SSLV322 - Fissure longitudinale semi-elliptique débouchant en peau interne d'un tube sous pression

Résumé :

Ce test 3D en quasi-statique, entre dans le cadre de la validation des post-traitements en mécanique de la rupture élastique linéaire. La structure est un tube soumis à une pression interne et présentant une fissure semi-elliptique débouchant en peau interne.

Trois modélisations sont considérées :

- **modélisation A** : fissure maillée (FEM), maillage quadratique rayonnant en front de fissure avec éléments de Barsoum. Cette modélisation sert de référence ;
- **modélisation B** : X-FEM, avec raffinement automatique d'un maillage initial linéaire hexaédrique structuré ;
- **modélisation C** : X-FEM, avec raffinement automatique d'un maillage initial linéaire tétraédrique libre.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

La structure est un cylindre creux de hauteur $2L$, de rayon intérieur R_1 et de rayon extérieur R_2. Les rayons R_1 et R_2 définissent son épaisseur $W = R_2 - R_1$. L'axe de révolution de ce cylindre est défini par le vecteur $\vec{y}$ du repère cartésien $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, les centres de ses deux bases sont les points de coordonnées $(0, -L, 0)$ et $(0, L, 0)$ (voir Figure 1.1-1 et Figure 1.1-2).

La fissure considérée est longitudinale, semi-elliptique, et débouche en peau interne du tube. Elle est localisée dans le plan d'équation $z = 0$, et est définie par une ellipse de centre $(R_1, 0, 0)$, de demi grand axe a et de demi petit axe b (voir Figure 1.1-2).

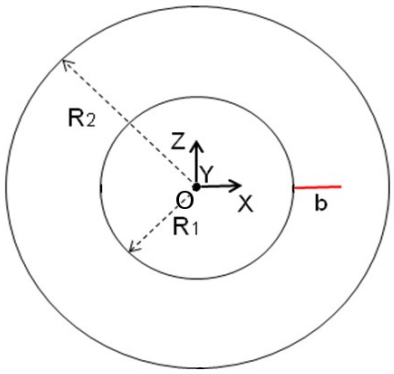


Figure 1.1-1: vue en coupe transversale (plan y=0)

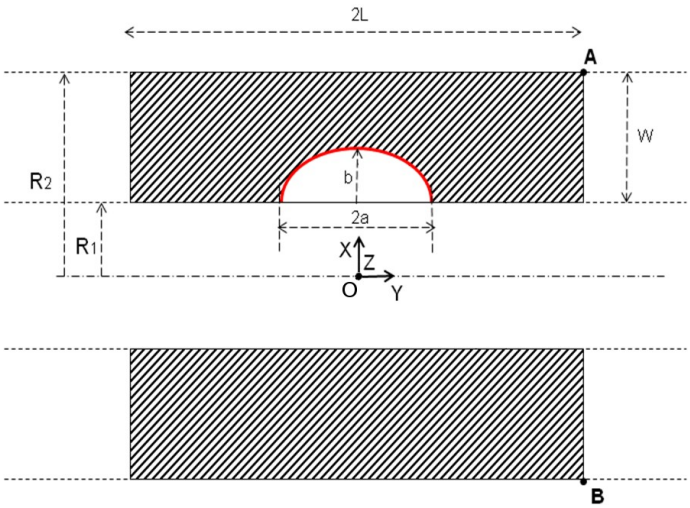


Figure 1.1-2: vue en coupe longitudinale (plan z=0 contenant les lèvres et le front de fissure)

Les valeurs numériques de ces paramètres géométriques sont les suivantes :

$2L = 12\,m$
$R_1 = 1\,m$
$R_2 = 2\,m$
$W = R_2 - R_1 = 1\,m$
$a = 0{,}25\,m$
$b = 0{,}2\,m$

On a donc :

$b/a = 0{,}8$
$R_2/R_1 = 1$
$b/W = 0{,}2$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est élastique linéaire isotrope, avec les propriétés suivantes :

- $E=210\,GPa$
- $\nu=0,3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

La peau interne du tube est soumis à une pression constante en temps et en espace $p=1\,MPa$, et **les lèvres de la fissure sont également soumises à cette même pression**. Étant donnée la symétrie du problème on ne modélise que la partie « supérieure » du tube, c'est à dire celle contenue dans le demi-espace $y\geq 0$. On désigne alors par « face inférieure » la surface définie par l'intersection du cylindre et du plan $y=0$. Les déplacements DY sont bloqués sur cette surface afin de modéliser la symétrie (voir Figure 1.3-1).

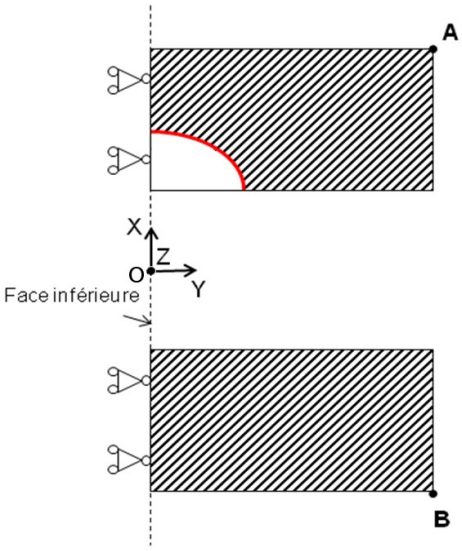


Figure 1.3-1: condition de symétrie du demi-problème

Les modes de corps rigide sont quant à eux bloqués en ajoutant à la condition de symétrie la relation linéaire $DX(A)+DX(B)=0$, où A et B désignent respectivement les points de coordonnées $(R_2, L, 0)$ et $(-R_2, L, 0)$ (voir Figure 1.3-1).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

La solution de référence est obtenue avec la modélisation A.

2.2 Grandeurs et résultats de référence

On teste la valeur du taux de restitution d'énergie G au point C de coordonnées $(R_1, a, 0)$ qui sur le demi-modèle correspond au point où le front de fissure débouche en peau interne, ainsi que la valeur de G au point D de coordonnées $(R_1+b, 0, 0)$ qui correspond au point le plus profond du front de fissure (voir Figure 2.2-1).

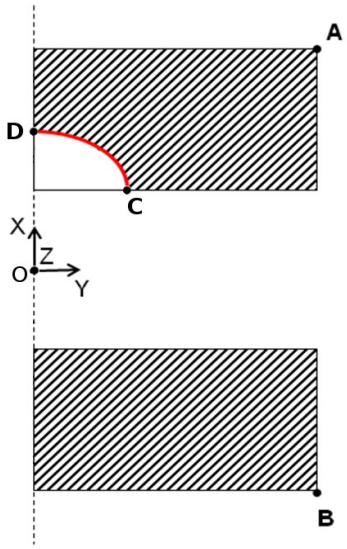


Figure 2.2-1: Position des points C et D où la valeur du taux de restitution d'énergie est testée

Les valeurs de G testées de sont exprimées en $J.m^{-2}$.

Identification	Type de référence	Valeur de référence
Point C - G	'AUTRE_ASTER'	9,21683395221
Point D - G	'AUTRE_ASTER'	7,61774576541

On teste également la valeur du facteur d'intensité des contraintes K_1 en ces même points. Les valeurs testées sont exprimées en $MPa.\sqrt{m}$

Identification	Type de référence	Valeur de référence
Point C - G	'AUTRE_ASTER'	1,09075614797
Point D - G	'AUTRE_ASTER'	1,42890497938

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.3 Remarque

Le problème de référence correspond à une solution quasi-analytique proposée dans [1]. Pour autant, on ne choisit pas cette solution comme référence. Cette solution reste cependant comparée pour chaque modélisation de ce cas-test à la solution éléments finis obtenue, sous forme de courbe d'évolution de G en fonction de l'abscisse curviligne le long du front (courbe au format xmgrace).

2.4 Références bibliographiques

[1] **Murakami, Y**. *Stress Intensity Factors Handbook, Volume 2, p. 748-750*. s.l. : The Society of Material Sciences, Pergamon Press, 1987.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise la modélisation 3D du phénomène MECANIQUE. La fissure est maillée (modélisation FEM).

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage, rayonnant autour du front de fissure, a été généré avec le plugin *blocFissure* du module *smesh* de *salome* à partir d'un maillage sain hexaédrique structuré (voir Figure 3.2-1 et Figure 3.2-2). Les éléments sont quadratiques et les pentaèdres connectés au front de fissure sont des éléments de Barsoum (utilisation dans le fichier de commande de MODI_MAILLAGE / MODI_MAILLE / OPTION='NOEUD_QUART'). Le maillage contient :

- 50193 nœuds ;
- 12962 tétraèdres ;
- 6128 hexaèdres ;
- 760 pyramides ;
- 736 pentaèdres.

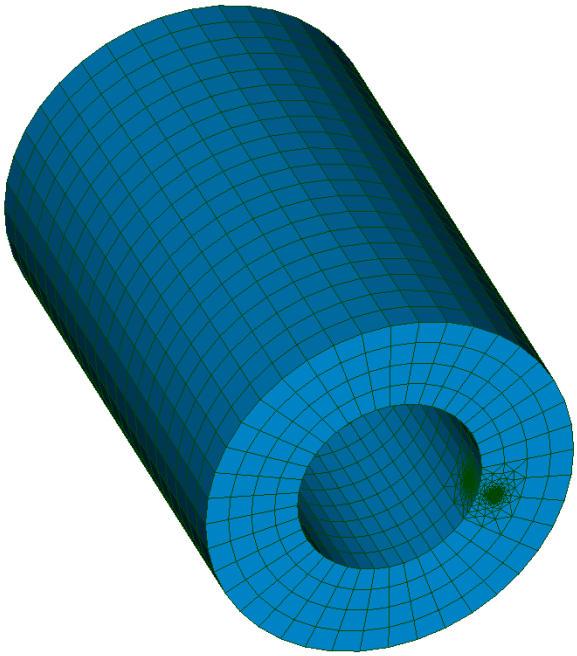


Figure 3.2-1: modélisation A, maillage fissuré

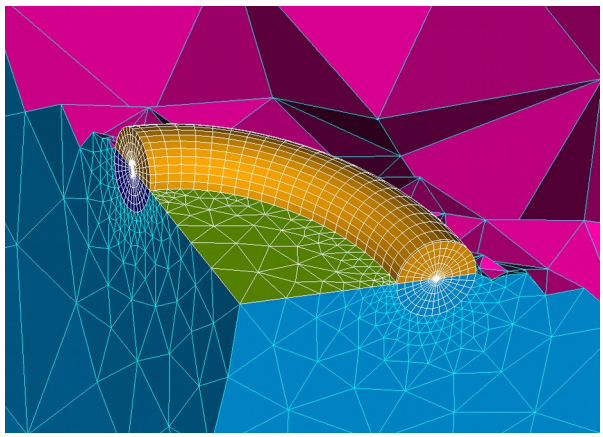


Figure 3.2-2: modélisation A, maillage fissuré, tore en front de fissure

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeur de G aux points C et D (voir Figure 2.2-1) produites par l'opérateur CALC_G. Dans le tableau ci-dessous, on désignera par « couronne 1 » le couple $\mathrm{R_INF}=0{,}016\,m$ et $\mathrm{R_SUP}=0.032\,m$, et par « couronne 2 » le couple $\mathrm{R_INF}=0{,}008\,m$ et $\mathrm{R_SUP}=0.04\,m$.

Les valeurs de référence sont celles obtenues avec la couronne 1 et un lissage LEGENDRE de degé 5. C'est pourquoi les 4 premières lignes du tableau ci-dessous correspondent à des références de type 'NON_REGRESSION' (les deux premières lignes correspondent à l'option CALC_G et les deux suivantes à l'option CALC_K_G). Pour toutes les autres lignes, il s'agit donc d'une référence de type 'AUTRE_ASTER'.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point C - G couronne 1, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_G (CGleg)	'NON_REGRESSION'	9,21683395221	1.E-4%
Point D - G couronne 1, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_G (CGleg)	'NON_REGRESSION'	7,61774576541	1.E-4%
Point C - G couronne 1, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_K_G (CGKleg)	'NON_REGRESSION'	9,21683395221	1.E-4%
Point D - G couronne 1, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_K_G (CGKleg)	'NON_REGRESSION'	7,61774576541	1.E-4%
Point C - K_1 couronne 1, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_K_G (CGKleg)	'NON_REGRESSION'	1,09075614797	1.E-4%
Point D - K_1 couronne 1, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_K_G (CGKleg)	'NON_REGRESSION'	1,42890497938	1.E-4%
Point C - G couronne 2, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_G (CGleg2)	'AUTRE_ASTER'	9,21683395221	2.E-2%
Point D - G couronne 2, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_G (CGleg2)	'AUTRE_ASTER'	7,61774576541	2.E-2%
Point C - K_1 couronne 2, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_K_G (CGKleg2)	'AUTRE_ASTER'	1,09075614797	0,8%
Point D - K_1 couronne 2, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_K_G (CGKleg2)	'AUTRE_ASTER'	1,42890497938	0,1%
Point C - G couronne 1, lissage LAGRANGE_NO_NO , option CALC_G (CGlagno)	'AUTRE_ASTER'	9,21683395221	13%
Point D - G couronne 1, lissage LAGRANGE_NO_NO , option CALC_G (CGlagno)	'AUTRE_ASTER'	7,61774576541	3%
Point C - G couronne 1, lissage LAGRANGE_NO_NO , option CALC_K_G (CGKlano)	'AUTRE_ASTER'	9,21683395221	5%
Point D - G couronne 1, lissage LAGRANGE_NO_NO , option CALC_K_G (CGKlano)	'AUTRE_ASTER'	7,61774576541	3%
Point C - G couronne 1, lissage LAGRANGE , option	'AUTRE_ASTER'	9,21683395221	21%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

CALC_G (CGlag)			
Point D - G couronne 1, lissage LAGRANGE , option CALC_G (CGlag)	'AUTRE_ASTER'	7,61774576541	6%
Point C - G couronne 1, lissage LAGRANGE , option CALC_K_G (CGKlag)	'AUTRE_ASTER'	9,21683395221	4%
Point D - G couronne 1, lissage LAGRANGE , option CALC_K_G (CGKlag)	'AUTRE_ASTER'	7,61774576541	2%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise la modélisation 3D du phénomène MECANIQUE. La fissure est maillée (modélisation XFEM).

4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage n'est pas fissuré car la fissure n'est pas maillée. On part d'un maillage sain initial hexaédrique structuré (voir Figure 4.2-1), sur lequel on opère des boucles de raffinement automatique avec les commandes RAFF_XFEM et MACR_ADAP_MAIL. Le maillage sain raffiné (voir Figure 4.2-2) avec lequel est réalisé le calcul contient :

- 40465 nœuds ;
- 9480 tétraèdres ;
- 29192 hexaèdres ;
- 23586 pyramides.

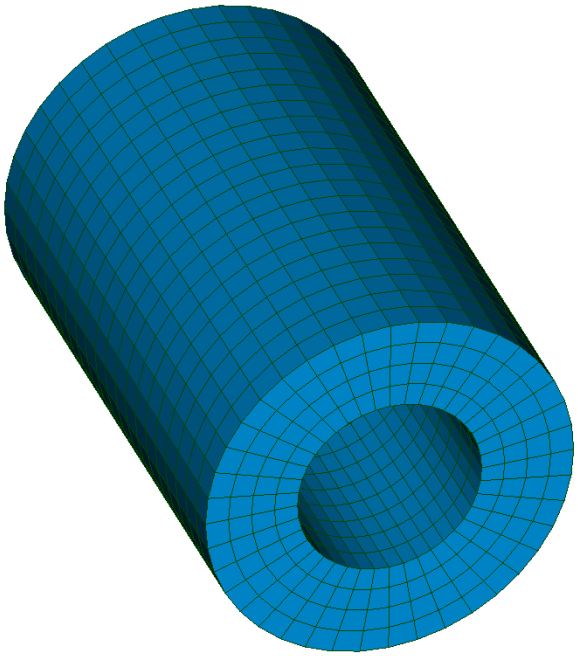


Figure 4.2-1: modélisation B, maillage sain initial

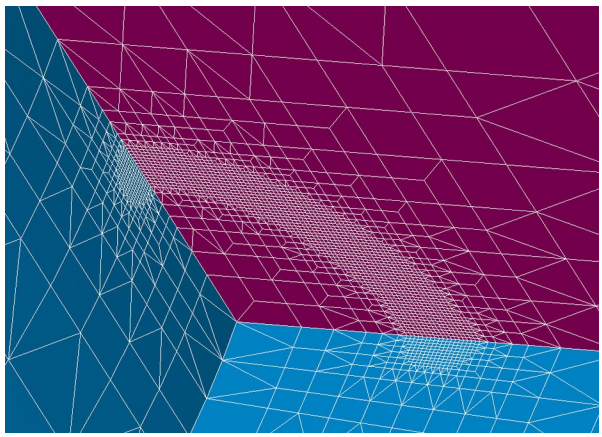


Figure 4.2-2: modélisation B, vue en coupe longitudinale du maillage sain raffiné au niveau de la position de la fissure

4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeur de G aux points C et D (voir Figure 2.2-1) produites par l'opérateur CALC_G. Dans le tableau ci-dessous, on désignera par « couronne 1 » le couple $R_{INF}=0,009375\,m$ et $\mathrm{R_SUP}=0,01875\,m$, et par « couronne 2 » le couple $\mathrm{R_INF}=0,0046875\,m$ et $\mathrm{R_SUP}=0,0234375\,m$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point C - G couronne 1, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_G (CGleg)	'AUTRE_ASTER'	9,21683395221	0.8%
Point D - G couronne 1, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_G (CGleg)	'AUTRE_ASTER'	7,61774576541	4%
Point C - G couronne 1, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_K_G (CGKleg)	'AUTRE_ASTER'	9,21683395221	0,8%
Point D - G couronne 1, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_K_G (CGKleg)	'AUTRE_ASTER'	7,61774576541	4%
Point C - K_1 couronne 1, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_K_G (CGKleg)	'AUTRE_ASTER'	1,09075614797	16%
Point D - K_1 couronne 1, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_K_G (CGKleg)	'AUTRE_ASTER'	1,42890497938	6%
Point C - G couronne 2, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_G (CGleg2)	'AUTRE_ASTER'	9,21683395221	0.6%
Point D - G couronne 2, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_G (CGleg2)	'AUTRE_ASTER'	7,61774576541	4%
Point C - K_1 couronne 2, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_K_G (CGKleg2)	'AUTRE_ASTER'	1,09075614797	16%
Point D - K_1 couronne 2, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_K_G (CGKleg2)	'AUTRE_ASTER'	1,42890497938	6%
Point C - G couronne 1, lissage LAGRANGE , option CALC_G (CGla15)	'AUTRE_ASTER'	9,21683395221	2%
Point D - G couronne 1, lissage LAGRANGE , option CALC_G (CGla15)	'AUTRE_ASTER'	7,61774576541	4%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise la modélisation 3D du phénomène MECANIQUE. La fissure est maillée (modélisation XFEM).

5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage n'est pas fissuré car la fissure n'est pas maillée. On part d'un maillage sain initial tétraédrique libre (voir Figure 5.2-1), sur lequel on opère des boucles de raffinement automatique avec les commandes RAFF_XFEM et MACR_ADAP_MAIL. Le maillage sain raffiné (voir Figure 5.2-2) avec lequel est réalisé le calcul contient :

- 32596 nœuds ;
- 180933 tétraèdres.

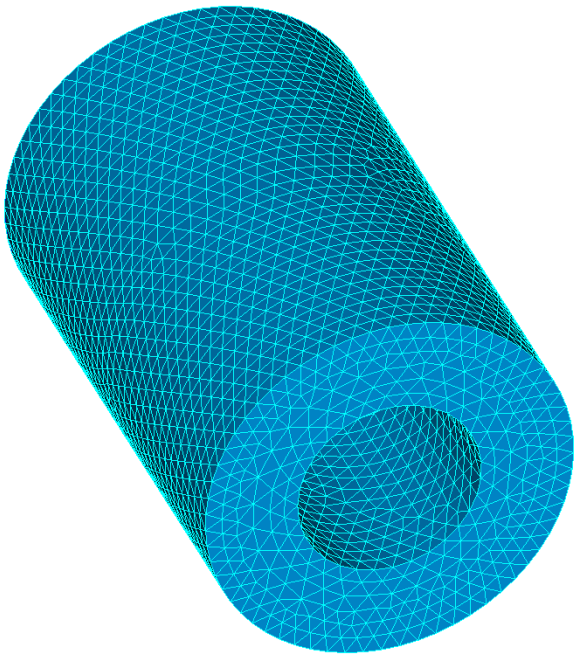


Figure 5.2-1: modélisation C, maillage sain initial

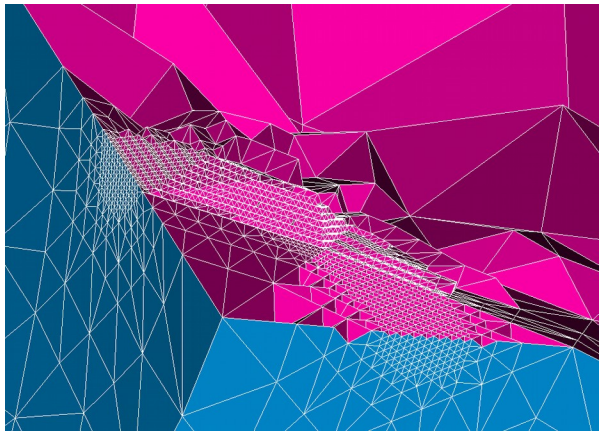


Figure 5.2-2: modélisation C, vue en coupe longitudinale du maillage sain raffiné au niveau de la position de la fissure

5.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeur de G aux points C et D (voir Figure 2.2-1) produites par l'opérateur CALC_G. Dans le tableau ci-dessous, on désignera par « couronne 1 » le couple $R_{INF}=0,0125\,m$ et $\mathrm{R_SUP}=0,025\,m$, et par « couronne 2 » le couple $\mathrm{R_INF}=0,00625\,m$ et $\mathrm{R_SUP}=0,03125\,m$.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point C - G couronne 1, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_G (CGleg)	'AUTRE_ASTER'	9,21683395221	3%
Point D - G couronne 1, lissage LEGENDRE de	'AUTRE_ASTER'	7,61774576541	4%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

degé 5, option CALC_G (CGleg)			
Point C - G couronne 1, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_K_G (CGKleg)	'AUTRE_ASTER'	9,21683395221	3%
Point D - G couronne 1, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_K_G (CGKleg)	'AUTRE_ASTER'	7,61774576541	4%
Point C - K_1 couronne 1, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_K_G (CGKleg)	'AUTRE_ASTER'	1,09075614797	9%
Point D - K_1 couronne 1, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_K_G (CGKleg)	'AUTRE_ASTER'	1,42890497938	5%
Point C - G couronne 2, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_G (CGleg2)	'AUTRE_ASTER'	9,21683395221	3%
Point D - G couronne 2, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_G (CGleg2)	'AUTRE_ASTER'	7,61774576541	4%
Point C - K_1 couronne 2, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_K_G (CGKleg2)	'AUTRE_ASTER'	1,09075614797	13%
Point D - K_1 couronne 2, lissage LEGENDRE de degé 5, option CALC_K_G (CGKleg2)	'AUTRE_ASTER'	1,42890497938	4%
Point C - G couronne 1, lissage LAGRANGE , option CALC_G (CGla15)	'AUTRE_ASTER'	9,21683395221	4%
Point D - G couronne 1, lissage LAGRANGE , option CALC_G (CGla15)	'AUTRE_ASTER'	7,61774576541	5%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèse des résultats

L'objectif de ce test est atteint : valider le calcul du taux de restitution d'énergie dans une configuration 3D où des éléments de bord voient un champ thêta non nul et un chargement de Neumann non nul.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)