Ce choix permet de s'assurer d'avoir des éléments « classiques » (non X-FEM) aux deux extrémités du barreau (voir Figure 10.2-1), et donc d'imposer les conditions aux limites sur des nœuds ne portant pas de degrés de liberté enrichis.

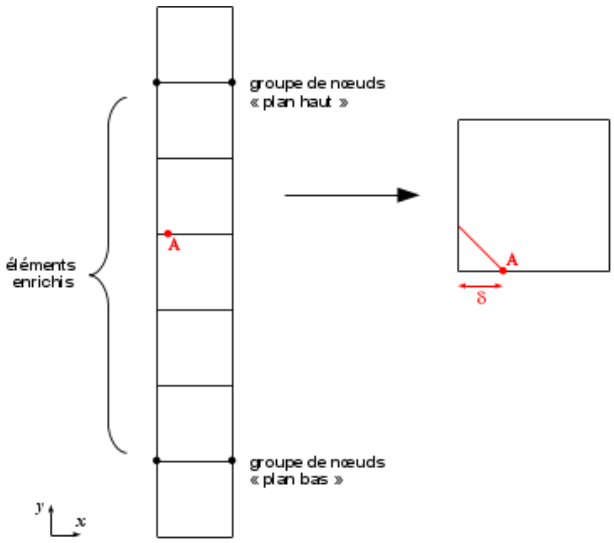



**Figure 10.2-1: maillage H et position de la level-set**

## 10.3 Grandeurs testées et résultats

On teste d'abord les valeurs des degrés de liberté classique TEMP et Heaviside H1 du champ de température en sortie de l'opérateur THER_LINEAIRE, sur les deux nœuds qui constituent le groupe



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

« plan bas » et sur les deux nœuds qui constituent le groupe « plan haut » (voir Figure 10.2-1). Ces nœuds étant partagés par des éléments classiques et enrichis, les degrés de liberté Heaviside H1 doivent être nuls et les degrés de liberté classiques TEMP doivent correspondre à la température physique ( $\bar{T}^{\inf}$ ou $\bar{T}^{\sup}$ ).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds du groupe « plan bas » - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds du groupe « plan bas » - *H1* | 'ANALYTIQUE' | 0 | 0,1% |
| Tous les nœuds du groupe « plan haut » - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |
| Tous les nœuds du groupe « plan haut » - *H1* | 'ANALYTIQUE' | 0 | 0,1% |

On teste ensuite la valeur du degré de liberté TEMP du champ de température en sortie de POST_CHAM_XFEM, sur les deux nœuds qui constituent le groupe « plan bas » et sur les deux nœuds qui constituent le groupe « plan haut » (voir Figure 10.2-1).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds du groupe « plan bas » - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds du groupe « plan haut » - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |

On teste enfin la valeur de la composante TEMP du champ TEMP_ELGA sur les points de Gauss situés en dessous et au dessus de l'interface (*cf.* remarque page 6).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Sur les points de Gauss situés en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Sur les points de Gauss situés au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 11 Modélisation I

Cette modélisation s'appuie sur l'ensemble des caractéristiques du problème de référence 2D décrit à la page 2., sauf que l'on considère une modélisation axisymétrique. Il s'agit donc d'un barreau cylindrique, mais la solution analytique décrite à la page 4 reste valable pour ce problème.

## 11.1 Caractéristiques de la modélisation

Pour cette modélisation, le barreau est cylindrique et ses dimensions sont les suivantes :

- rayon $Lx=0,5\,m$
- hauteur $Ly=5\mathrm{m}$

L'interface est introduite à mi-hauteur du barreau par une level set $LSN$ d'équation :

$$LSN \ : \ y$$

On utilise la modélisation AXIS du phénomène THERMIQUE.

## 11.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte 5 mailles de type QUAD4.

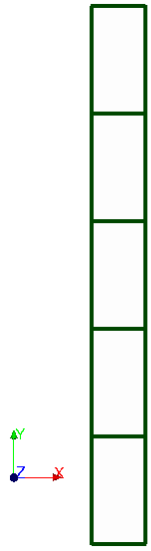



**Figure 11.2-1: Maillage I**

## 11.3 Grandeurs testées et résultats

On teste d'abord les valeurs des degrés de liberté classique TEMP et Heaviside H1 du champ de température en sortie de l'opérateur THER_LINEAIRE, aux nœuds situés juste en dessous (2 nœuds) et au dessus de l'interface (2 nœuds).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds situés juste au dessus de | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| | | | |
|---|---|---|---|
| l'interface - *TEMP* | | | |
| Tous les nœuds situés juste en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste en dessous / au dessus de l'interface - *H1* | 'ANALYTIQUE' | 5 | 0,1% |

On teste ensuite la valeur du degré de liberté TEMP du champ de température en sortie de POST_CHAM_XFEM, aux nœuds situés juste en dessous et au dessus de l'interface.

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds situés juste en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste au dessus de l'interface *TEMP* - | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |

On teste enfin la valeur de la composante TEMP du champ TEMP_ELGA sur les points de Gauss situés en dessous et au dessus de l'interface (*cf.* remarque page 6).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Sur les points de Gauss situés en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Sur les points de Gauss situés au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 12 Modélisation J

Cette modélisation s'appuie sur l'ensemble des caractéristiques du problème de référence 2D décrit à la page 2., sauf que l'on considère une modélisation axisymétrique. Il s'agit donc d'un barreau cylindrique, mais la solution analytique décrite à la page 4 reste valable pour ce problème.

## 12.1 Caractéristiques de la modélisation

Pour cette modélisation, le barreau est cylindrique et ses dimensions sont les suivantes :

- rayon $Lx=0,5\,m$
- hauteur $Ly=5\mathrm{m}$

L'interface est introduite à mi-hauteur du barreau par une level set $LSN$ d'équation :

$$LSN \ : \ y$$

On utilise la modélisation AXIS du phénomène THERMIQUE.

## 12.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte 5 mailles de type TRIA3.

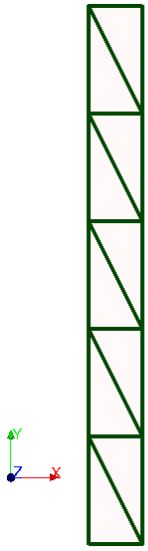


**Figure 12.2-1:**
**Maillage J**

## 12.3 Grandeurs testées et résultats

On teste d'abord les valeurs des degrés de liberté classique TEMP et Heaviside H1 du champ de température en sortie de l'opérateur THER_LINEAIRE, aux nœuds situés juste en dessous (2 nœuds) et au dessus de l'interface (2 nœuds).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds situés juste au dessus de | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| | | | |
|---|---|---|---|
| l'interface - *TEMP* | | | |
| Tous les nœuds situés juste en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste en dessous / au dessus de l'interface - *H1* | 'ANALYTIQUE' | 5 | 0,1% |

On teste ensuite la valeur du degré de liberté TEMP du champ de température en sortie de POST_CHAM_XFEM, aux nœuds situés juste en dessous et au dessus de l'interface.

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Tous les nœuds situés juste en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Tous les nœuds situés juste au dessus de l'interface *TEMP* - | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |

On teste enfin la valeur de la composante TEMP du champ TEMP_ELGA sur les points de Gauss situés en dessous et au dessus de l'interface (*cf.* remarque page 6).

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Sur les points de Gauss situés en dessous de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 10 | 0,1% |
| Sur les points de Gauss situés au dessus de l'interface - *TEMP* | 'ANALYTIQUE' | 20 | 0,1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 13 Synthèse des résultats

Les objectifs de ce test sont atteints :

- Valider la prise en compte de l'enrichissement par la fonction Heaviside des fonctions de forme classiques.
- De plus, les modélisation E et H permettent de valider l'apport du nouvel enrichissement X-FEM [R7.02.12] : la position de l'interface n'a plus l'incidence sur la précision des résultats et le conditionnement.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)