SSLS143 - Poutre cantilever à âme excentrée

Résumé :

L'objectif de ce test est de valider le calcul des options EPSI_ELGA et DEGE_ELNO pour les poutres multifibres d'Euler-Bernoulli POU_D_EM , y compris si l'axe de référence n'est pas confondu avec la ligne des centres élastiques.

Le cas test valide également le calcul de la matrice élastique (RIGI_MECA) lorsque l'axe de référence n'est pas confondu avec la ligne des centres élastiques (excentrement).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Une poutre console de longueur $L=1\,m$ (voir Figure 1).

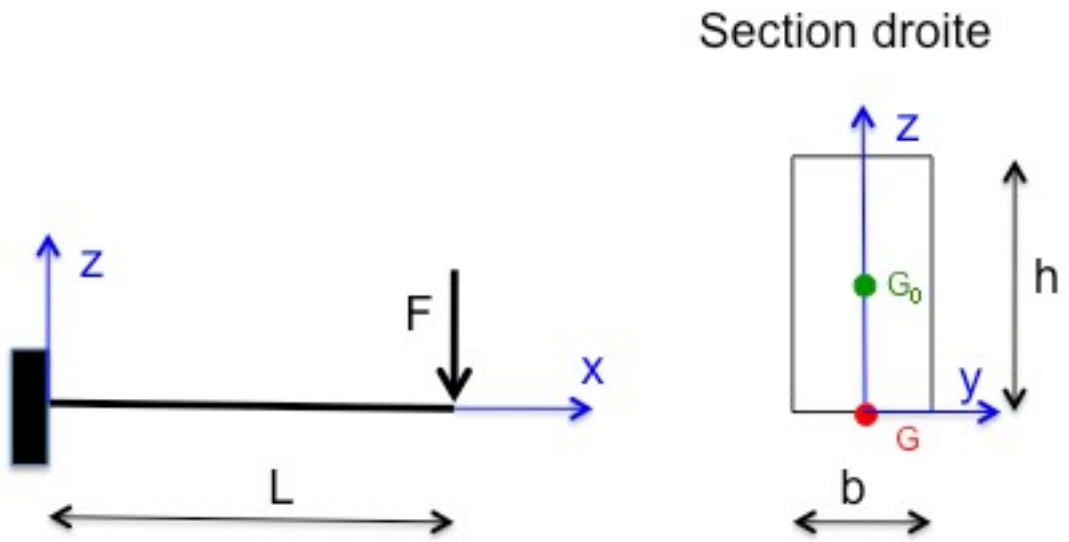


Figure 1 : Poutre console

1.2 Propriétés du matériau

La section droite est rectangulaire $b\times h=0.4\times 1\,m^2$, et homogène avec un matériau de module d'Young $E=3\times 10^{10}\,Pa$.

1.3 Conditions aux limites et chargements

La poutre est encastrée à une extrémité et chargée par une force $F=10^6 N$ à son autre extrémité (voir Figure 1)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Expressions analytiques

En partant de l'extrémité encastrée, l'expression du moment fléchissant est : $M(x)=F(x-L)$

La flèche à l'extrémité chargée de la poutre est $f=\frac{FL^3}{EI_{G_0}}$ où I_{G_0} est le moment quadratique calculé au barycentre de la section G_0 : $I_{G_0}=\int_S (y-y_{G_0})^2 dS$.

La courbure en un point situé à une distance x de l'encastrement est $\chi_s(x)=-\frac{M(x)}{EI_{G_0}}$. En raison de l'excentrement de l'axe de référence, l'allongement de la poutre (au niveau de cet axe) vaut : $\epsilon_s(x)=-\frac{A_G}{S}\chi_s(x)$ où S est l'aire de la section et A_G le moment statique de la section par rapport à un axe passant par G : $A_G=\int_S z dS$.

La déformation d'un point de coordonnées (x,y,z) est : $\epsilon=\epsilon_s(x)-\chi_s(x)z$, et la contrainte au même point vaut : $\sigma=E\epsilon$

2.2 Calcul des caractéristiques de la section droite

Afin d'éliminer l'incertitude du calcul numérique approché des caractéristiques géométrique de section droite (faible nombre de fibres), les valeurs utilisées dans la solution de référence sont calculées comme dans le calcul numérique :

$$S=\sum_{fibres} S_i \qquad A_G=\sum_{fibres} z_i S_i \qquad I_G=\sum_{fibres} z_i^2 S_i \qquad I_{G_0}=\sum_{fibres} (z_i-z_{G_0})^2 S_i$$

où z_i est l'ordonnée du centre de la fibre i et S_i l'aire de cette fibre.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation POU_D_EM.

la poutre est modélisée avec 1 élément fini et la section est discrétisée avec 8 fibres. L'axe de référence est choisit volontairement différent du barycentre, excentré de h/2 vers le bas, avec le mot-clé COOR_AXE_POUTRE de DEFI_GEOM_FIBRE.

La section est « découpée » en 8 fibres (Figure 2). Les coordonnées des centres des fibres et leurs aires sont données dans le tableau 1.

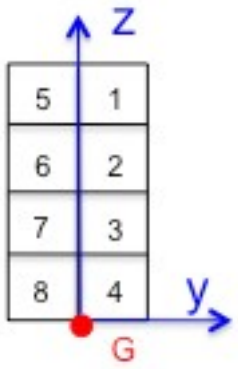


Figure 2 : Découpage de la section en 8 fibres

Fibres	y_i	z_i	S_i	Fibres	y_i	z_i	S_i
1	0.1	0.875	0.05	5	-0.1	0.875	0.05
2	0.1	0.625	0.05	6	-0.1	0.625	0.05
3	0.1	0.375	0.05	7	-0.1	0.375	0.05
4	0.1	0.125	0.05	8	-0.1	0.125	0.05

Tableau 1 : Caractéristiques des fibres

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 éléments de type SEG2.

3.3 Grandeurs testées et résultats

Le calcul numérique des grandeurs de la section droite donne :

$S=0.4\,m^2$ $A_G=0.2\,m^3$ $I_G=0.13125\,m^4$ et $I_{G_0}=0.03125\,m^4$

La flèche à l'extrémité chargée de la poutre est : $f=0.00035555\,m$

Au niveau de l'encastrement $x=0$ on a les valeurs suivantes :

$M=-10^{-6}\,Nm$ $\chi_s=0.00106666\,m^{-1}$ $\epsilon_s=-0.00053333\,m^{-1}$

Au niveau du premier point de Gauss $x=(1-\frac{1}{\sqrt{3}})/2=0.21132486540518503\,m$ on a les valeurs suivantes : $M=-788675.13\,Nm$ $\chi_s=0.00084125\,m^{-1}$ $\epsilon_s=-0.0004206\,m^{-1}$

pour la fibre n°1 ($z=0.875\,m$) : $\epsilon=0.00031547$ et $\sigma=9464101.6\,Pa$ et pour la fibre n°4 à $z=0.125\,m$ $\epsilon=-0.00031547$ et $\sigma=-9464101.6\,Pa$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Flèche à l'extrémité de la poutre (DEPL) :

Point	Composante	**Valeur de référence**	**Tolérance**
APPUI	DZ	−3.5555555555555E-4	1.E-6

Déformations généralisées à l'encastrement (DEGE_ELNO) :

Maille	Noeud	Composante	**Valeur de référence**	**Tolérance**
M1	N1	KY	1.066666666666667E-3	1.E-6
M1	N1	EPXX	−5.333333333333333E-3	1.E-6

Déformations et contraintes dans les fibres (EPSI_ELGA et SIEF_ELGA) :

Maille	Point	Sous-Point	Composante	**Valeur de référence**	**Tolérance**
M1	1	1	EPXX	3.15470053837926E-4	1.E-6
M1	1	1	SIXX	9.46410161513778E6	1.E-6
M1	1	4	EPXX	−3.15470053837926E-4	1.E-6
M1	1	4	SIXX	−9.46410161513778E6	1.E-6

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

Sous réserve d'utiliser les caractéristiques approchées de la section droite maillée grossièrement pour le calcul des valeurs analytiques de référence, la flèche, les contraintes et les déformations calculées numériquement sont identiques à ces valeurs de référence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)