SSLS126 – Flexion d'une dalle en béton armé (modèle GLRC_DAMAGE) appuyée sur deux cotés: régime de poutre élastique

Résumé :

Ce test représente le calcul d'une dalle en béton armé, en flexion, soumise à une pression. Il permet de valider la modélisation DKTG avec le modèle GLRC_DAMAGE pour le comportement élastique linéaire et la modélisation Q4GG avec le modèle ELAS. La dalle est en configuration poutre : appuis simples sur deux côtés opposés de la dalle.

Quatre modélisations sont effectuées :

- Modélisation A permet de tester le modèle DKTG avec des TRIA3,
- Modélisation B permet de tester le modèle DKTG avec des QUAD4.
- Modélisation C permet de tester le modèle Q4GG avec des TRIA3,
- Modélisation D permet de tester le modèle Q4GG avec des QUAD4.

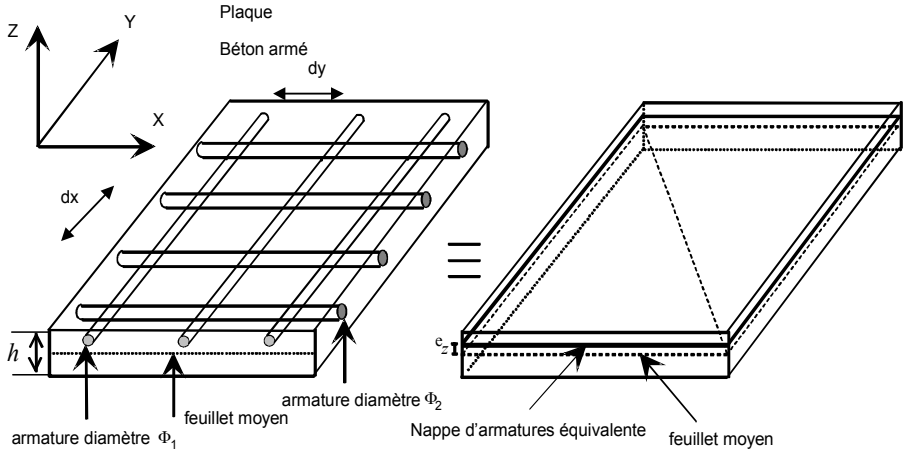
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Il s'agit d'une dalle carrée, de longueur $l=1.8\,m$, d'épaisseur $h=0.12\,m$, sur appuis simples bilatéraux. Le ferraillage de flexion est parallèle aux bords ; il est identique sur chacune des deux faces et dans chacun des deux sens (dx, dy étant les espacements des fers dans les directions x et y). L'enrobage des fers longitudinaux les plus proches des faces est de $22\,mm$. L'enrobage des fers par rapport aux bords latéraux de la dalle de $2\,cm$ est négligé. Le tableau ci-après récapitule les données du ferraillage. Le pourcentage géométrique d'acier μ est donné pour une face dans un sens.

Diamètre des armatures	Espacement	Section acier/section du béton	distance grille/surface moyenne de la dalle
$\Phi=0{,}01\,\mathrm{m}$	$dx=dy=0{,}1\,\mathrm{m}$	$\mu=0{,}65$	$e_s=\pm 0{,}038\,\mathrm{m}$



On note $a_x=\frac{A_x}{d_x}$, $a_y=\frac{A_y}{d_y}$ les taux de ferraillage (ici : $a_x=a_y=7{,}854\,.\,10^{-4}\,m$), $A_x(A_y)$ étant la section d'une barre de fer dans la direction $x(y)$; e_z la distance des nappes à la surface moyenne.

1.2 Propriétés de matériaux

Les caractéristiques des aciers sont les suivantes :

Module d'Young E_a	Coefficient de Poisson	Limite élastique à 0.2 % σ_y	Limite de rupture σ_r	Pente d'écrouissage	Allongement à rupture
$210000\,MPa$	0,3	$500\,MPa$	$570\,MPa$	$473\,MPa$	15 %

Celles du béton sont les suivantes :

Module d'Young E_b	Coefficient de Poisson	Résistance en compression, σ_c	Résistance en traction, σ_t
$35700\,MPa$	0,22	$52{,}5\,MPa$	$4{,}4\,MPa$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.3 Conditions aux limites et chargements

Les conditions aux limites se résument à des appuis simples : déplacement vertical bloqué et rotations libres sur deux bords en vis à vis, les deux autres bords restant libres.

Pression uniforme : $p = 0.01\,MPa$

1.4 Conditions initiales

Sans objet.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

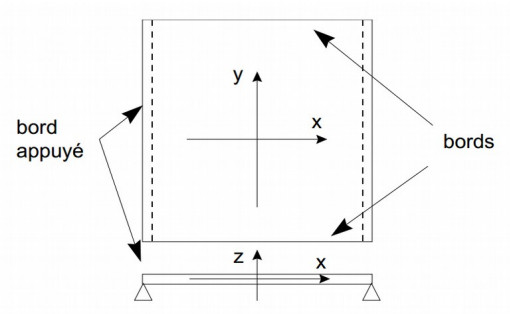
2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Les relations élastiques, reliant les efforts membranaires N et de flexion M aux déformations membranaires ε et les courbures κ et tenant compte de deux grilles symétriques, s'écrivent :

$$N=\left(\frac{E_b h}{1-\nu_b^2}\begin{bmatrix}1 & \nu_b & 0\\ \nu_b & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-\nu_b}{2}\end{bmatrix}+2E_a\begin{bmatrix}a_x & 0 & 0\\ 0 & a_y & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\right)\varepsilon$$

$$M=\left(\frac{E_b h^3}{12(1-\nu_b^2)}\begin{bmatrix}1 & \nu_b & 0\\ \nu_b & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-\nu_b}{2}\end{bmatrix}+2E_a e_z^2\begin{bmatrix}a_x & 0 & 0\\ 0 & a_y & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\right)\kappa$$

S'agissant d'une configuration poutre, on affecte au béton un coefficient de Poisson égal à 0 pour annuler toute flexion dans la direction perpendiculaire. Deux bords opposés de la dalle sont simplement appuyés, deux autres restant libres :



La raideur de flexion équivalente qui tient compte des aciers est :

$$(EI)_{éq}=\frac{E_b l h^3}{12}+2E_a a_x l e_z^2,$$

soit ici : $(EI)_{éq}=10.111\,MNm^2$.

La solution élastique se calcule en théorie de poutres pour une valeur de pression équivalente $p'=pl$. On obtient les valeurs des moments en configuration « plaque » par division par la largeur de la dalle l.

Grandeur au centre	Expression
Flèche au centre sous pression surfacique	$w(l/2)=\frac{5p'l^4}{384(EI)_{éq}}$
Courbure	$\kappa_{xx}(l/2)=\frac{p'l^2}{8(EI)_{éq}}$
Deformation	$\varepsilon_{xx}=\kappa_{xx}\frac{h}{2}$
Moment global (en poutre)	$M(l/2)=p'l^2/8$
Moment global (en plaque)	$M(l/2)=pl^2/8$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.2 Résultats de référence

Pour les modélisations A et B dans lesquelles on valide la loi GLRC_DAMA avec les éléments DKTG :

- Flèche au centre sous pression surfacique : $w=2{,}433.10^{-4}m$
- Courbure : $k=7{,}210.10^{-4}m^{-1}$
- Déformation: $\varepsilon_{xx}=-0.4326.10^{-4}$ sur la peau inférieure
- Moment global (en poutre) : $M=7290\,Nm$
- Moment global (en plaque) : $M=4050\,Nm/ml$
-

Pour les modélisations C et D dans lesquelles on valide la loi ELAS avec les éléments Q4GG :

- Flèche au centre sous pression surfacique : $w=2{,}658.10^{-4}m$
- Courbure : $k=7{,}878.10^{-4}m^{-1}$
- Déformation: $\varepsilon_{xx}=-0.47269.10^{-4}$ sur la peau inférieure
- Moment global (en poutre) : $M=7290\,Nm$
- Moment global (en plaque) : $M=4050\,Nm/ml$

2.3 Incertitude sur la solution

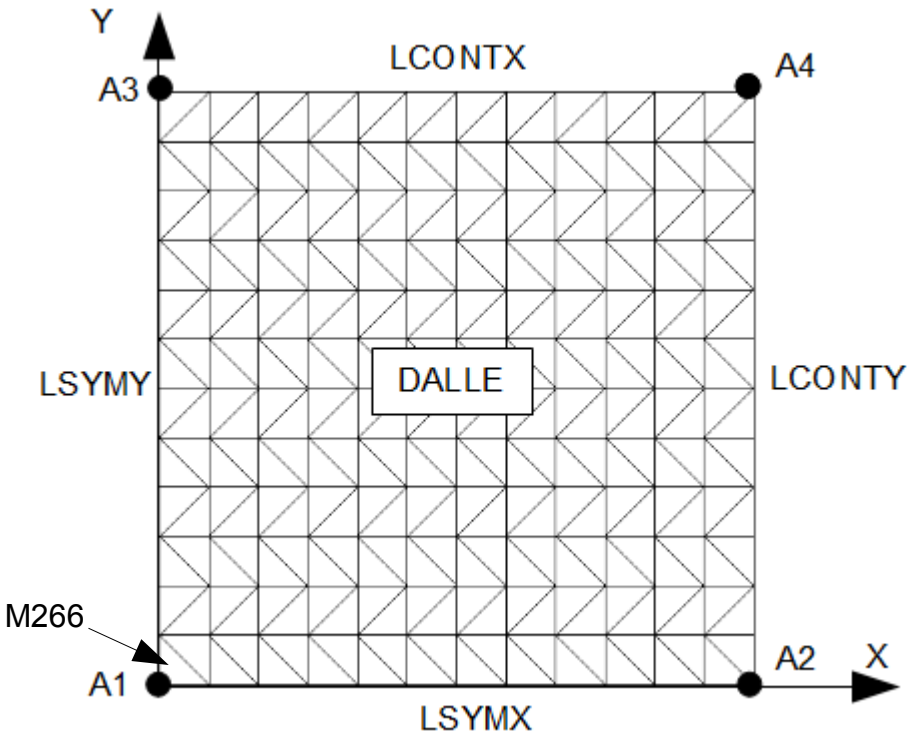
Solution analytique.

2.4 Référence bibliographique

[1] KOECHLIN P., MOULIN S., " Modèle de comportement global des plaques en béton armé sous chargement dynamique de flexion : Loi GLRC", Note EDF/R&D/AMA HT-62/01/028A.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A



3.1 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169
Nombre de mailles et type : 288 TRIA3

3.2 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance (%)
$DZ(A1)$	'ANALYTIQUE'	2.433 10^{-4}	6 %
$MXX(A1)$	'ANALYTIQUE'	4050.	2 %
$KXX(A1)$	'ANALYTIQUE'	7.21 10^{-4}	5 %

Identification			Type de référence	Référence	Tolérance (%)
MXX	$M266$	$Point\,3$	'NON_REGRESSION'	4044.16	1.e-6
KXX	$M266$	$Point\,3$	'NON_REGRESSION'	7.1996 10^{-4}	1.e-6

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Les grandeurs sont exprimées dans le repère défini par les angles nautiques $\alpha = 33°$ et $\beta = 12°$.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance (%)
$DZ(A1)$	'ANALYTIQUE'	2.433 10^{-4}	6 %
$MXX(A1)$	'NON_REGRESSION'	2847.47	1.e-6
$MYY(A1)$	'NON_REGRESSION'	1198.15	1.e-6
$MXY(A1)$	'NON_REGRESSION'	-1852.21	1.e-6
$KXX(A1)$	'NON_REGRESSION'	5.0692 10^{-4}	1.e-6
$KYY(A1)$	'NON_REGRESSION'	2.1330 10^{-4}	1.e-6
$KXY(A1)$	'NON_REGRESSION'	-3.2974 10^{-4}	1.e-6

Identification			Type de référence	Référence	Tolérance (%)
MXX	$M266$	$Point\,3$	'NON_REGRESSION'	2842.56	1.e-6
MYY	$M266$	$Point\,3$	'NON_REGRESSION'	1197.70	1.e-6
MXY	$M266$	$Point\,3$	'NON_REGRESSION'	-1849.40	1.e-6
KXX	$M266$	$Point\,3$	'NON_REGRESSION'	5.0605 10^{-4}	1.e-6
KYY	$M266$	$Point\,3$	'NON_REGRESSION'	2.1322 10^{-4}	1.e-6
KXY	$M266$	$Point\,3$	'NON_REGRESSION'	-3.2924 10^{-4}	1.e-6

3.3 Remarques

Les coefficients des matrices d'élasticité suivantes, utilisés lors des calculs, ont été calculés avec $\nu_b = 0$:

1) Matrice d'élasticité en membrane : $\begin{Bmatrix} 4614. & 0 & 0 \\ 0 & 4614. & 0 \\ 0 & 0 & 2142. \end{Bmatrix} 10^6 N/m$

2) Matrice d'élasticité en flexion : $\begin{Bmatrix} 5.617 & 0 & 0 \\ 0 & 5.617 & 0 \\ 0 & 0 & 2.57 \end{Bmatrix} 10^6 N/m$

Pour être certain de rester dans le domaine élastique, les limites élastiques exprimées dans le repère d'orthotropie, sont fixées arbitrairement à une valeur très élevée:

Limites élastiques en flexion positive :

Direction x : $1.10^{10}\,MNm/ml$

Direction y : $1.10^{10}\,MNm/ml$

Limites élastiques en flexion négative :

Direction x : $-1.10^{10}\,MNm/ml$

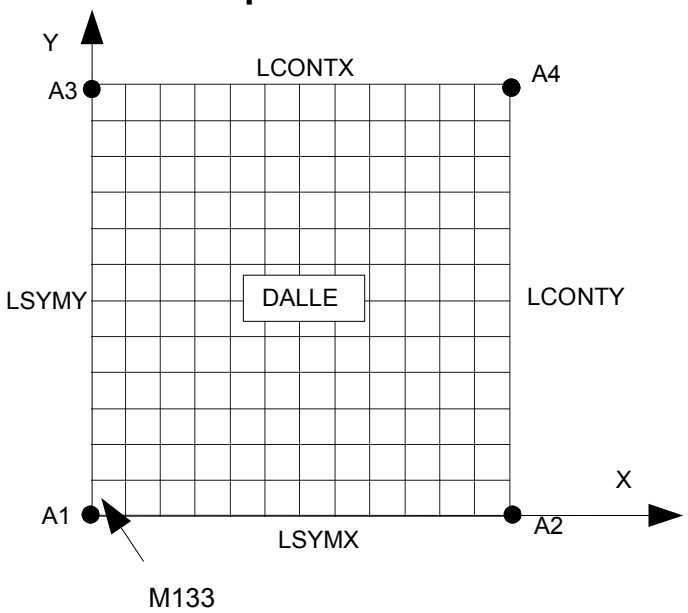
Direction y : $-1.10^{10}\,MNm/ml$

Comme la structure reste dans le domaine élastique, le coefficient de rappel cinématique (constante de Prager) peut prendre une valeur quelconque.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DKTG (QUAD4)

- Conditions aux limites:
  . Coté $A2A4$: $DZ=0$

- Conditions de symétrie
  . Coté $A1A2$: $DY=DRX=0$
  . Coté $A1A3$: $DX=DRY=0$

La dalle est symétrique par rapport aux plans $(X=0)$ et $(Y=0)$, les calculs sont effectués sur un quart de la dalle.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169
Nombre de mailles et type : 144 QUAD4

4.3 Fonctionnalités testées

La macro-commande POST_COQUE permet d'extraire les efforts et les déformations en un point quelconque de la coque.

4.4 Valeurs testées

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance (%)
$DZ(A1)$	'ANALYTIQUE'	2.433 10^{-4}	6 %
$MXX(A1)$	'ANALYTIQUE'	4050.	2 %
$KXX(A1)$	'ANALYTIQUE'	7.21 10^{-4}	5 %

Identification			Type de référence	Référence	Tolérance (%)
MXX	$M133$	$Point\,4$	'NON_REGRESSION'	4044.05	1.e-6
KXX	$M133$	$Point\,4$	'NON_REGRESSION'	7.1995 10^{-4}	1.e-6

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Les grandeurs sont exprimées dans le repère défini par les angles nautiques $\alpha = 33°$ et $\beta = 12°$.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance (%)
$DZ(A1)$	'ANALYTIQUE'	2.433 10^{-4}	6 %
$MXX(A1)$	'NON_REGRESSION'	2848.64	1.e-6
$MYY(A1)$	'NON_REGRESSION'	1201.35	1.e-6
$MXY(A1)$	'NON_REGRESSION'	-1849.92	1.e-6
$KXX(A1)$	'NON_REGRESSION'	5.0713 10^{-4}	1.e-6
$KYY(A1)$	'NON_REGRESSION'	2.1387 10^{-4}	1.e-6
$KXY(A1)$	'NON_REGRESSION'	-3.2933 10^{-4}	1.e-6

Identification			Type de référence	Référence	Tolérance (%)
MXX	$M133$	$Point\,4$	'NON_REGRESSION'	2844.46	1.e-6
MYY	$M133$	$Point\,4$	'NON_REGRESSION'	1199.59	1.e-6
MXY	$M133$	$Point\,4$	'NON_REGRESSION'	-1847.21	1.e-6
KXX	$M133$	$Point\,4$	'NON_REGRESSION'	5.0639 10^{-4}	1.e-6
KYY	$M133$	$Point\,4$	'NON_REGRESSION'	2.1356 10^{-4}	1.e-6
KXY	$M133$	$Point\,4$	'NON_REGRESSION'	-3.2885 10^{-4}	1.e-6

4.5 Remarques

Les coefficients des matrices d'élasticités suivantes, utilisés lors des calculs, ont été calculés avec $\nu_b = 0$:

1) Matrice d'élasticité en membrane : $\begin{Bmatrix} 4614. & 0 & 0 \\ 0 & 4614. & 0 \\ 0 & 0 & 2142. \end{Bmatrix} 10^6 N/m$

2) Matrice d'élasticité en flexion : $\begin{Bmatrix} 5.617 & 0 & 0 \\ 0 & 5.617 & 0 \\ 0 & 0 & 2.57 \end{Bmatrix} 10^6 N/m$

Pour être certain de rester dans le domaine élastique, les limites élastiques exprimées dans le repère d'orthotropie, sont fixées arbitrairement à une valeur très élevée:

Limites élastiques en flexion positive :

Direction x : $1.10^{10} MNm/ml$

Direction y : $1.10^{10} MNm/ml$

Limites élastiques en flexion négative :

Direction x : $-1.10^{10} MNm/ml$

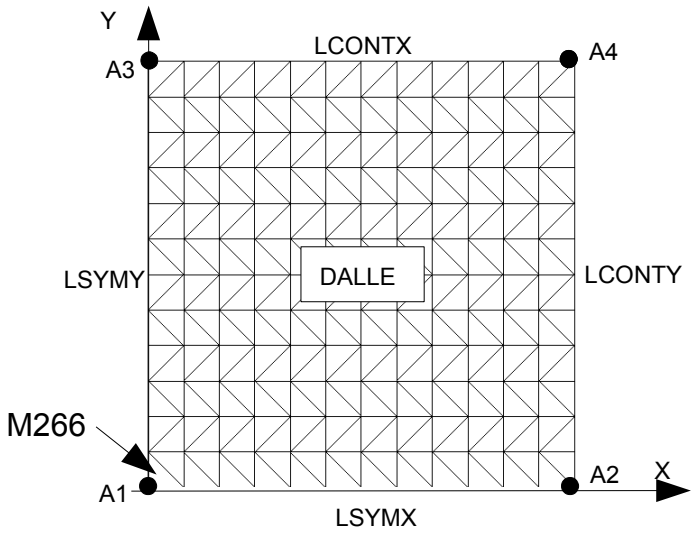
Direction y : $-1.10^{10} MNm/ml$

Comme la structure reste dans le domaine élastique, le coefficient de rappel cinématique (constante de Prager) peut prendre une valeur quelconque.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation Q4GG (TRIA3)

- Conditions aux limites:
  . Coté $A2A4$: $DZ=0$
- Conditions de symétrie
  . Coté $A1A2$: $DY=DRX=0$
  . Coté $A1A3$: $DX=DRY=0$

La dalle est symétrique par rapport aux plans $(X=0)$ et $(Y=0)$, les calculs sont effectués sur un quart de la dalle.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169
Nombre de mailles et type : 288 TRIA3

5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance (%)
$DZ(A1)$	'ANALYTIQUE'	2.658 10^{-4}	1 %
$MXX(A1)$	'ANALYTIQUE'	4050.	0.5 %
$KXX(A1)$	'ANALYTIQUE'	7.878 10^{-4}	0.5 %

Identification			Type de référence	Référence	Tolérance (%)
MXX	$M266$	$Point1$	'NON_REGRESSION'	4032.58	1.e-6
KXX	$M266$	$Point1$	'NON_REGRESSION'	7.8442 10^{-4}	1.e-6

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Les grandeurs sont exprimées dans le repère défini par les angles nautiques $\alpha = 33°$ et $\beta = 12°$.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance (%)
$DZ(A1)$	'ANALYTIQUE'	2.658 10^{-4}	1 %
$MXX(A1)$	'NON_REGRESSION'	2836.04	1.e-6
$MYY(A1)$	'NON_REGRESSION'	1195.36	1.e-6
$MXY(A1)$	'NON_REGRESSION'	-1842.50	1.e-6
$KXX(A1)$	'NON_REGRESSION'	5.5167 10^{-4}	1.e-6
$KYY(A1)$	'NON_REGRESSION'	2.3252 10^{-4}	1.e-6
$KXY(A1)$	'NON_REGRESSION'	-3.5840 10^{-4}	1.e-6

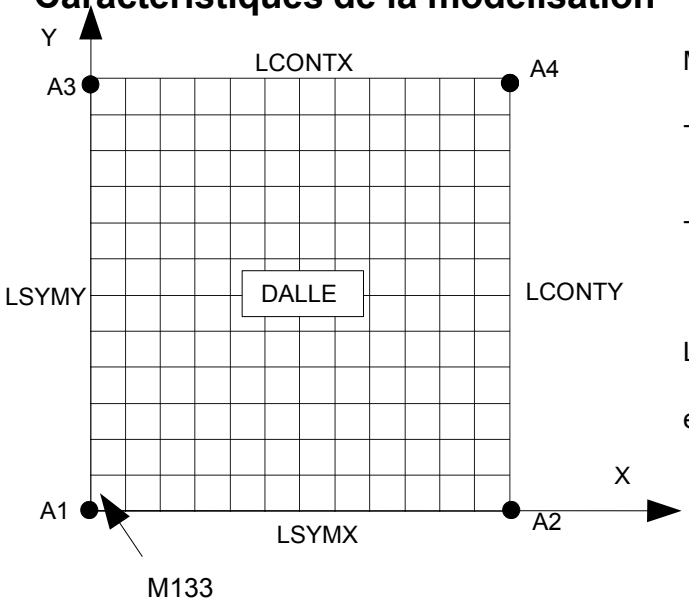
Identification			Type de référence	Référence	Tolérance (%)
MXX	$M266$	$Point1$	'NON_REGRESSION'	2836.04	1.e-6
MYY	$M266$	$Point1$	'NON_REGRESSION'	1195.36	1.e-6
MXY	$M266$	$Point1$	'NON_REGRESSION'	-1842.50	1.e-6
KXX	$M266$	$Point1$	'NON_REGRESSION'	5.5167 10^{-4}	1.e-6
KYY	$M266$	$Point1$	'NON_REGRESSION'	2.3252 10^{-4}	1.e-6
KXY	$M266$	$Point1$	'NON_REGRESSION'	-3.5840 10^{-4}	1.e-6

5.4 Remarques

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation Q4GG (QUAD4)

- Conditions aux limites:
  . Coté $A2A4$: $DZ=0$

- Conditions de symétrie
  . Coté $A1A2$: $DY=DRX=0$
  . Coté $A1A3$: $DX=DRY=0$

La dalle est symétrique par rapport aux plans $(X=0)$ et $(Y=0)$, les calculs sont effectués sur un quart de la dalle.

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169
Nombre de mailles et type : 144 QUAD4

6.3 Fonctionnalités testées

La macro-commande POST_COQUE permet d'extraire les efforts et les déformations en un point quelconque de la coque.

6.4 Valeurs testées

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance (%)
$DZ(A1)$	'ANALYTIQUE'	2.658 10^{-4}	1 %
$MXX(A1)$	'ANALYTIQUE'	4050.	0.5 %
$KXX(A1)$	'ANALYTIQUE'	7.878 10^{-4}	0.5 %

Identification			Type de référence	Référence	Tolérance (%)
MXX	$M133$	$Point\,4$	'NON_REGRESSION'	4035.93	1.e-6
KXX	$M133$	$Point\,4$	'NON_REGRESSION'	7.8507 10^{-4}	1.e-6

- Les grandeurs sont exprimées dans le repère défini par les angles nautiques $\alpha=33°$ et $\beta=12°$.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance (%)
$DZ(A1)$	'ANALYTIQUE'	2.658 10^{-4}	1 %
$MXX(A1)$	'NON_REGRESSION'	2838.75	1.e-6
$MYY(A1)$	'NON_REGRESSION'	1197.18	1.e-6
$MXY(A1)$	'NON_REGRESSION'	-1843.50	1.e-6
$KXX(A1)$	'NON_REGRESSION'	5.5220 10^{-4}	1.e-6
$KYY(A1)$	'NON_REGRESSION'	2.3287 10^{-4}	1.e-6

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$KXY(A1)$	'NON_REGRESSION'	-3.5860 10^{-4}	1.e-6

Identification			Type de référence	Référence	Tolérance (%)
MXX	$M133$	$Point\,4$	'NON_REGRESSION'	2838.75	1.e-6
MYY	$M133$	$Point\,4$	'NON_REGRESSION'	1197.18	1.e-6
MXY	$M133$	$Point\,4$	'NON_REGRESSION'	-1843.50	1.e-6
KXX	$M133$	$Point\,4$	'NON_REGRESSION'	5.5220 10^{-4}	1.e-6
KYY	$M133$	$Point\,4$	'NON_REGRESSION'	2.3287 10^{-4}	1.e-6
KXY	$M133$	$Point\,4$	'NON_REGRESSION'	-3.5860 10^{-4}	1.e-6

6.5 Remarques

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèse des résultats

Les résultats des quatre modélisations sont proches de la solution analytique :

- DKTG : au maximum 6% d'écart pour les déplacements, et 5% pour le moment et la courbure.
- Q4GG : au maximum 1% d'écart pour les déplacements, et 0.5% pour le moment et la courbure.

Ces modélisations valident :

- la modélisation DKTG avec le modèle GLRC_DAMAGE en comportement élastique.
- la modélisation Q4GG avec le modèle ELAS.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)