TPLV100 - Cylindre soumis à des conditions aux limites non axisymétriques

Résumé :

Il s'agit d'un test en thermique stationnaire avec modélisation de Fourier.

Ce test valide tous les éléments de Fourier en thermique (5 modélisations différentes) avec différents types de conditions aux limites : température imposée, échange, flux imposé, source de chaleur.

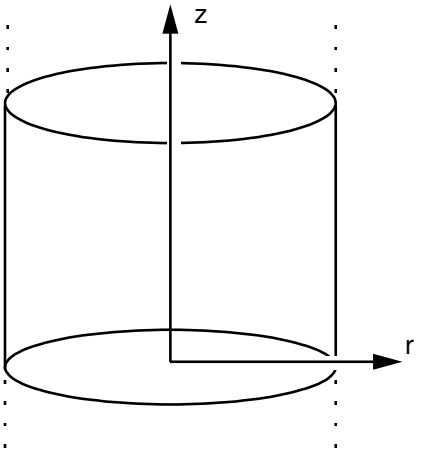
L'intérêt du test, outre la validation de la thermique Fourier, réside dans les points suivants :

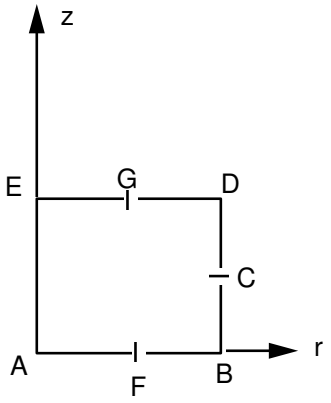
- comparaison des résultats avec une solution analytique sur différentes harmoniques de Fourier (1, 2 et 3),
- homogénéité des éléments entre eux.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie





Rayon du cylindre $R=1\ m$.

1.2 Propriétés de matériaux

$\lambda=1\ W/m°C$

1.3 Conditions aux limites et chargements

$[EA]$: température imposée	$T=T_0=0.°C$
$[BC]$: flux imposé	$\Phi=\Phi_0=2.W/m2°C$
$[CD]$: échange	$h=2.W/m^2°C$
	$T_{ext}=2.°C$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

$$T(r,z,\theta)=R^2\cos l\,\theta$$

avec l numéro de l'harmonique de Fourier

$$-\Delta T=(l^2-4)\cos l\,\theta=S$$

$$\vec{\Phi}=-(\lambda\vec{\nabla}T)=\begin{bmatrix}-2r\cos l\,\theta\\0.\\+(lr\sin l\,\theta)\end{bmatrix}$$

sur $[AB]$ et $[ED]$: $\Phi_0=\vec{\Phi}.\vec{n}=0.$

sur $[BC]$: $\Phi_0=2R=2.$

sur $[CD]$: $\vec{\Phi}.\vec{n}=2R=\frac{2}{R}(2R^2-R^2)=h(T_{ext}-T)$

d'où $h=\frac{2}{R}=2.$

$T_{ext}=2R^2=2.$

Seul le terme source varie suivant l'harmonique $(S^l(r,z)=l^2-4)$

Dans les modélisations suivantes, on résoudra le problème sur les harmoniques 1, 2 et 3.

2.2 Résultats de référence

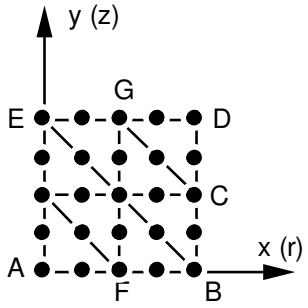
Températures et flux aux points B, C, D, F, G.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

AXIS-FOURIER (TRIA6)



	r	z	noeud
A	0.	0.	N1
B	1.	0.	N7
C	1.	0.5	N8
D	1.	1.	N9
E	0.	1.	N3
F	0.5	0.	N4
G	0.5	1.	N6

Les axes de description du maillage sont $x(r)$ et $y(z)$.

Mode - Fourier : 1 $T(A)=0.$

$S=-3.$	sur tout le domaine
$[BC]$:	$\phi=2.$
$[CD]$:	$h=2.$ $T_{ext}=2.$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 25.
Nombre de mailles et types : 8 TRIA6

3.3 Remarques

Le numéro du mode de Fourier n'affectant pas le chargement, le mot clé MODE_FOURIER n'est pas nécessaire dans la commande CALC_VECT_ELEM.

L'utilisation de la commande CREA_CHAMP / ASSE n'est pas une recombinaison de Fourier mais une simple validation de ce mot clé.

3.4 Valeurs testées

	Identification	Référence
$\theta=0$	$T(B)$	1.
	$T(F)$	0.25
	$\phi_r(B)$	–2
	$\phi_r(F)$	–1.
	$\phi_\theta(B)$	1.
	$\phi_\theta(F)$	0.5
	$\phi_z(B)$	0.
	$\phi_z(F)$	0.
$\theta=45$	$T(B)$	0.7071
	$T(F)$	0.177
	$\phi_r(B)$	–1.414
	$\phi_r(F)$	–0.7071

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	$\Phi_\theta(B)$	–0.707
	$\Phi_\theta(F)$	–0.3535
	$\Phi_z(B)$	0.
	$\Phi_z(F)$	0.
$\theta=135$	$T(B)$	–0.707
	$T(F)$	–0.177
	$\Phi_r(B)$	1.414
	$\Phi_r(F)$	0.707
	$\Phi_\theta(B)$	–0.707
	$\Phi_\theta(F)$	–0.3535
	$\Phi_z(B)$	0.
	$\Phi_z(F)$	0.

3.5 Remarques

Les valeurs des flux aux nœuds sont moyennées sur les éléments contenant ce nœud.

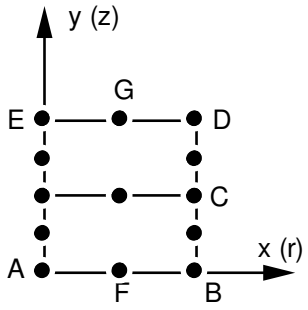
On remarque que la solution exacte n'est pas trouvée. Ceci est du au fait que l'intégration numérique de la matrice de rigidité thermique est approchée (formule à 3 points de GAUSS). Si on utilisait une formule à 6 points, on trouverait la solution exactement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

AXIS_FOURIER (QUAD8)



	r	z	noeud
A	0.	0.	N1
B	1.	0.	N4
C	1.	0.5	N5
D	1.	1.	N6
E	0.	1.	N3
F	0.5	0.	N7
G	0.5	1.	N12

Les axes de description du maillage sont $x(r)$ et $y(z)$.

Mode - Fourier : 2 $T(A)=0.$
Pas de terme source car $S^{l}(r,z)=0.$ pour $l_{.}=2$

$[BC]$: $\phi=2.$
$[CD]$: $h=2.$ $T_{ext}=2.$

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 13.
Nombre de mailles et types : 2 QUAD8

4.3 Remarques

Le numéro du mode de Fourier n'affectant pas le chargement, le mot clé MODE_FOURIER n'est pas nécessaire dans la commande CALC_VECT_ELEM.

4.4 Valeurs testées

Identification	Référence
$T(B)$	1.
$T(C)$	1.
$T(D)$	1.
$T(F)$	0.25
$T(G)$	0.25
$\phi_r(B)$	–2.
$\phi_r(C)$	–2.
$\phi_r(D)$	–2.
$\phi_r(F)$	–1.
$\phi_r(G)$	–1.
$\phi_\theta(B)$	2.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$\Phi_\theta(C)$	2.
$\Phi_\theta(D)$	2.
$\Phi_\theta(F)$	1.
$\Phi_\theta(G)$	1.
$\Phi_z(B)$	0.
$\Phi_z(C)$	0.
$\Phi_z(D)$	0.
$\Phi_z(F)$	0.
$\Phi_z(G)$	0.

4.5 Remarques

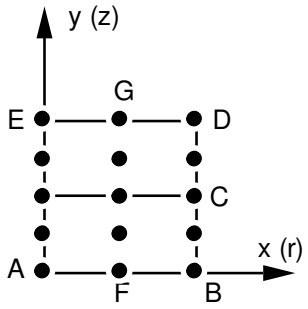
La solution analytique est trouvée exactement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

AXIS_FOURIER (QUAD9)



	r	z	noeud
A	0.	0.	N1
B	1.	0.	N4
C	1.	0.5	N5
D	1.	1.	N6
E	0.	1.	N3
F	0.5	0.	N7
G	0.5	1.	N12

Les axes de description du maillage sont $x(r)$ et $y(z)$.

Mode - Fourier : 3 $T(A)=0.$

$S=5.$ sur tout le domaine
$[BC]$: $\phi=2.$
$[CD]$: $h=2.$ $T_{ext}=2.$

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 15.
Nombre de mailles et types : 2 QUAD9

5.3 Remarques

Le numéro du mode de Fourier n'affectant pas le chargement, le mot clé MODE_FOURIER n'est pas nécessaire dans la commande CALC_VECT_ELEM.

5.4 Valeurs testées

Identification	Référence
$T(B)$	1.
$T(C)$	1.
$T(D)$	1.
$T(F)$	0.25
$T(G)$	0.25
$\phi_r(B)$	–2.
$\phi_r(C)$	–2.
$\phi_r(D)$	–2.
$\phi_r(F)$	–1.
$\phi_r(G)$	–1.
$\phi_\theta(B)$	3.
$\phi_\theta(C)$	3.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$\Phi_\theta(D)$	3.
$\Phi_\theta(F)$	1.5
$\Phi_\theta(G)$	1.5
$\Phi_z(B)$	0.
$\Phi_z(C)$	0.
$\Phi_z(D)$	0.
$\Phi_z(F)$	0.
$\Phi_z(G)$	0.

5.5 Remarques

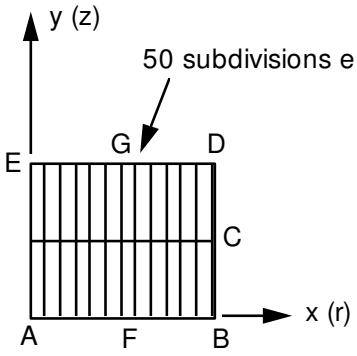
La solution analytique est trouvée exactement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

AXIS_FOURIER (QUAD4)



	r	z	nœud
A	0.	0.	N1
B	1.	0.	N151
C	1.	0.5	N152
D	1.	1.	N153
E	0.	1.	N3
F	0.5	0.	N76
G	0.5	1.	N78

Les axes de description du maillage sont $x(r)$ et $y(z)$.

Mode - Fourier : 2 $T(A)=0.$

$S=0.$ sur tout le domaine
$[BC]$: $\phi=2.$
$[CD]$: $h=2.$ $T_{ext}=2.$

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 153
Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

6.3 Remarques

Le numéro du mode de Fourier n'affectant pas le chargement, le mot clé MODE_FOURIER n'est pas nécessaire dans la commande CALC_VECT_ELEM.

6.4 Valeurs testées

Identification	Référence
$T(B)$	1.
$T(C)$	1.
$T(D)$	1.
$T(F)$	0.25
$T(G)$	0.25
$\phi_r(B)$	–2.
$\phi_r(C)$	–2.
$\phi_r(D)$	–2.
$\phi_r(F)$	–1.
$\phi_r(G)$	–1.
$\phi_\theta(B)$	2.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$\Phi_\theta(C)$	2.
$\Phi_\theta(D)$	2.
$\Phi_\theta(F)$	1.
$\Phi_\theta(G)$	1.
$\Phi_z(B)$	0.
$\Phi_z(C)$	0.
$\Phi_z(D)$	0.
$\Phi_z(F)$	0.
$\Phi_z(G)$	0.

6.5 Remarques

La mauvaise précision enregistrée sur $\Phi_r(B)$, $\Phi_r(C)$, $\Phi_r(D)$ s'explique par le fait que B, C et D sont des nœuds du bord, donc les flux ne sont pas moyennés sur des éléments adjacents dans la direction du gradient de température (direction r).

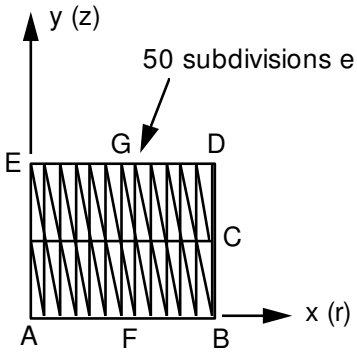
Ce phénomène ne se retrouve pas sur Φ_θ, car Φ_θ est pondéré par $1/r$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

AXIS_FOURIER (TRIA3)



	r	z	nœud
A	0.	0.	N1
B	1.	0.	N151
C	1.	0.5	N152
D	1.	1.	N153
E	0.	1.	N3
F	0.5	0.	N76
G	0.5	1.	N78

Les axes de description du maillage sont $x(r)$ et $y(z)$.

Mode - Fourier : 2 $T(A)=0.$

$S=0.$ sur tout le domaine
$[BC]$: $\phi=2.$
$[CD]$: $h=2.$ $T_{ext}=2.$

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 153
Nombre de mailles et types : 200 TRIA3

7.3 Remarques

Le numéro du mode de Fourier n'affectant pas le chargement, le mot clé MODE_FOURIER n'est pas nécessaire dans la commande CALC_VECT_ELEM.

7.4 Valeurs testées

Identification	Référence
$T(B)$	1.
$T(C)$	1.
$T(D)$	1.
$T(F)$	0.25
$T(G)$	0.25
$\phi_r(B)$	–2.
$\phi_r(C)$	–2.
$\phi_r(D)$	–2.
$\phi_r(F)$	–1.
$\phi_r(G)$	–1.
$\phi_\theta(B)$	2.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$\Phi_\theta(C)$	2.
$\Phi_\theta(D)$	2.
$\Phi_\theta(F)$	1.
$\Phi_\theta(G)$	1.
$\Phi_z(B)$	0.
$\Phi_z(C)$	0.
$\Phi_z(D)$	0.
$\Phi_z(F)$	0.
$\Phi_z(G)$	0.

7.5 Remarques

La mauvaise précision enregistrée sur $\Phi_r(B)$, $\Phi_r(C)$, $\Phi_r(D)$ s'explique par le fait que B, C et D sont des nœuds du bord, donc les flux ne sont pas moyennés sur des éléments adjacents dans la direction du gradient de température (direction r).

Ce phénomène ne se retrouve pas sur Φ_θ, car Φ_θ est pondéré par $1/r$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Synthèse des résultats

Ce problème est correctement résolu :

- quel que soit le numéro d'harmonique de Fourier,
- par les différents types d'éléments (degré 1 ou 2).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)