SSLV155 – Fissure lentille en traction

Résumé :

Ce test a pour but de valider le calcul des facteurs d'intensité de contrainte (SIFs) le long du fond d'une fissure 3D non plane, dans le cadre de l'élasticité linéaire.

Ce test met en jeu un cube avec une fissure en forme de lentille, soumis à une tension hydrostatique.

Ce test contient 3 modélisations :

- Modélisation A : la fissure est maillée en 2D-axi (FEM) ;
- Modélisation B : la fissure n'est pas maillée, elle est représentée par des level sets (X-FEM) en 2D-axi ;
- Modélisation C : la fissure n'est pas maillée, elle est représentée par des level sets (X-FEM) en 3D ;
- Modélisation D : la fissure n'est pas maillée, elle est représentée par des level sets (X-FEM) en 2D-axi et on utilise un maillage structuré ;
- Modélisation E : la fissure n'est pas maillée, elle est représentée par des level sets (X-FEM) en 2D-axi avec des éléments quadratiques ;
- Modélisation F : la fissure n'est pas maillée, elle est représentée par des level sets (X-FEM) en 2D-axi avec des éléments quadratiques et on utilise un maillage structuré ;

Il n'y a pas de modélisation FEM en 3D car la création du maillage est extrêmement difficile.

Pour chaque modélisation, les SIFs sont évalués par les commandes `POST_K1_K2_K3` et `CALC_G`.
Les valeurs numériques sont comparées aux valeurs analytiques.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère un cube de coté $2L$ et une fissure en forme de lentille (Lens shaped crack) de rayon R tel que $\frac{L}{R}=5$ et d'angle au centre $\alpha=\frac{\pi}{4}$ (voir Figure 1).

L'équation caractéristique de la forme de la surface de la fissure est :
$x^2+y^2+(z-R)^2=R^2$ avec $0\leq z\leq(1-\cos\alpha)R$.

On pose $a=R\sin\alpha$.

L'équation caractéristique du fond de fissure est :
$x^2+y^2=a^2$ avec $z=(1-\cos\alpha)R$

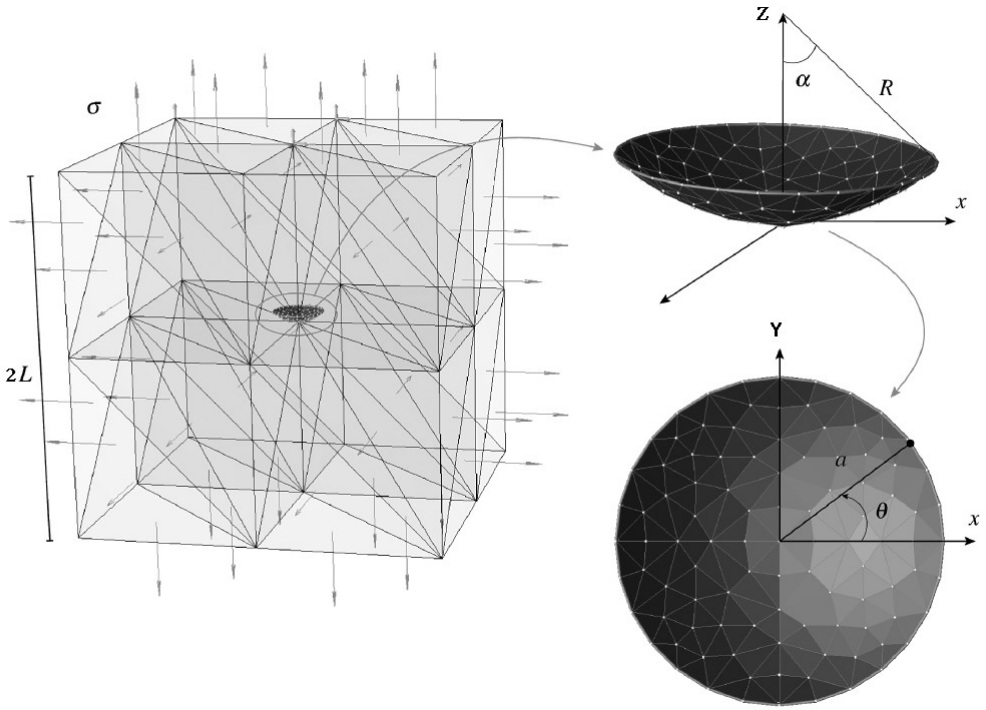


Figure 1: géométrie du cube fissuré

1.2 Propriétés de matériaux

Le matériau est élastique isotrope de propriétés :
$E=210\,000\,MPa$
$\nu=0,22$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le cube est soumis à une tension hydrostatique σ.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence (1) pour une fissure en forme de lentille de rayon R dans un milieu infini, soumise à une pression uniforme σ assez éloignée de la fissure, montre que les facteurs d'intensité de contrainte sont constants le long du fond de fissure et valent :

$$K_I = 0,877\left(\frac{2}{\pi}\right)\sigma\sqrt{\pi a}$$
$$K_{II} = 0,235\left(\frac{2}{\pi}\right)\sigma\sqrt{\pi a}$$
$$K_{III} = 0$$

avec $a = R\sin\alpha$.

2.2 Résultats de référence

Pour le chargement considéré $\sigma = 1\,MPa$ et les caractéristiques géométriques suivantes :
$L = 10\,m$, $R = 2\,m$, $a = \sqrt{2}$, on trouve :
$K_I = 1,177\,MPa\,.\sqrt{m}$
$K_{II} = 0,3153\,MPa\,.\sqrt{m}$
$K_{III} = 0$

2.3 Références bibliographiques

(1) J.P. Pereira, C. A. Duarte, D. Guoy et X. Jiao : hp-Generalized FEM and crack surface representation for non-planar 3-D cracks, Int. J. Numer. Engng, 77:601-633, 2009.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A : Modélisation FEM 2D-axi

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Dans cette modélisation, la fissure est maillée (cas FEM) et la structure est modélisée en 2D-axisymétrie.

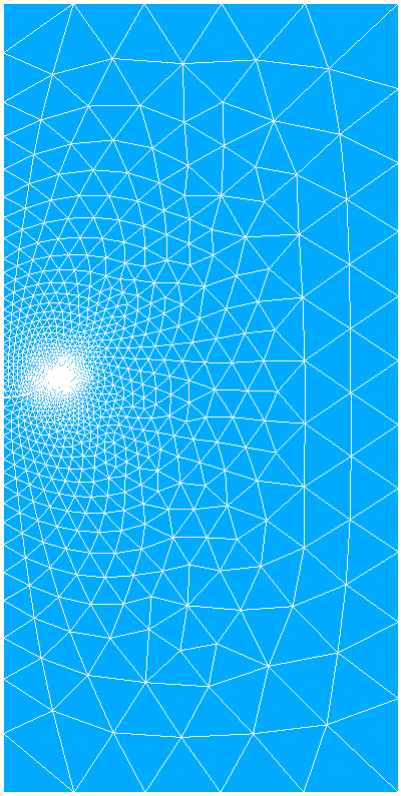


Figure 3.1-1: maillage 2D-axi (FEM)

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 5211
Nombre de mailles et type : 2550 TRIA6
La longueur caractéristique d'un élément près du fond de fissure est de h = 0,025m.

Les nœuds milieux des arêtes des éléments touchant le fond de fissure sont déplacés au quart de ces arêtes (éléments de Barsoum).

3.3 Conditions aux limites et chargements

- Un effort surfacique de traction est appliqué sur les faces supérieure, inférieure et celle de droite ;
- Les déplacements suivant Ox des nœuds de l'axe de rotation sont bloqués, comme cela est conseillé pour les modélisations axisymétriques ;
- Le mode rigide de déplacement suivant l'axe Oy est bloqué via le blocage d'un nœud suivant cet axe.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.4 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de K_I et K_{II} en fond de fissure obtenues avec les opérateurs CALC_G et POST_K1_K2_K3. Ces valeurs sont comparées à la solution analytique.

Les couronnes d'intégration du champ thêta pour la commande CALC_G sont :
$R_{\inf}=2h$ et $R_{\sup}=5h$.

Le paramètre ABS_CURV_MAXI de l'opérateur POST_K1_K2_K3 est choisi par défaut.

3.4.1 Valeurs issues de CALC_G

Les valeurs sont en $Pa.\sqrt{m}$.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	% Tolérance
K_I	'ANALYTIQUE'	1,177 10^6	2%
K_{II}	'ANALYTIQUE'	0,3153 10^6	2%

3.4.2 Valeurs issues de POST_K1_K2_K3

Les valeurs sont en $Pa.\sqrt{m}$.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	% Tolérance
K_I	'ANALYTIQUE'	1,177 10^6	2%
K_{II}	'ANALYTIQUE'	0,3153 10^6	12%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B : Modélisation X-FEM 2D-axi

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Dans cette modélisation, la fissure n'est pas maillée (cas X-FEM) et la structure est modélisée en 2D-axisymétrie.

La fissure est représentée par des level sets :

$lsn = \sqrt{x^2 + (y-R)^2} - R$

$lst = \sqrt{x^2 + (y-y_h)^2} - R'$

avec $y_h = R - \frac{R}{\cos(\alpha)}$ et $R' = R\tan(\alpha)$

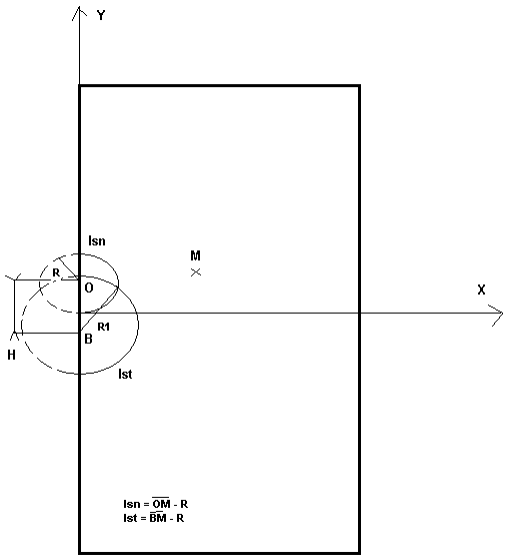


Figure 4.1-1: level sets

4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage sain initial est relativement grossier : 252 nœuds et 442 TRIA3. La taille des mailles est $h_0 = 1\,m$. On utilise une procédure de raffinement successif pour aboutir à une taille cible correspondant à la moitié de la taille des mailles de la modélisation A, soit $h_c = 0{,}0125\,m$. En effet, la modélisation A utilise des éléments quadratiques, il faut donc des éléments linéaires plus fins pour obtenir une précision équivalente. Pour cela, on appelle Homard de manière itérative. Après raffinement, la taille des mailles proches du fond de fissure vaut $h = 0{,}0078125\,m$. On raffine toutes les mailles dans un disque de rayon $5h$ autour du fond de fissure.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

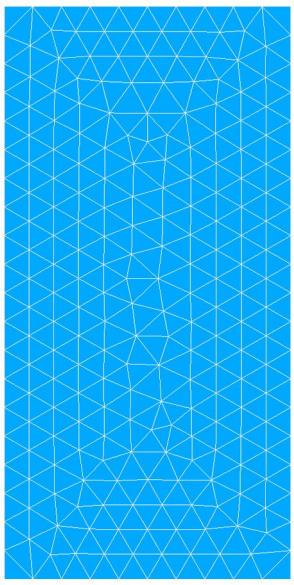


Figure 4.2-1: maillage sain initial

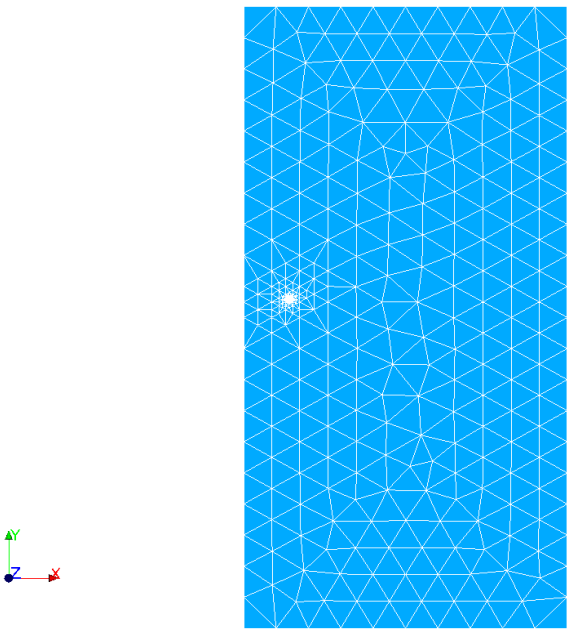


Figure 4.2-2: maillage sain raffiné

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

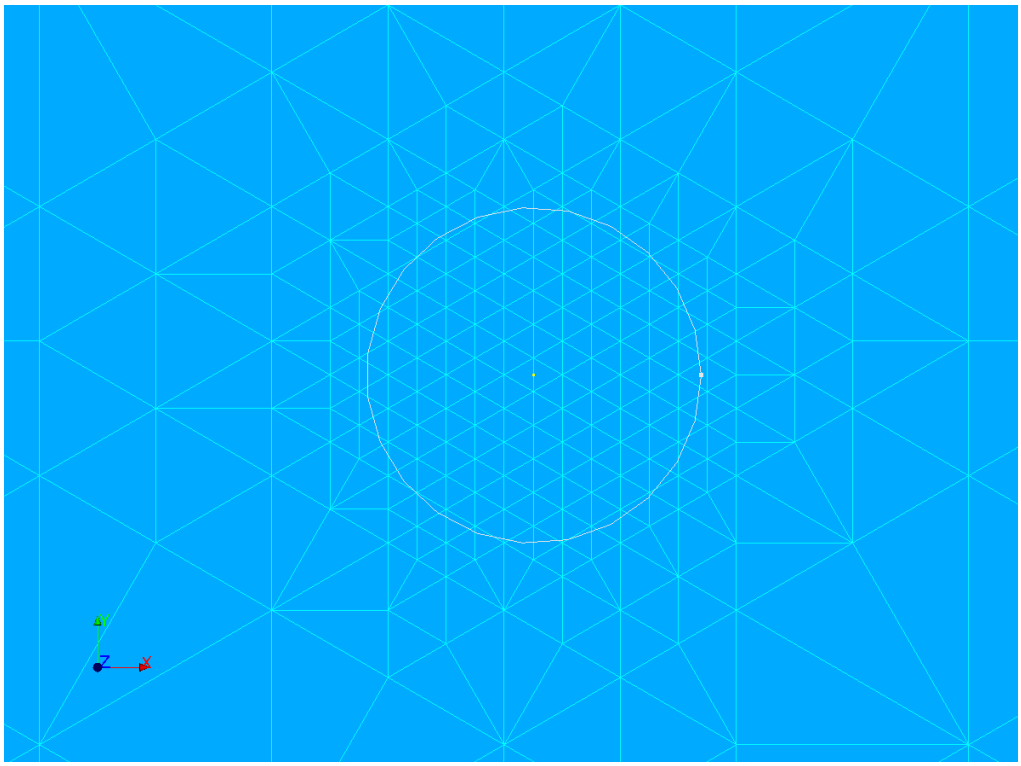


Figure 4.2-3: zoom sur la partie raffinée (le disque de la zone de raffinement est également indiqué)

Nombre de nœuds : 722
Nombre de mailles et type : 1442 TRIA3
La longueur caractéristique d'un élément près du fond de fissure est de 0,0078 m.
Cette taille est inférieure à la taille cible (pour des raisons de division entière par 2 lors du raffinement).

4.3 Conditions aux limites et chargements

- Un effort surfacique de traction est appliqué sur les faces supérieure, inférieure et celle de droite ;
- Les déplacements suivant Ox des nœuds de l'axe de rotation sont bloqués, comme cela est conseillé pour les modélisations axisymétriques ;
- Le mode rigide de déplacement suivant l'axe Oy est bloqué via le blocage d'un nœud suivant cet axe.

4.4 Grandeurs testées et résultats

Le choix des paramètres numériques pour le post-traitement des SIFs est identique à celui fait pour la modélisation A : $R_{\inf}=2\mathrm{h}$ et $R_{\sup}=5\mathrm{h}$, mais h vaut ici moins de la moitié du h de la modélisation A.

4.4.1 Valeurs issues de CALC_G

Les valeurs sont en $Pa.\sqrt{m}$.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	% Tolérance
K_I	'ANALYTIQUE'	1,177 10^6	2,0%
K_{II}	'ANALYTIQUE'	0,3153 10^6	7,0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.4.2 Valeurs issues de POST_K1_K2_K3

Les valeurs sont en $Pa.\sqrt{m}$.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	% Tolérance
K_I	'ANALYTIQUE'	1,177 10^6	6,0%
K_{II}	'ANALYTIQUE'	0,3153 10^6	8,0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C : Modélisation X-FEM 3D

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Dans cette modélisation, la fissure n'est pas maillée (cas X-FEM) et la structure est modélisée en 3D. Seul un quart de la structure est modélisé, pour des raisons de symétrie.

La fissure est représentée par des level sets :

$$lsn = \sqrt{x^2+(y-R)^2+z^2} - R$$

$$lst = \sqrt{x^2+(y-y_h)^2+z^2} - R'$$

avec $y_h = R - \dfrac{R}{\cos(\alpha)}$ et $R' = R\tan(\alpha)$

Remarque :

En 3D, il existe un choix arbitraire d'orientation de la base locale en fond de fissure. Suivant l'orientation de cette base, le signe de K_{II} et K_{III} sera différent (car lié à la base). Mais cela n'a pas d'influence sur le résultat physique (angle de bifurcation éventuel de la fissure exprimé dans le repère global). Ici, pour retrouver $K_{II}>0$ comme dans la solution de référence, il faut définir la level set normale comme l'opposée de la formule ci-dessus. Dans cette modélisation, on retiendra finalement $lsn = -\sqrt{x^2+(y-R)^2+z^2}+R$. Cela reste une convention et ne change pas le résultat physique !

En 2D, le signe de la level set normale n'influe pas sur le signe de K_{II} car il n'y a pas de choix pour définir la base locale.

5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage sain initial est relativement grossier : 2508 nœuds et 11945 TETRA4 . La taille des mailles est $h_0 = 1\,m$. On utilise une procédure de raffinement successif pour aboutir à une taille cible sensiblement identique à celle de la modélisation A, soit $h_c = 0{,}025\,m$. Pour cela, on appelle Homard de manière itérative. Après raffinement, la taille des mailles proches du fond de fissure est $h = 0{,}015625\,m$. On raffine toutes les mailles dans un disque de rayon $5h$ autour du fond de fissure.

Nombre de nœuds : 18166
Nombre de mailles et type : 103079 TETRA4
La longueur caractéristique d'un élément près du fond de fissure est de 0,0156 m.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

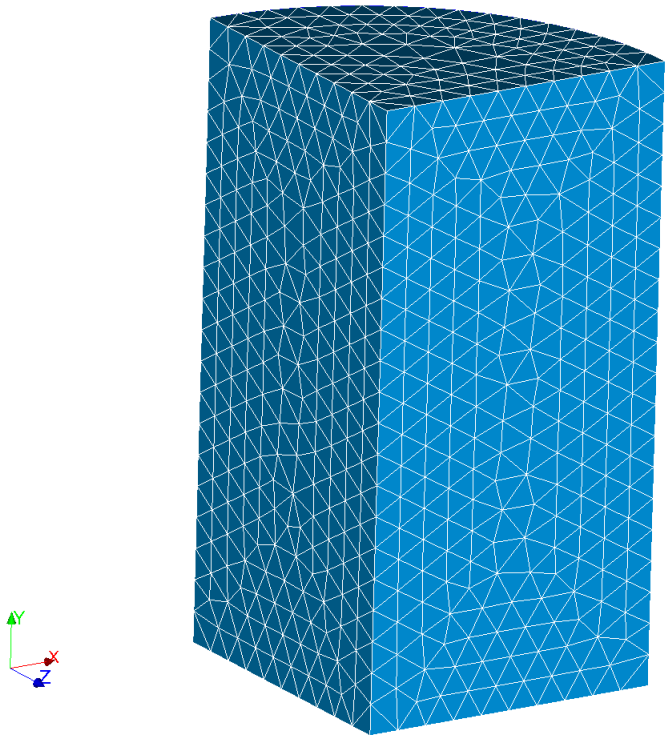


Figure 5.2-1: maillage initial

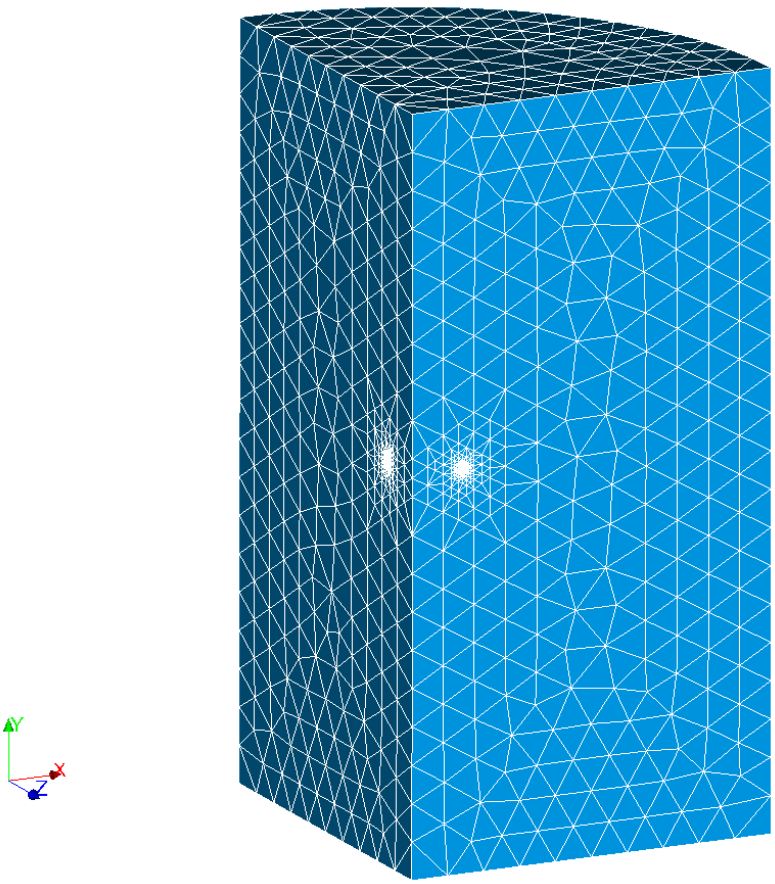


Figure 5.2-2: maillage raffiné

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

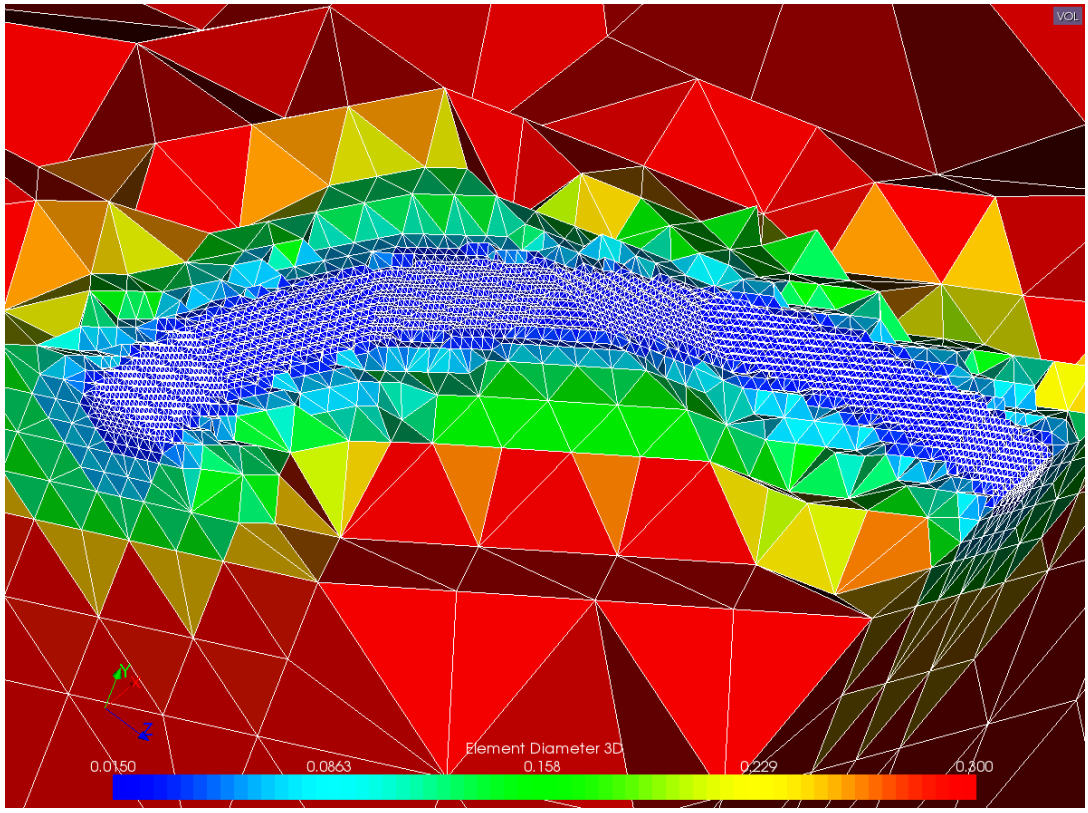


Figure 5.2-3: Carte de taille sur une coupe du maillage raffiné

5.3 Conditions aux limites et chargements

- Un effort surfacique de traction est appliqué sur les faces supérieure, inférieure et extérieure ;
- Les conditions de symétrie sur les faces latérales sont appliquées ;
- Le mode rigide de déplacement suivant l'axe Oy est bloqué via le blocage d'un nœud suivant cet axe.

5.4 Grandeurs testées et résultats

Le choix des paramètres numériques pour le post-traitement des SIFs est identique à celui fait pour la modélisation A : $R_{\inf}=2h$ et $R_{\sup}=5h$.

5.4.1 Valeurs issues de CALC_G

Les valeurs sont en $Pa.\sqrt{m}$.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$max(K_I)$	'ANALYTIQUE'	1,177 10^6	5%
$min(K_I)$	'ANALYTIQUE'	1,177 10^6	2%
$max(K_{II})$	'ANALYTIQUE'	0,3153 10^6	15%
$min(K_{II})$	'ANALYTIQUE'	0,3153 10^6	5%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5.4.2 Valeurs issues de POST_K1_K2_K3

Les valeurs sont en $Pa.\sqrt{m}$.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$max(K_I)$	'ANALYTIQUE'	1,177 10^6	2%
$min(K_I)$	'ANALYTIQUE'	1,177 10^6	9%
$max(K_{II})$	'ANALYTIQUE'	0,3153 10^6	14%
$min(K_{II})$	'ANALYTIQUE'	0,3153 10^6	2%

5.4.3 Commentaires

En raffinant davantage le maillage, on peut diminuer l'erreur, mais le temps de calcul devient incompatible avec celui d'un cas-test.

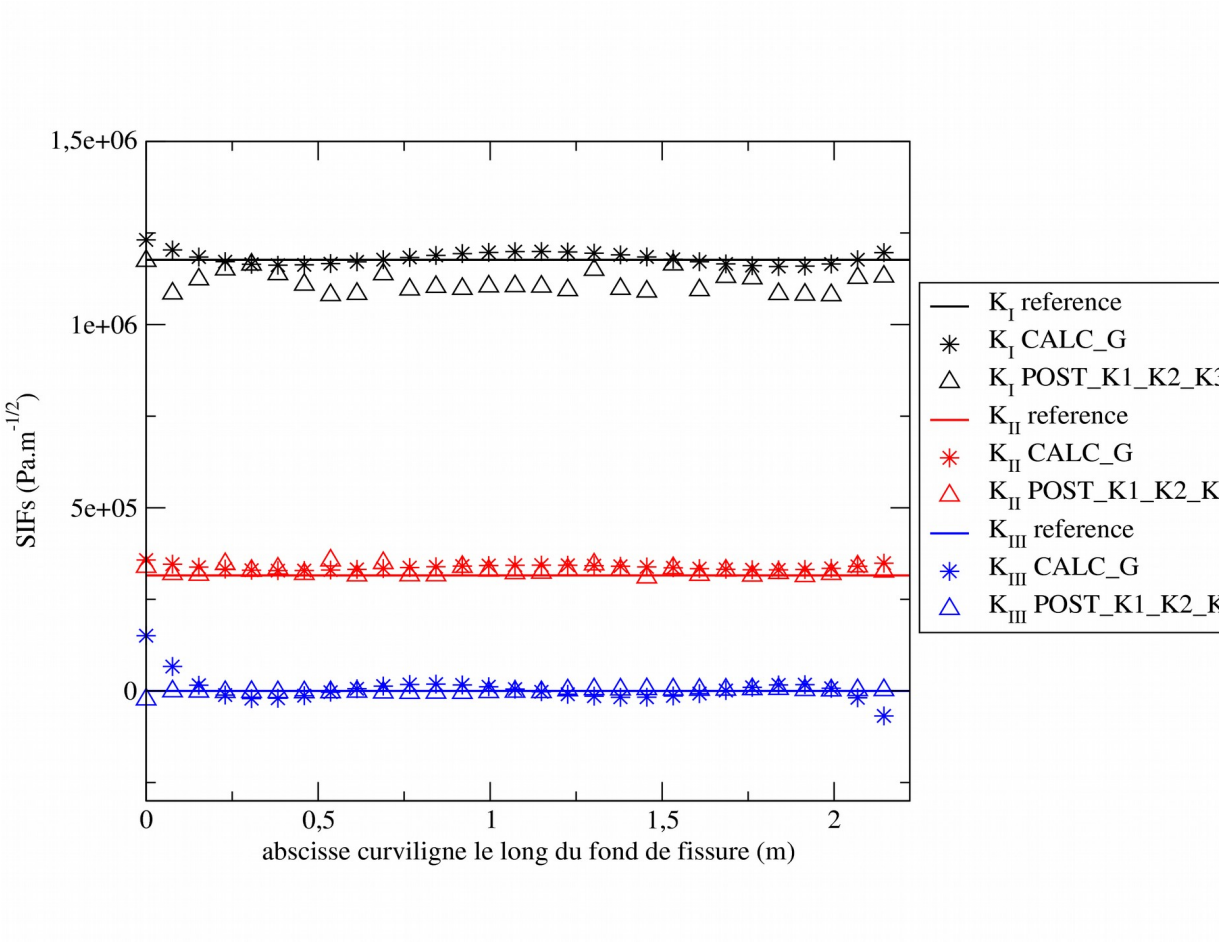


Figure 5.4.3-1: comparaison des K entres les différentes méthodes

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D : Modélisation X-FEM 2D-axi avec maillage structuré

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Ici, on prend le même modèle que celui de la modélisation B, mais on utilise un maillage structuré.

6.2 Caractéristiques du maillage

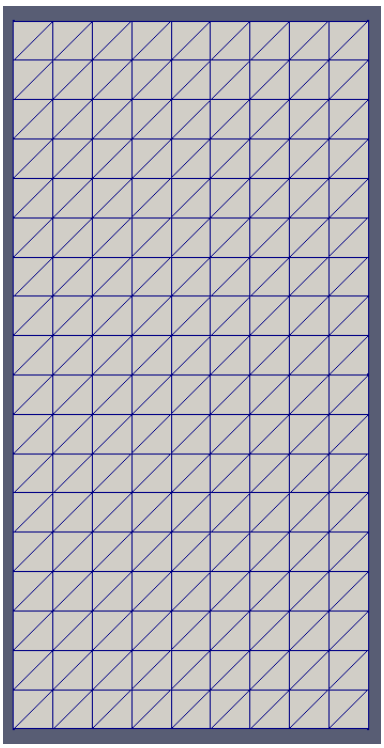


Figure 6.2-1 : maillage sain initial

Le maillage sain initial est un maillage structuré avec 192 nœuds et 324 éléments TRIA3 . La taille des mailles est $h_0=1\,m$. On utilise une procédure de raffinements successifs pour aboutir à une taille cible correspondant à la moitié de la taille des mailles de la modélisation A, soit $h_c=0{,}0125\,m$. En effet, la modélisation A utilise des éléments quadratiques: il faut donc des éléments linéaires plus fins pour obtenir une précision équivalente. Pour cela, on appelle Homard de manière itérative. Après raffinement, la taille des mailles proches du fond de fissure vaut $h=0{,}0078125\,m$. On raffine toutes les mailles dans un disque de rayon $5h$ autour du fond de fissure.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

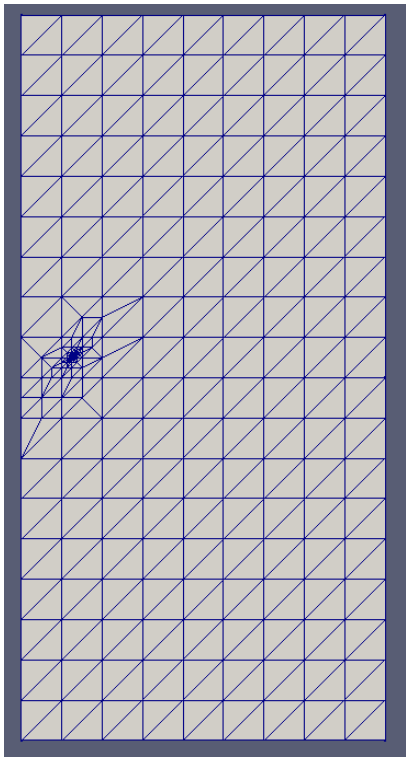


Figure 6.2-2 : maillage sain raffiné

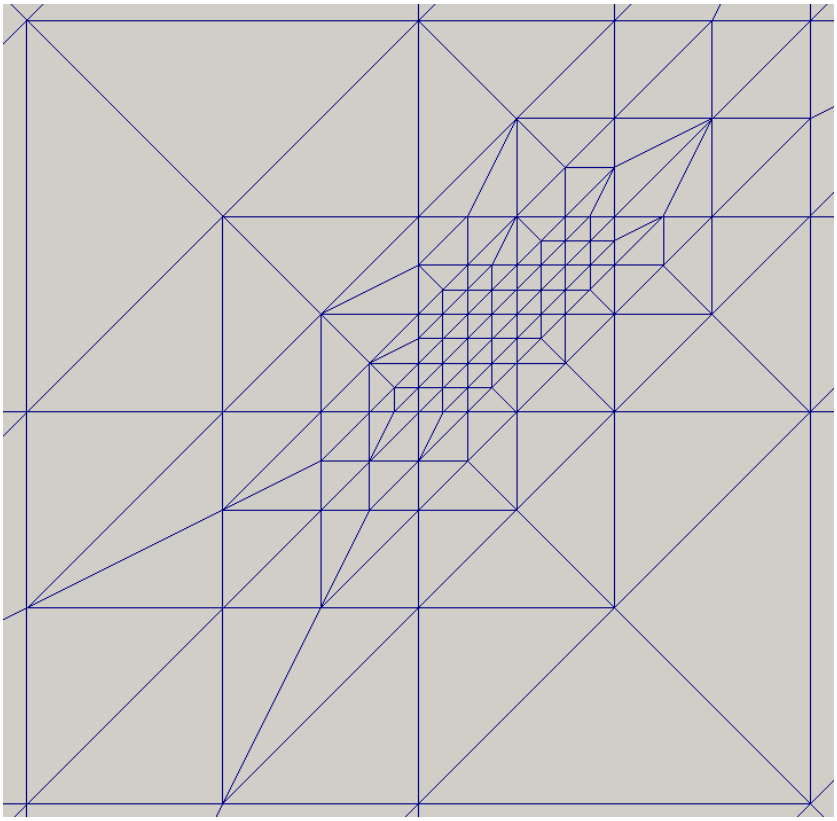


Figure 6.2-3 : zoom sur la partie raffinée

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Nombre de nœuds : 324
Nombre de mailles et type : 587 TRIA3
La longueur caractéristique d'un élément près du fond de fissure est de 0,0078 m.

6.3 Conditions aux limites et chargements

- Un effort surfacique de traction est appliqué sur les faces supérieure, inférieure et celle de droite ;
- Les déplacements suivant Ox des nœuds de l'axe de rotation sont bloqués, comme cela est conseillé pour les modélisations axisymétriques ;
- Le mode rigide de déplacement suivant l'axe Oy est bloqué via le blocage d'un nœud suivant cet axe.

6.4 Grandeurs testées et résultats

Le choix des paramètres numériques pour le post-traitement des SIFs est identique à celui fait pour la modélisation A : $R_{\inf}=2\mathrm{h}$ et $R_{\sup}=5\mathrm{h}$, mais h vaut ici moins de la moitié du h de la modélisation A.

6.4.1 Valeurs issues de CALC_G

Les valeurs sont en $Pa.\sqrt{m}$.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	% Tolérance
K_I	'ANALYTIQUE'	1,177 10^6	2%
K_{II}	'ANALYTIQUE'	0,3153 10^6	5%

6.4.2 Valeurs issues de POST_K1_K2_K3

Les valeurs sont en $Pa.\sqrt{m}$.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	% Tolérance
K_I	'ANALYTIQUE'	1,177 10^6	2,0%
K_{II}	'ANALYTIQUE'	0,3153 10^6	5,0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E : Modélisation X-FEM 2D-axi avec éléments quadratiques

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Ici, on prend le même modèle que celui de la modélisation B, mais on utilise des éléments quadratiques.

7.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage sain initial est le même maillage que celui de la modélisation B avec 252 nœuds et 442 éléments TRIA3 . Ici, nous utilisons CREA_MAILLAGE pour créer un maillage quadratique à partir du maillage linéaire. Ce nouveau maillage a 942 nœuds et 442 éléments TRIA6 . La taille des mailles est $h_0 = 1\,m$. On utilise une procédure de raffinements successifs pour aboutir à une taille cible correspondant à la moitié de la taille des mailles de la modélisation A, soit $h_c = 0{,}0125\,m$. Pour cela, on appelle Homard de manière itérative. Après raffinement, la taille des mailles proches du fond de fissure vaut $h = 0{,}0078125\,m$. On raffine toutes les mailles dans un disque de rayon $5\,h$ autour du fond de fissure.

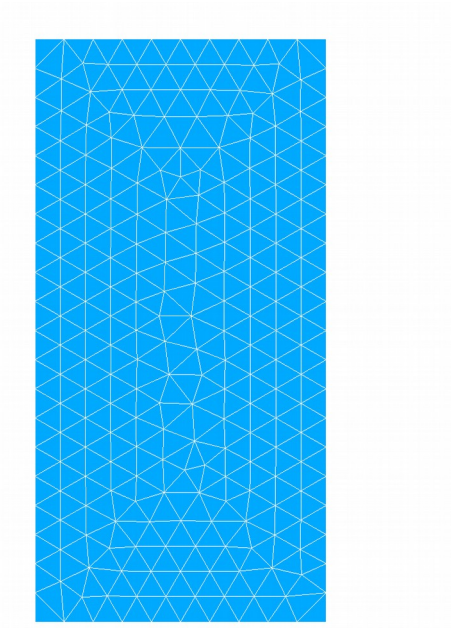


Figure 7.2-1: maillage sain initial

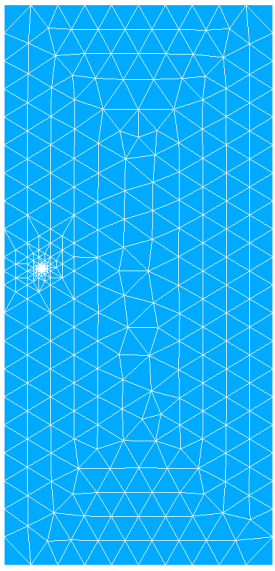


Figure 7.2-2: maillage sain raffiné

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

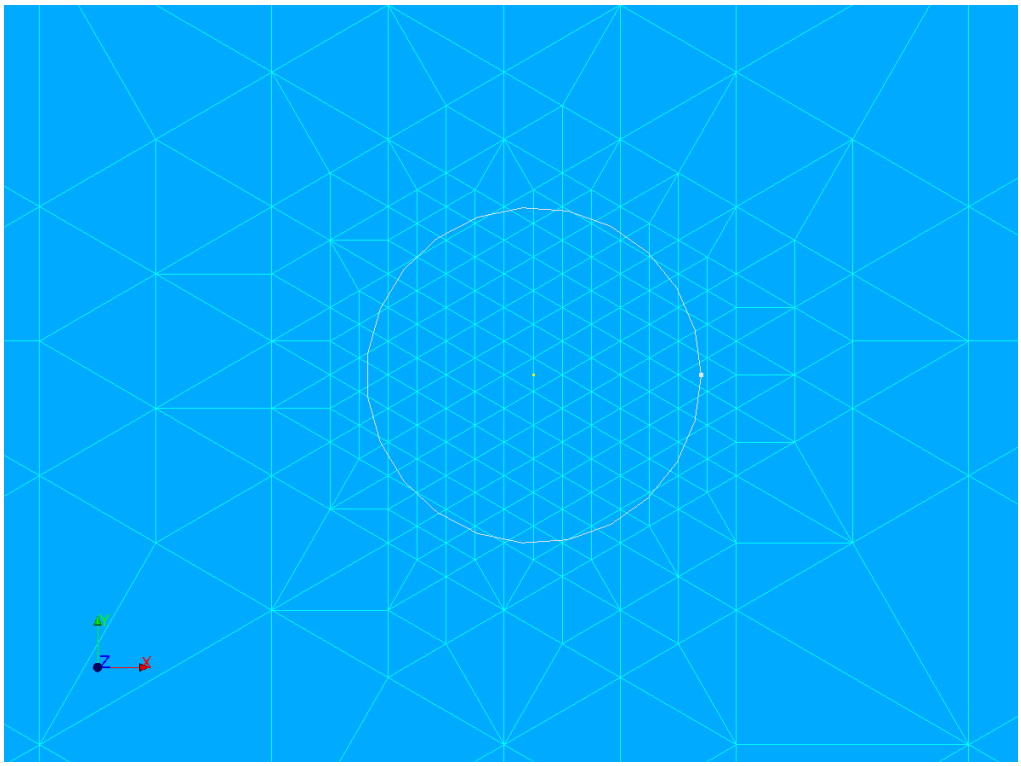


Figure 7.2-3: zoom sur la partie raffinée (le disque de la zone de raffinement est également indiqué)

Nombre de nœuds : 1517
Nombre de mailles et type : 728 TRIA6
La longueur caractéristique d'un élément près du fond de fissure est de 0,0078 m.

7.3 Conditions aux limites et chargements

- Un effort surfacique de traction est appliqué sur les faces supérieure, inférieure et celle de droite ;
- Les déplacements suivant Ox des nœuds de l'axe de rotation sont bloqués, comme cela est conseillé pour les modélisations axisymétriques ;
- Le mode rigide de déplacement suivant l'axe Oy est bloqué via le blocage d'un nœud suivant cet axe.

7.4 Grandeurs testées et résultats

Le choix des paramètres numériques pour le post-traitement des SIFs est identique à celui fait pour la modélisation A : $R_{\inf}=1\mathrm{h}$ et $R_{\sup}=6\mathrm{h}$, mais h vaut ici moins de la moitié du h de la modélisation A.

7.4.1 Valeurs issues de CALC_G

Les valeurs sont en $Pa.\sqrt{m}$.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	% Tolérance
K_I	'ANALYTIQUE'	1,177 10^6	2,0%
K_{II}	'ANALYTIQUE'	0,3153 10^6	5,0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7.4.2 Valeurs issues de POST_K1_K2_K3

Les valeurs sont en $Pa.\sqrt{m}$.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	% Tolérance
K_I	'ANALYTIQUE'	1,177 10^6	2,0%
K_{II}	'ANALYTIQUE'	0,3153 10^6	5,0%

On remarque que les valeurs de K_{II} par POST_K1_K2_K3 donnent des résultats beaucoup plus éloignés de la solution que l'approche par CALC_G.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation F : Modélisation X-FEM 2D-axi avec éléments quadratiques et maillage structuré

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Ici, on prend le même modèle que celui de la modélisation E, mais on utilise un maillage structuré.

8.2 Caractéristiques du maillage

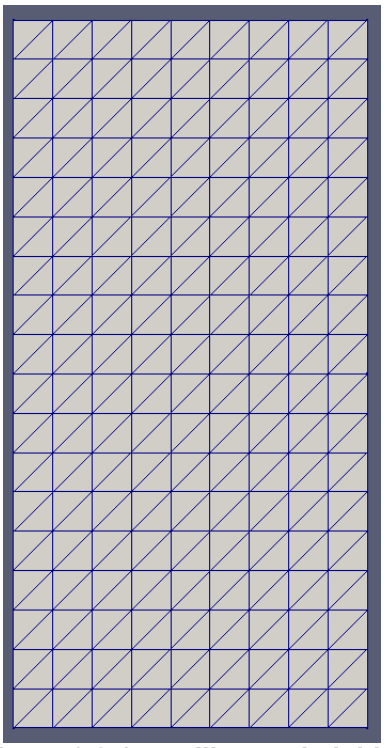


Figure 8.2-1 : maillage sain initial

Le maillage sain initial est un maillage structuré avec 192 nœuds et 324 éléments TRIA3 . Ici, nous utilisons CREA_MAILLAGE pour créer un maillage quadratique à partir du maillage linéaire. Ce nouveau maillage a 1232 nœuds et 587 éléments TRIA6 . La taille des mailles est $h_0 = 1\,m$. On utilise une procédure de raffinements successifs pour aboutir à une taille cible correspondant à la moitié de la taille des mailles de la modélisation A, soit $h_c = 0{,}0125\,m$. Pour cela, on appelle Homard de manière itérative. Après raffinement, la taille des mailles proches du fond de fissure vaut $h = 0{,}0078125\,m$. On raffine toutes les mailles dans un disque de rayon $5h$ autour du fond de fissure.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

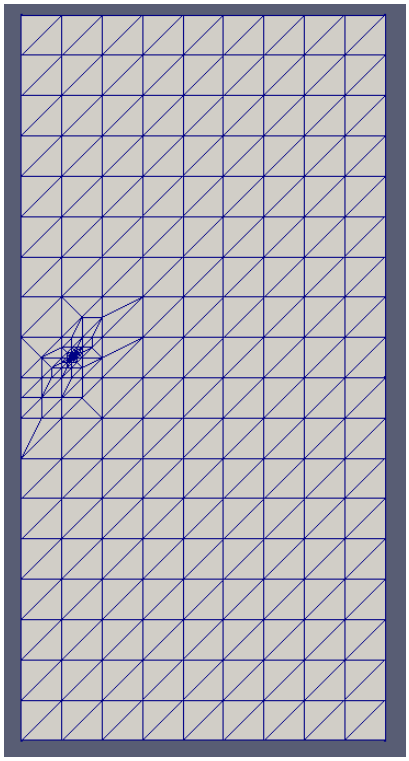


Figure 8.2-2 : maillage sain raffiné

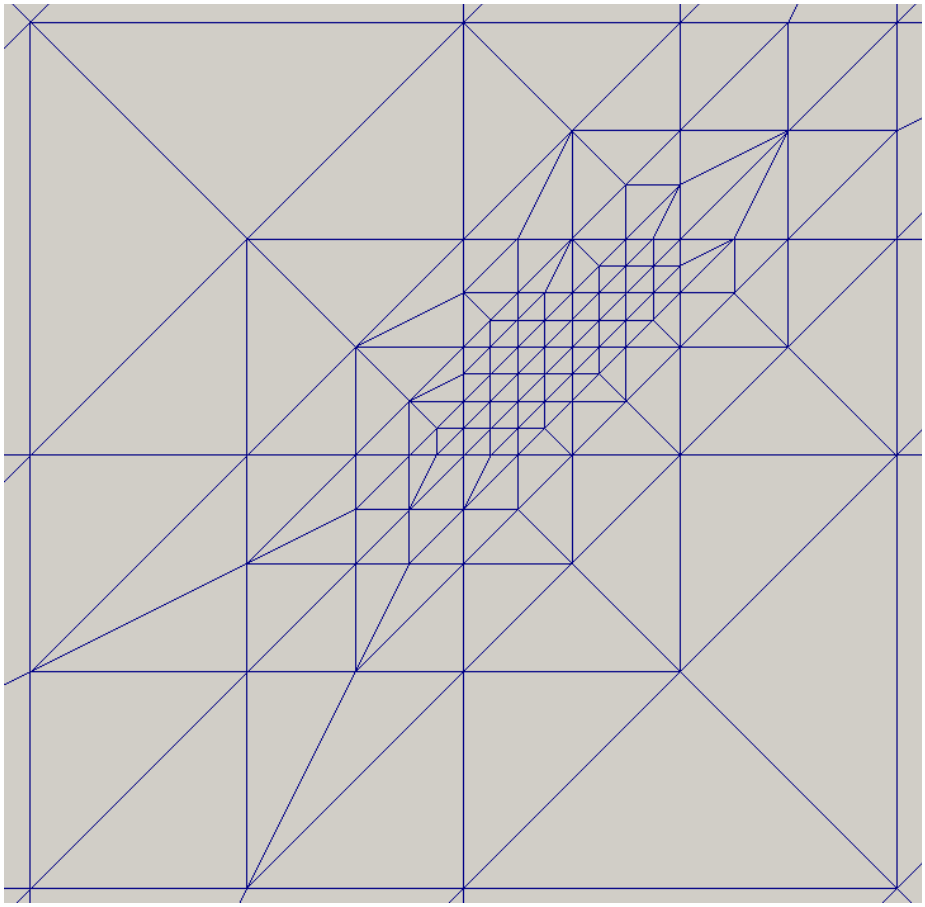


Figure 8.2-3 : zoom sur la partie raffinée

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Nombre de nœuds : 1232
Nombre de mailles et type : 587 TRIA6
La longueur caractéristique d'un élément près du fond de fissure est de 0,0078 m.

8.3 Conditions aux limites et chargements

- Un effort surfacique de traction est appliqué sur les faces supérieure, inférieure et celle de droite ;
- Les déplacements suivant Ox des nœuds de l'axe de rotation sont bloqués, comme cela est conseillé pour les modélisations axisymétriques ;
- Le mode rigide de déplacement suivant l'axe Oy est bloqué via le blocage d'un nœud suivant cet axe.

8.4 Grandeurs testées et résultats

Le choix des paramètres numériques pour le post-traitement des SIFs est identique à celui fait pour la modélisation A : $R_{\inf}=1\mathrm{h}$ et $R_{\sup}=6\mathrm{h}$, mais h vaut ici moins de la moitié du h de la modélisation A.

8.4.1 Valeurs issues de CALC_G

Les valeurs sont en $Pa.\sqrt{m}$.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	% Tolérance
K_I	'ANALYTIQUE'	1,177 10^6	0,00152%
K_{II}	'ANALYTIQUE'	0,3153 10^6	2,6%

8.4.2 Valeurs issues de POST_K1_K2_K3

Les valeurs sont en $Pa.\sqrt{m}$.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	% Tolérance
K_I	'ANALYTIQUE'	1,177 10^6	1,0%
K_{II}	'ANALYTIQUE'	0,3153 10^6	19,0%

On remarque que les valeurs de K_{II} par POST_K1_K2_K3 donnent des résultats beaucoup plus éloignés de la solution que l'approche par CALC_G.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Synthèse des résultats

Ce cas-test valide la calcul des facteurs d'intensité de contrainte d'une fissure non plane en 2D et en 3D.

Les résultats de K_{II} par POST_K1_K2_K3 ne sont pas bons pour les modélisation E et F et diffèrent de 10 et 15% de la valeur souhaitée pour les modélisations A, C et D.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)