SSLS503 - Plaque stratifiée en flexion empilement antisymétrique simplement appuyée

Résumé :

Ce test représente un calcul quasi-statique d'une plaque stratifiée, en flexion empilement antisymétrique, simplement appuyée, soumise à une pression uniformément répartie.

Les 4 modélisations permettent de valider :

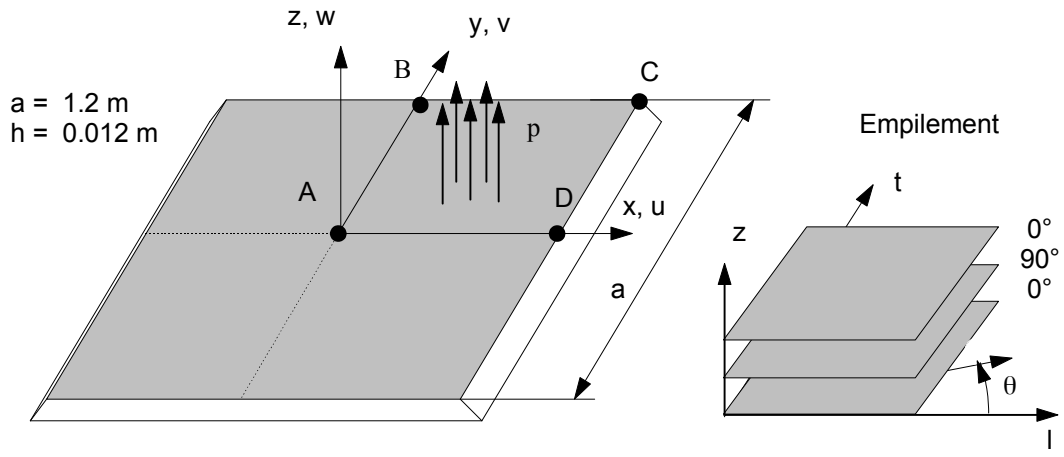
- les modélisations éléments finis DKT (QUAD4, TRIA3) et DST (QUAD4, TRIA3) dans le cas d'un matériau composite (3 couches d'orientation différentes),
- les contraintes de cisaillement transverse.

Les déplacements et les contraintes obtenues sont comparés à une solution de référence analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés du matériau constituant la plaque sont les suivantes:

Unidirectionnel (U) :

$E_l = 4.10^{10}\,Pa$ $\quad E_t = 0.16\,10^{10}\,Pa$ $\quad (\ l \Leftrightarrow x\ ;\ t \Leftrightarrow y\ )$

$G_{lt} = G_{lz} = 8.10^{8}\,Pa$ $\quad G_{tz} = 3.2\,10^{8}\,Pa$

$\nu_{lt} = 0.25$

Empilement :

- Orientation : $[0/90/0]$
- Nature : $[U/U/U]$
- Épaisseur : $[h/3/h/3/h/3]$

1.3 Conditions aux limites et chargements

- La plaque est simplement appuyée sur son contour
- Pression uniformément répartie : $p = 3000\,Pa$

1.4 Conditions initiales

Sans objet

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

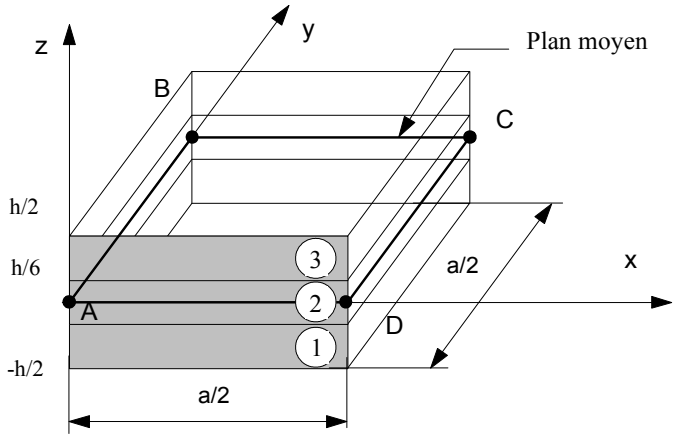
2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Déplacement : solution analytique obtenue par décomposition en série de la forme :

$$w=\sum_i \sum_j w_{ij} \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{j\pi y}{b}\right)$$

Contraintes : solution numérique [bib1], [bib2]

2.2 Résultats de référence



Les résultats de référence sont les suivants :

$w(0,0,0)$	$0.01507\,m$	Déplacement w au centre de la plaque (point A),
$SIXX(0,0,h/2)$	$2.4216\,10^7\,Pa$	Contrainte σ_{xx} sur la peau supérieure de la couche 3 ($z=h/2$) au centre de la plaque (point A),
$SIYY(0,0,h/6)$ couche à $90°$	$5.7810\,10^6\,Pa$	Contrainte σ_{yy} sur la peau supérieure de la couche 2 ($z=h/6$) au centre de la plaque (point A),
$SIXY(a/2,a/2,h/2)$	$1.2825\,10^6\,Pa$	Contrainte σ_{xy} au point C sur la peau supérieure de la couche 3 ,
$SIXZ(a/2,0,0)$	$2.3526\,10^5\,Pa$	Contrainte σ_{xz} au point D sur la peau moyenne de la couche 2 ($z=0$),
$SIYZ(0,a/2,0)$	$8.8950\,10^4\,Pa$	Contrainte σ_{yz} au point B sur la peau moyenne de la couche 2 ($z=0$),

2.3 Incertitudes sur la solution

- La solution de référence est donnée pour un nombre de termes dans la série égal à 25.
- Le facteur de correction du cisaillement transverse utilisé est de 5/6.
- Avec un élancement important ($a/h=100$) , le niveau de cisaillement transverse est faible et donc difficile à obtenir avec précision. Il existe alors une incertitude sur les valeurs de contrainte σ_{ij} calculées lors de la validation du test $VPCS$, les différences obtenues par les logiciels sur les composantes du cisaillement sont de l'ordre de 10% .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.4 Références bibliographiques

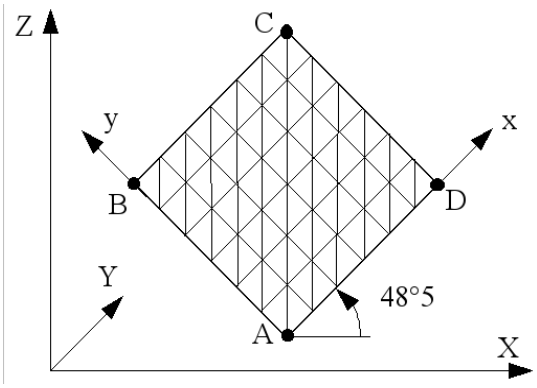
1) VPCS : Progiciel de calcul de structures composites ; Exemples de validation. Revue des composites et des matériaux avancés, Volume 5 - numéro hors série/ 1995. Edition Hermes.

2) PUTCHA, N.S. and REDDY, J.N. : A mixed shear flexible finite element for the analysis of laminated plates, computer meth. in applied mech. Eng. 44 (1984).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DKT (TRIA3)

- La plaque est située dans le plan $Y=0.5$
- Point A $(0.4;0.5;0.25)$
- Conditions aux limites :
  - Côté BC : $v=0$
  - Côté CD : $v=0$
- Conditions de symétrie : (repère local)
  - Côté AB : $u=\theta_y=0$
  - Côté AD : $v=\theta_x=0$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 49
Nombre de mailles et types : 72 TRIA3

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
$w(0,0,0)$	ANALYTIQUE	0.01507	1.1
$SIXX(0,0,h/2)$	SOURCE_EXTERNE	2.4216 10^7	2.1
$SIYY(0,0,h/6)$ couche à $90°$	SOURCE_EXTERNE	5.7810 10^6	2.7
$SIXY(a/2,a/2,h/2)$	SOURCE_EXTERNE	1.2825 10^6	4.6
$SIXZ(a/2,0,0)$	SOURCE_EXTERNE	–2.3526 10^5	37
$SIYZ(0,a/2,0)$	SOURCE_EXTERNE	8.8950 10^4	3.1

3.4 Remarques

Les contraintes sont exprimées dans le repère d'orthotropie défini par ANGL_REP (AFFE_CARA_ELEM), et par la normale de l'élément.

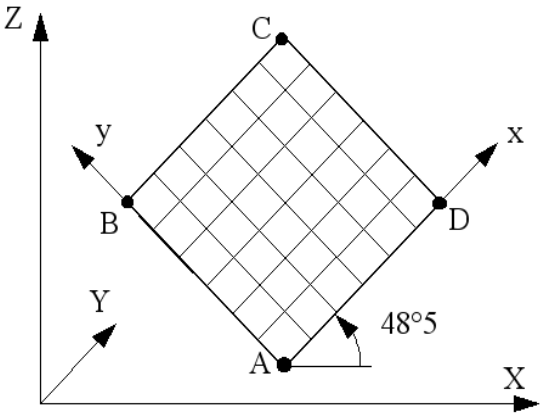
Les composantes $SIXX$, $SIYY$ et $SIYZ$ sont les valeurs moyennes des deux mailles concourantes aux points A et C .

L'écart obtenu sur $SIXZ$ est dû à la différence de modélisation du cisaillement transverse : dans la référence, on utilise un coefficient de correction de cisaillement transverse de 5/6. Dans *Code_Aster*, on calcule la répartition des cisaillements dans l'épaisseur, supposée parabolique dans chaque couche. Le signe de $SIXZ$ est opposé à celui de la solution de référence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DKT (QUAD4)

- La plaque est située dans le plan $Y=0.5$
- Point A $(0.4;0.5;0.25)$
- Conditions aux limites :
  - Côté BC : $v=0$
  - Côté CD : $v=0$
- Conditions de symétrie : (repère local)
  - Côté AB : $u=\theta_y=0$
  - Côté AD : $v=\theta_x=0$

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 49
Nombre de mailles et types : 36 QUAD4

4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
$w(0,0,0)$	ANALYTIQUE	0.01507	1.1
$SIXX(0,0,h/2)$	SOURCE_EXTERNE	2.4216 10^7	1.1
$SIYY(0,0,h/6)$ couche à $90°$	SOURCE_EXTERNE	5.7810 10^6	1.1
$SIXY(a/2,a/2,h/2)$	SOURCE_EXTERNE	1.2825 10^6	5.1
$SIXZ(a/2,0,0)$	SOURCE_EXTERNE	–2.3526 10^5	16
$SIYZ(0,a/2,0)$	SOURCE_EXTERNE	8.8950 10^4	4.1

4.4 Remarques

Les composantes $SIXX$, $SIYY$ et $SIYZ$ sont les valeurs moyennes des deux mailles concourantes aux points A et C .

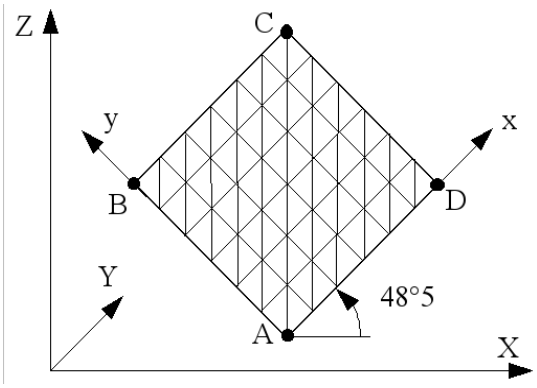
L'écart obtenu sur $SIXZ$ est dû à la différence de modélisation du cisaillement transverse: dans la référence, on utilise un coefficient de correction de cisaillement transverse de 5/6. Dans *Code_Aster*, on calcule la répartition des cisaillements dans l'épaisseur, supposée parabolique dans chaque couche.

Le signe de $SIXZ$ est opposé à celui de la solution de référence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DST (TRIA3)

- La plaque est située dans le plan $Y=0.5$
- Point A $(0.4;0.5;0.25)$
- Conditions aux limites :
  - Côté BC : $v=0$
  - Côté CD : $v=0$
- Conditions de symétrie : (repère local)
  - Côté AB : $u=\theta_y=0$
  - Côté AD : $v=\theta_x=0$

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds: 49
Nombre de mailles et types : 72 TRIA3

5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
$w(0,0,0)$	ANALYTIQUE	0.01507	2.1
$SIXX(0,0,h/2)$	SOURCE_EXTERNE	2.4216 10^7	7.1
$SIYY(0,0,h/6)$ couche à $90°$	SOURCE_EXTERNE	5.7810 10^6	24.
$SIXY(a/2,a/2,h/2)$	SOURCE_EXTERNE	1.2825 10^6	4.1
$SIXZ(a/2,0,0)$	SOURCE_EXTERNE	–2.3526 10^5	37
$SIYZ(0,a/2,0)$	SOURCE_EXTERNE	8.8950 10^4	26

5.4 Remarques

Les composantes $SIXX$, $SIYY$ et $SIYZ$ sont les valeurs moyennes des deux mailles concourantes aux points A et C .

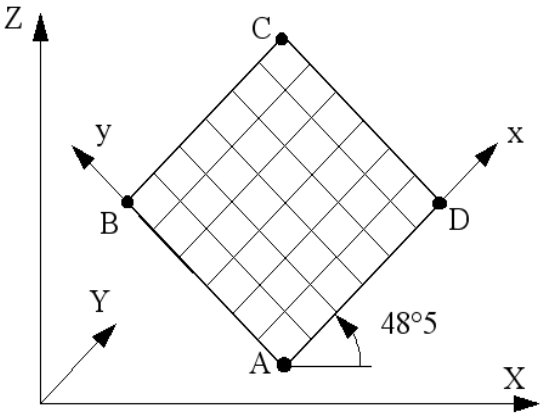
L'écart obtenu sur $SIXZ$ est dû à la différence de modélisation du cisaillement transverse : dans la référence, on utilise un coefficient de correction de cisaillement transverse de 5/6. Dans *Code_Aster*, on calcule la répartition des cisaillements dans l'épaisseur, supposée parabolique dans chaque couche. Le signe de $SIXZ$ est opposé à celui de la solution de référence.

Les autres écarts sont probablement dus à l'anisotropie du maillage triangulaire.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DST (QUAD4)

- La plaque est située dans le plan $Y=0.5$
- Point A $(0.4;0.5;0.25)$
- Conditions aux limites :
  - Côté BC : $v=0$
  - Côté CD : $v=0$
- Conditions de symétrie : (repère local)
  - Côté AB : $u=\theta_y=0$
  - Côté AD : $v=\theta_x=0$

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds: 49
Nombre de mailles et types : 36 QUAD4

6.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
$w(0,0,0)$	ANALYTIQUE	0.01507	1.1
$SIXX(0,0,h/2)$	SOURCE_EXTERNE	2.4216 10^7	1.1
$SIYY(0,0,h/6)$ couche à $90°$	SOURCE_EXTERNE	5.7810 10^6	1.1
$SIXY(a/2,a/2,h/2)$	SOURCE_EXTERNE	1.2825 10^6	7.1
$SIXZ(a/2,0,0)$	SOURCE_EXTERNE	–2.3526 10^5	15.
$SIYZ(0,a/2,0)$	SOURCE_EXTERNE	8.8950 10^4	2.1

6.4 Remarques

Les composantes $SIXX$, $SIYY$ et $SIYZ$ sont les valeurs moyennes des deux mailles concourantes aux points A et C .

L'écart obtenu sur $SIXZ$ est dû à la différence de modélisation du cisaillement transverse : dans la référence, on utilise un coefficient de correction de cisaillement transverse de 5/6. Dans *Code_Aster*, on calcule la répartition des cisaillements dans l'épaisseur, supposée parabolique dans chaque couche. Le signe de $SIXZ$ est opposé à celui de la solution de référence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèse des résultats

- **Déplacements** : quelque soit la modélisation utilisée (DKT ou DST) les résultats sont satisfaisants, l'erreur maximum est inférieure à 0.7% .

- **Contraintes planes** : les résultats sont plus précis avec la modélisation DKT, l'erreur est inférieure à 1% sauf pour $SIXY$ (QUAD4) où l'erreur est de 5% . Pour la modélisation DST l'erreur est plus élevée ($<8\%$) avec un écart important sur $SIXX$ (28%) pour la maille TRIA3.

- **Cisaillement transverse** : quelque soit la modélisation utilisée (DKT ou DST) les résultats obtenus avec les maillages quadrangulaires sont plus proches de la solution de référence que ceux obtenus avec des maillages triangulaires. Dans le premier cas l'erreur sur la composante $SIXZ$ est inférieure à 15% , et l'erreur sur $SIYZ$ est inférieure à 3% , tandis que dans le deuxième cas, l'erreur sur $SIXZ$ est de 35% et celle sur $SIYZ$ est comprise entre 2% et 24% . Hormis la moins bonne précision des maillages triangulaires à cause de leur anisotropie, l'écart qui subsiste avec des maillages quadrangulaires est dû à la différence de modélisation du cisaillement transverse: dans la référence, on utilise un coefficient de correction de cisaillement transverse de 5/6. Dans Code_Aster, on calcule la répartition des cisaillements dans l'épaisseur, supposée parabolique dans chaque couche.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)