SSLP304 - Plaque carrée orthotrope en traction uniaxiale hors des axes d'orthotropie

Résumé :

Ce test représente le calcul statique d'une plaque carrée, en matériau élastique orthotrope, dont les axes d'orthotropie sont inclinés de 30 degrés par rapport à l'arête de base, soumise à une traction uniaxiale. Il permet de valider la bonne prise en compte des matériaux élastiques orthotropes et du changement de repère associé. 4 modélisations sont utilisées : C_PLAN avec des mailles QUAD8 et TRIA6, dans un premier repère, C_PLAN dans un second repère, COQUE_3D avec des mailles QUAD9 et TRIA7, en petits déplacements et COQUE_3D en grands déplacements. Les déplacements et les contraintes obtenues sont comparés à une solution de référence analytique.

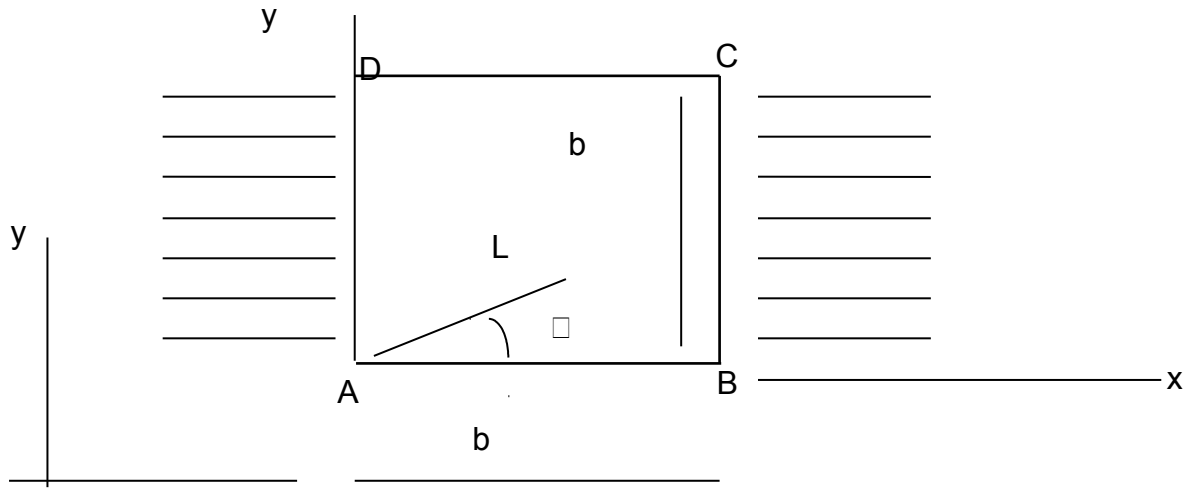
Les deux premières modélisations de ce test sont issues de la validation indépendante de la version 3 de *Code_Aster* (lot statique linéaire).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Une plaque carrée, constituée d'un matériau orthotrope incliné de 30 degrés par rapport à l'arête AB .



Avec $b=1\,m$, épaisseur quelconque (contraintes planes), angle d'orthotropie : θ = 30 degrés.

1.2 Propriétés des matériaux

Les propriétés des matériaux constituant la plaque sont :

élastique orthotrope :

$$E_L=4.\text{E10}\,Pa$$
$$E_T=1.\text{E10}\,Pa$$
$$G_{LT}=0.45\text{E10}\,Pa$$
$$G_{TN}=0.35\text{E10}\,Pa$$
$$NU_{LT}=0.3$$

L'axe L est incliné de 30 degrés par rapport à AB .

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Au point A : $DX=0$, $DY=0$
- Au point B : $DX=0$,

- Chargement linéique réparti : $Fx=10^4\,Pa$ sur BC
- Chargement linéique réparti : $Fx=-10^4\,Pa$ sur DA

1.4 Conditions initiales

Sans objet.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Solution analytique, obtenue avec l'hypothèse d'uniaxialité des contraintes :

$$\sigma_{xx}(x,y) = F_x \qquad \sigma_{xy}(x,y) = \sigma_{yy}(x,y) = \sigma_{zz}(x,y) = 0$$

soit dans le repère (A, L, T) :

$$\sigma_{LL}(x,y) = c^2 F_x, \sigma_{TT}(x,y) = s^2 F_x \qquad \sigma_{LT}(x,y) = -csF_x$$

Par la loi de comportement élastique orthotrope, en utilisant les conventions de *Code_Aster* en ce qui concerne NU_{LT}, (cf. document d'utilisation de la commande DEFI_MATERIAU [§3.5.2]), on obtient directement (voir par exemple [bib1]) :

$$\varepsilon_{xx}(x,y) = \frac{F_x}{E_x}\ ,\ \varepsilon_{yy}(x,y) = -\frac{\nu_{xy}}{E_x}F_x,\ 2\varepsilon_{xy}(x,y) = \frac{\eta_x}{E_x}F_x$$

avec :

$$\frac{1}{E_x(\theta)} = \frac{c^4}{E_L} + \frac{s^4}{E_T} + c^2 s^2 \left[\frac{1}{G_{LT}} - 2\frac{\nu_{LT}}{E_T}\right] \qquad \frac{\nu_{xy}}{E_x(\theta)} = (c^4 + s^4)\frac{\nu_{LT}}{E_T} - c^2 s^2 \left[\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} - \frac{1}{G_{LT}}\right]$$

$$\frac{\eta_y}{E_x(\theta)} = -2cs\left[\frac{c^2}{E_L} - \frac{s^2}{E_T}\right] + \left(c^2 - s^2\right)\left[\frac{\nu_{LT}}{E_T} - \frac{1}{2G_{LT}}\right]$$

avec $c = \cos\theta$

$s = \sin\theta$

Comme les déformations sont uniformes dans la plaque on obtient, par intégration, les déplacements dans le repères (A, x, y) :

$$u_x(x,y) = \varepsilon_{xx}.x$$

$$u_y(x,y) = \varepsilon_{yy}.y + 2\varepsilon_{xy}.x$$

2.2 Résultats de référence

Déplacements dans le repère (A, x, y) (en m) :

Point	B	C	D
u_x	0.	5.917 10^{-7}	5.917 10^{-7}
u_x	–2.292 10^{-7}	–5.028 10^{-7}	–7.319 10^{-7}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Contraintes dans le repère lié à l'orthotropie :

$$\sigma_{LL}(x,y)=7500\,Pa\,,\qquad \sigma_{TT}(x,y)=2500\,Pa\,,\qquad \sigma_{LT}(x,y)=4330.127\,Pa$$

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

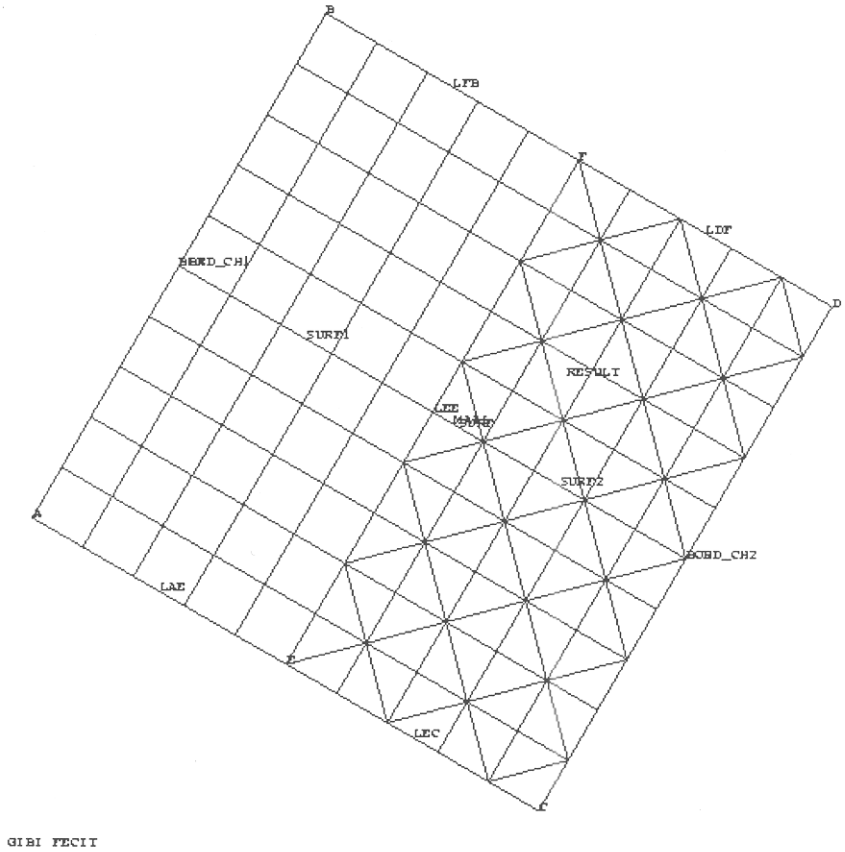
1) GAY D : « Matériaux composites » ; 3ème édition, Hermès

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation C_PLAN. La plaque est tournée de -30 degrés autour de Z, c'est-à-dire que l'axe X global est colinéaire à l'axe d'orthotropie L. Les conditions aux limites et chargements, à appliquer dans le repère (A, x, y) lié à la plaque, sont donc projetées sur le repère global (A, X, Y) (utilisation de LIAISON_DDL en B).



3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 391

Nombre de mailles et types : 50 QUAD8, 100 TRIA6

3.3 Valeurs testées

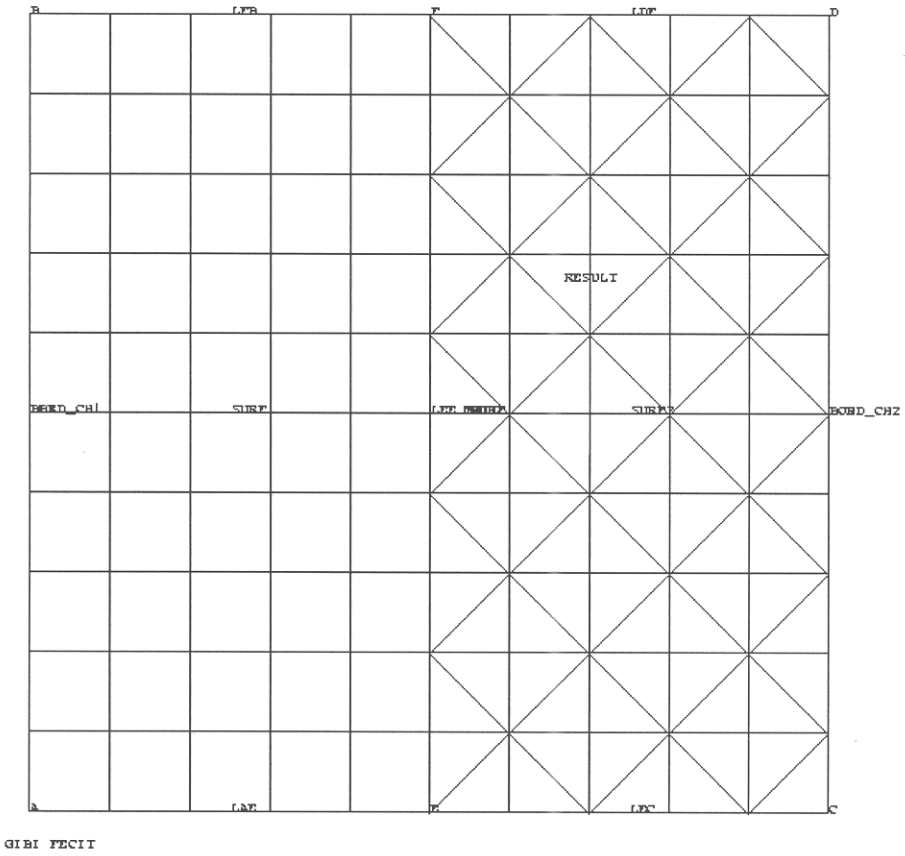
Valeur	Identification	Référence
$Ux(c)=Ux(D)$	$DX(C)$	5.917 10^{-7}
$Uy(B)$	$DY(B)$	– 2.292 10^{-7}
$Uy(C)$	$DY(C)$	– 5.028 10^{-7}
$Uy(D)$	$DY(D)$	– 7.319 10^{-7}
$Sigma\,\mathrm{LL}$	$SIXX$ (tout point)	7500
$Sigma\,\mathrm{TT}$	$SIYY$ (tout point)	2500
$Sigma\,\mathrm{LL}$	$SIXY$ (tout point)	4300.127

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation C_PLAN. La plaque est parallèle aux axes globaux, c'est-à-dire que l'axe X global est colinéaire à l'axe x. C'est donc l'axe d'orthotropie L qui est à orienter (à l'aide du mot-clé MASSIF de AFFE_CARA_ELEM).



4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 391

Nombre de mailles et types : 50 QUAD8, 100 TRIA6

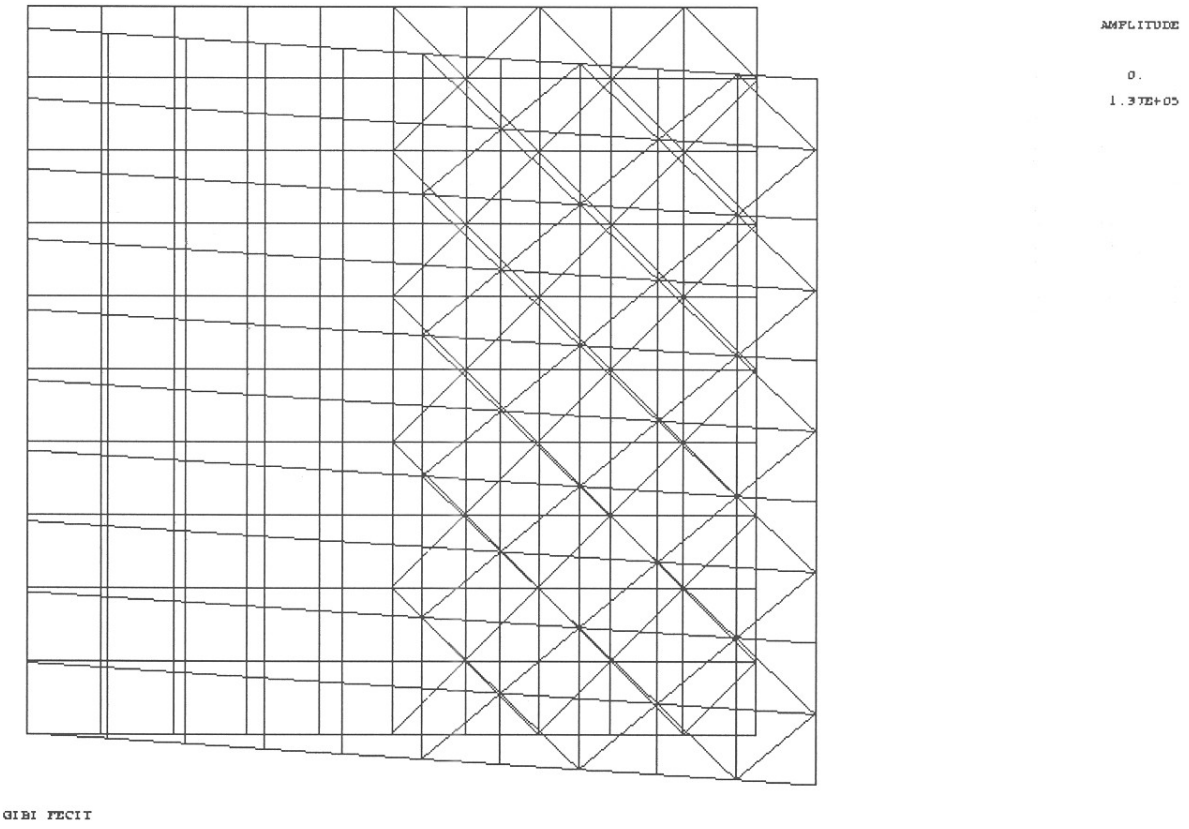
4.3 Valeurs testées

Valeur	Identification	Référence
$Ux(c)=Ux(D)$	$DX(C)$	5.917 10^{-7}
$Uy(B)$	$DY(B)$	– 2.292 10^{-7}
$Uy(C)$	$DY(C)$	– 5.028 10^{-7}
$Uy(D)$	$DY(D)$	– 7.319 10^{-7}
$Sigma\,\mathrm{LL}$	$SIXX$ (tout point)	7500
$Sigma\,\mathrm{TT}$	$SIYY$ (tout point)	2500
$Sigma\,\mathrm{LL}$	$SIXY$ (tout point)	4300.127

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.4 Remarques

Allure de la déformée : non symétrique à cause de l'orthotropie.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation COQUE_3D. La plaque est parallèle aux axes globaux, c'est-à-dire que l'axe X global est colinéaire à l'axe x. C'est donc l'axe d'orthotropie L qui est à orienter (à l'aide du mot-clé MASSIF de AFFE_CARA_ELEM). Le maillage est identique à celui de la modélisation B.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 541

Nombre de mailles et types : 50 QUAD9, 100 TRIA7

5.3 Valeurs testées

Valeur	Identification	Référence
$Ux(c)=Ux(D)$	$DX(C)$	5.917 10^{-7}
$Uy(B)$	$DY(B)$	– 2.292 10^{-7}
$Uy(C)$	$DY(C)$	– 5.028 10^{-7}
$Uy(D)$	$DY(D)$	– 7.319 10^{-7}
$Sigma\,\mathrm{LL}$	$SIXX$ (tout point)	7500
$Sigma\,\mathrm{TT}$	$SIYY$ (tout point)	2500
$Sigma\,\mathrm{LL}$	$SIXY$ (tout point)	4300.127

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation COQUE_3D en grands déplacements. La plaque est parallèle aux axes globaux, c'est-à-dire que l'axe X global est colinéaire à l'axe x. C'est donc l'axe d'orthotropie L qui est à orienter (à l'aide du mot-clé MASSIF de AFFE_CARA_ELEM). Le maillage est identique à celui de la modélisation B.

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 541

Nombre de mailles et types : 50 QUAD9, 100 TRIA7

6.3 Valeurs testées

Valeur	Identification	Référence
$Ux(c)=Ux(D)$	$DX(C)$	$5.917\ 10^{-7}$
$Uy(B)$	$DY(B)$	$-2.292\ 10^{-7}$
$Uy(C)$	$DY(C)$	$-5.028\ 10^{-7}$
$Uy(D)$	$DY(D)$	$-7.319\ 10^{-7}$
$Sigma\,\mathrm{LL}$	$SIXX$ (tout point)	7500
$Sigma\,\mathrm{TT}$	$SIYY$ (tout point)	2500
$Sigma\,\mathrm{LL}$	$SIXY$ (tout point)	4300.127

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèse des résultats

Les résultats des quatre modélisations sont très proches de la solution analytique : au maximum 0.015% d'écart.

Ce test valide donc la prise en compte de l'élasticité orthotrope.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)