# FORMA05 - Travaux pratiques de la formation « Utilisation avancée » : Plaque fissurée en traction

**Résumé :**

Ce test 2D (déformations planes) modélise en quasi-statique une plaque fissurée mise en traction. Il permet de valider les post-traitements en mécanique de la rupture élastique linéaire CALC_G et POST_K1_K2_K3. Il comporte trois modélisations.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie

On considère une plaque rectangulaire de hauteur $H=2\,m$ , de largeur $W=1\,m$ , en déformation plane, avec une fissure horizontale débouchante de profondeur $a=0{,}1\,m$ .

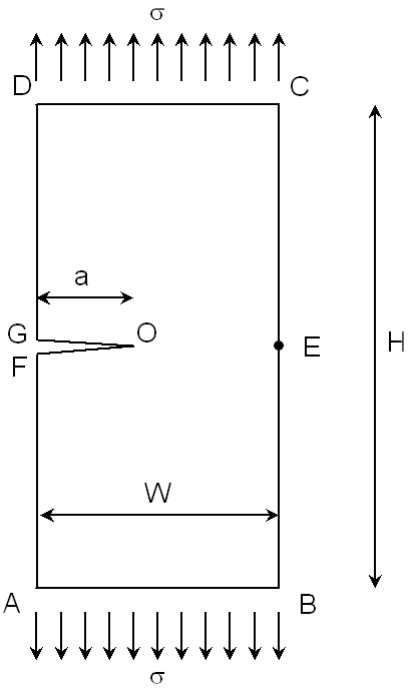



**Figure 1.1-1: schéma de la plaque fissurée**

## 1.2 Propriétés du matériau

On considère un matériau homogène isotrope élastique linéaire dont les caractéristiques sont les suivantes :

- module d'Young $E=210\,000\,MPa$
- coefficient de Poisson $\nu=0{,}3$

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

La plaque est en traction ( $\sigma=10\,MPa$ ).



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode utilisée pour la solution de référence

La solution de référence [1] s'exprime de la façon suivante :

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} F\left(\frac{a}{W}\right)$$

avec $F\left(\frac{a}{W}\right) = 1,122 - 0,231\left(\frac{a}{W}\right) + 10,55\left(\frac{a}{W}\right)^2 - 21,71\left(\frac{a}{W}\right)^3 + 30,382\left(\frac{a}{W}\right)^4$

La précision de cette formule empirique est de $0,5$ pour $\frac{a}{W} \leq 0,6$.

On peut également calculer $G$ grâce à la formule d'Irwin :

$$G(s) = \frac{\left(1-\nu^2\right)}{E} K_I^2$$

## 2.2 Résultats de référence

Avec les valeurs numériques de l'énoncé, on trouve : $K_I = 6,65\ MPa.\sqrt{m}$ et $G = 192\ J.m^{-2}$.

## 2.3 Références bibliographiques

- H. Tada, P. Paris, G. Irwin, The stress analysis of cracks handbook, 3 rd edition, 2000



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A : FEM 2D

## 3.1 Déroulement du TP

### 3.1.1 Géométrie et maillage avec Salome-Meca

En prenant en compte la symétrie de la géométrie définie sur la Figure 1, seule la moitié supérieure du modèle sera représentée. Cette géométrie peut être construite avec module Geometry de Salome-Meca en utilisant la fonctionnalité `New Enity / Basic /2D Sketch` puis *Build/Face*. On veillera à définir les groupes géométriques $O$, $E$, $CD$, $GO$ et $OE$ sur la face ainsi créée en utilisant la fonctionnalité `New Enity / Explode`.

Avec la module Mesh de Salome-Meca, en utilisant Netgen 1D-2D : choisir *NETGEN 2D Parameters* puis *Max. Size* = $0{,}1\,m$, *Min. Size* = $0{,}005\,m$, option *Very Fine* et cocher la case *Second Order* pour obtenir directement un maillage quadratique. Cet algorithme permet lui aussi de définir une taille des mailles localement (onglet *Local sizes*). On pourra par exemple spécifier des éléments de $0{,}005\,m$ à proximité du fond de fissure. N'oubliez par d'importer les groupes de mailles et de nœuds d'après les groupes géométriques $O$, $E$, $CD$, $GO$ et $OE$.

### 3.1.2 Création du fichier de commandes sans post-traitement de la rupture

| |
|---|
| Lecture du maillage (`LIRE_MAILLAGE`) au format MED ; |
| Définition des éléments finis utilisés (`AFFE_MODELE`)<br>On ouvre la documentation par un clic-droit sur le nom de la commande et on trouve la modélisation correspondante à une modélisation en contraintes planes pour les éléments de milieux continus 2D (`D_PLAN`) |
| Réorientation des normales aux éléments : on utilisera `MODI_MAILLAGE/ORIE_PEAU_2D` pour orienter tous les éléments de la même façon, avec une normale tournée vers l'extérieur (utiliser le groupe `' CD '` ) ; |
| Définition et affectation du matériau (`DEFI_MATERIAU` et `AFFE_MATERIAU`) ; |
| Définition des conditions limites et chargements (`AFFE_CHAR_MECA`) :<br>• Symétrie sur la moitié de la plaque `'OE'` (`DDL_IMPO`) ;<br>• Blocage des modes rigides (`DDL_IMPO`) ;<br>• Application de la traction sur `'CD' (FORCE_CONTOUR)` |
| Résolution du problème élastique (`MECA_STATIQUE`) ; |
| Pour visualisation avec Paravis :<br>• Calcul du champ de contraintes extrapolé aux noeuds ( `CALC_CHAMP`, option `' CONTRAINTE '` avec le champ `'SIGM_ NOEU '` )<br>• Calcul du champ de contraintes équivalentes ( `CALC_CHAMP, option ' CRITERES ' avec le champ 'S IEQ _NOEU'` )<br>Pour cela, on enrichira le concept issu de `MECA_STATIQUE` en reprenant le même nom de concept. |
| Impression des résultats au format MED (`IMPR_RESU`). |

### 3.1.3 Calcul du champ de déplacement

Lancement du calcul avec ASTK.

Visualiser les champs de déplacement et de contraintes obtenus.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

### 3.1.4 Post-traitement pour la rupture

#### a) Définition du fond de fissure

Définir le fond de fissure dans DEFI_FOND_FISS à partir des groupes de mailles du fond et des lèvres. Le modèle étant symétrique, il est nécessaire de préciser SYME='OUI'.

Préciser le fond de fissure (FOND_FISS) et la lèvre supérieure (LEVRE_SUP).

#### b) Calcul de G avec CALC_G

Calculer le taux de restitution d'énergie G avec CALC_G (OPTION='CALC_G' [ valeur par défaut] ) .

Utiliser le résultat du MECA_STATIQUE (RESULTAT).

Compléter les informations sur le champ THETA :

- le fond de fissure
- les rayons de la couronne du champ theta ( R_INF , R_SUP ), à définir en fonction du maillage utilisé.

Imprimer les valeurs de G ( IMPR_TABLE ).

#### c) Calcul de K avec CALC_G

Calculer également les facteurs d'intensité des contraintes (K1, K2) (OPTION='CALC_K_G') .

Idem que précédemment.

Imprimer les résultats dans une nouvelle table ( IMPR_TABLE ).

#### d) Calcul de K et G avec POST_K1_K2_K3

Calculer K et G avec POST_K1_K2_K3 :

- utiliser le résultat du MECA_STATIQUE (RESULTAT)
- renseigner le fond de fissure
- renseigner le paramètre ABSC_CURV_MAXI
- imprimer les résultats dans une table ( IMPR_TABLE )

Comparer les solutions obtenues avec la solution de référence.

### 3.1.5 Pour aller plus loin : Utilisation des éléments de BARSOUM

Après le LIRE_MAILLAGE, modifier le maillage en transformant les éléments en pointe de fissure en éléments de Barsoum (opérateur MODI_MAILLAGE / MODI_MAILLE / NOEUD_QUART ) et regarder comment le résultat est modifié.

### 3.1.6 Pour aller plus loin : études d'influence des tailles de couronnes

- Sur CALC_G : vérifier l'indépendance du résultat au choix des couronnes d'intégration du champ thêta ;
- Sur POST_K1_K2_K3 : étudier l'influence du paramètre ABSC_CURV_MAXI.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 3.2 Grandeurs testées et résultats

### 3.2.1 Tests sur G

| Identification | Référence | % tolérance |
|---|---|---|
| $G$ de CALC_G, option CALC_G | 192 | 0,3% |
| $G$ de CALC_G, option CALC_K_G | 192 | 0,3% |
| $G_{Irwin}$ de CALC_G, option CALC_K_G | 192 | 0,3% |
| $G$ de POST_K1_K2_K | 192 | 0,6% |

### 3.2.2 Tests sur KI

| Identification | Référence | % tolérance |
|---|---|---|
| $K_I$ de CALC_G, option CALC_K_G | 6,65 $10^6$ | 0,3% |
| $K_I$ de POST_K1_K2_K | 6,65 $10^6$ | 0,4% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation B : FEM 2D sans symétrie

## 4.1 Déroulement du TP

### 4.1.1 Récupération du maillage avec Salome-Meca

Pour ce TP, vous pouvez récupérer directement le maillage forma05b.mmed. Les groupes sont décrits sur la Figure 4.1.1-1 :

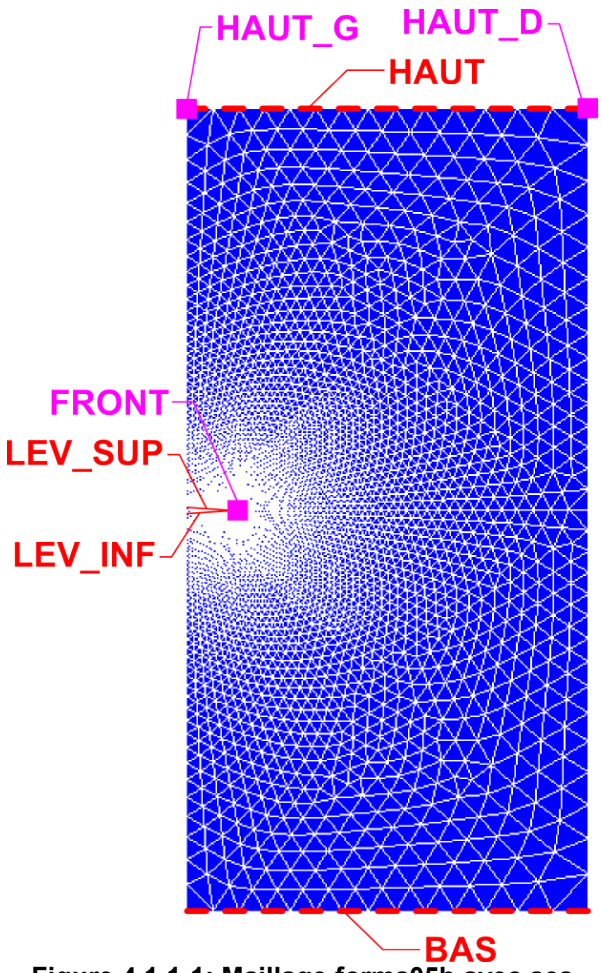



**Figure 4.1.1-1: Maillage forma05b avec ses groupes**

Pour rappel, on cherche à appliquer une pression égale à 10MPa sur la ligne du HAUT et sur la ligne du BAS. Pour éviter les mouvements de corps rigide, il est nécessaire de bloquer le déplacement selon X et Y sur le groupe HAUT_G et le déplacement selon Y sur le groupe HAUT_D.

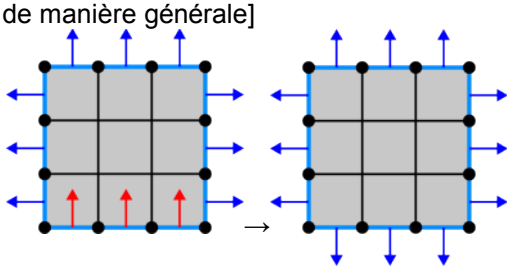
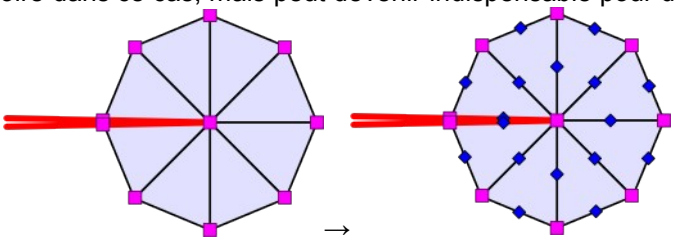
Le groupe de nœud contenant le front de la fissure est FRONT et les lèvres supérieures et inférieures sont définis respectivement par les groupes de mailles LEV_SUP et LEV_INF.

### 4.1.2 Création du cas classique dans AsterStudy

| |
|---|
| Lancer Salome_Meca, puis choisissez le module AsterStudy. Ajoutez les étapes suivantes à votre cas : |
| **Read a mesh** (***LIRE_MAILLAGE***). Sélectionnez le maillage forma05b.mmed et le format MED |
| **Modify a mesh** (***MODI_MAILLAGE***). Choisissez le maillage lu précédemment et sélectionnez le `reuse`. Sélectionnez l'action `ORIE_PEAU_2D` pour réorienter les normales aux arêtes vers l'extérieur du maillage (groupes d'éléments `HAUT`, `BAS`, `LEV_SUP`, `LEV_INF`). [Cette étape n'est pas obligatoire |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| |
|---|
| ici, mais fortement conseillée de manière générale]  |
| **CREA_MAILLAGE**. Sélectionnez le maillage précédent et donnez un nouveau nom. Choisissez l'action LINE_QUAD pour transformer les éléments linéaires en éléments quadratiques. [Choisissez l'option PREF_NOEUD=Z. Cette option permet de changer le préfixe par défaut du nom des nœuds. Cette option n'est pas obligatoire dans ce cas, mais peut devenir indispensable pour de gros maillages]  |
| Assign finite element (AFFE_MODELE). Choisissez le phénomène mécanique et la modélisation des milieux continus 2D en déformation plane (D_PLAN) |
| Définition et affectation du matériau: **Define a material (DEFI_MATERIAU)** et **Assign a material (AFFE_MATERIAU)** |
| Définition des conditions limites et chargements : **Assign mechanical load (AFFE_CHAR_MECA)** :<br>• Blocage des modes rigides (**Enforce DOF** sur HAUT_G et HAUT_D) ;<br>• Application de la pression sur 'HAUT' et 'BAS) **(PRES_REP)** |
| Résolution du problème élastique : **Static mechanical analysis (MECA_STATIQUE)** ; |
| Pour visualisation avec Paravis :<br>• Calcul du champ de contraintes extrapolé aux nœuds (CALC_CHAMP, option 'CONTRAINTE' avec le champ 'SIGM_NOEU')<br>• Calcul du champ de contraintes équivalentes ( CALC_CHAMP, option ' CRITERES ' avec le champ 'SIEQ_NOEU' )<br>Pour cela, on enrichira le concept issu de MECA_STATIQUE en reprenant le même nom de concept. |
| Impression des résultats au format MED : Results output (IMPR_RESU). |

Vous pouvez lancer le cas pour vérifier le bon fonctionnement de votre mise en données.

### 4.1.3 Ajout des étapes de post traitement en mécanique de la rupture

| |
|---|
| Afin de séparer le calcul et le post-traitement, vous pouvez ajouter une nouvelle étape (New stage) à votre cas d'étude (Case). |
| **Définition du fond de fissure ( DEFI_FOND_FISS ).** Définir le fond de fissure dans DEFI_FOND_FISS à partir d u groupe de nœud du fond FRONT et les LEVRE_INF et LEVRE_SUP. |
| **Calcul d u taux de restitution d'énergie avec CALC_G** (OPTION='CALC_G' [ valeur par défaut] )<br>.<br>Compléter les informations sur le champ THETA :<br>• le fond de fissure FOND_FISS<br>• les rayons de la couronne du champ theta ( R_INF , R_SUP ), à définir en fonction du maillage |



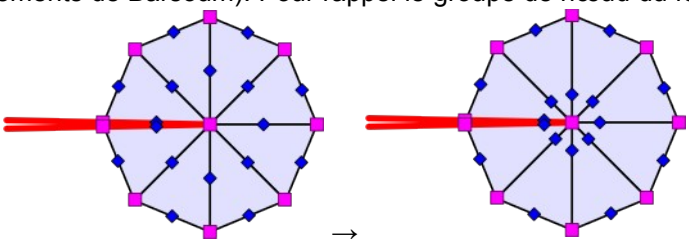
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| |
|---|
| utilisé.<br>Imprimer les valeurs de G ( IMPR_TABLE ). |
| **Calcul des facteurs d'intensité des contraintes avec CALC_G** (OPTION='CALC_K_G') .<br>Idem que précédemment.<br>Imprimer les résultats dans une nouvelle table ( IMPR_TABLE ). |
| Calcule de K et G avec POST_K1_K2_K3 :<br>• renseigner le fond de fissure<br>• renseigner le paramètre ABSC_CURV_MAXI<br>• imprimer les résultats dans une table ( IMPR_TABLE ) |
| Comparer les solutions obtenues avec la solution de référence. |

### 4.1.4 Pour aller plus loin : Utilisation des éléments de BARSOUM

Pour cela, ajoutez la commande suivante après CREA_MAILLAGE :

**Modify a mesh** (***MODI_MAILLAGE***). Choisissez le maillage quadratique et le reuse. Action MODI_MAILLE avec l'option NOEUD_QUART pour déplacer les nœuds milieux des éléments connectés à la pointe de la fissure au quart de la distance (éléments de Barsoum). Pour rappel le groupe de nœud du fond de fissure est FRONT.



### 4.1.5 Pour aller plus loin : Études d'influence des tailles de couronnes

- Dans CALC_G : vérifier l'indépendance du résultat au choix des couronnes d'intégration du champ thêta ;
- Dans POST_K1_K2_K3 : étudier l'influence du paramètre ABSC_CURV_MAXI.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Modélisation C : X-FEM 2D sans symétrie

## 5.1 Déroulement du TP

### 5.1.1 Récupération du maillage avec Salome-Meca

Pour ce TP, vous pouvez récupérer directement le maillage forma05c.mmed. Le maillage fourni est quadratique. Les groupes sont décris sur la Figure 5.1.1-1 :

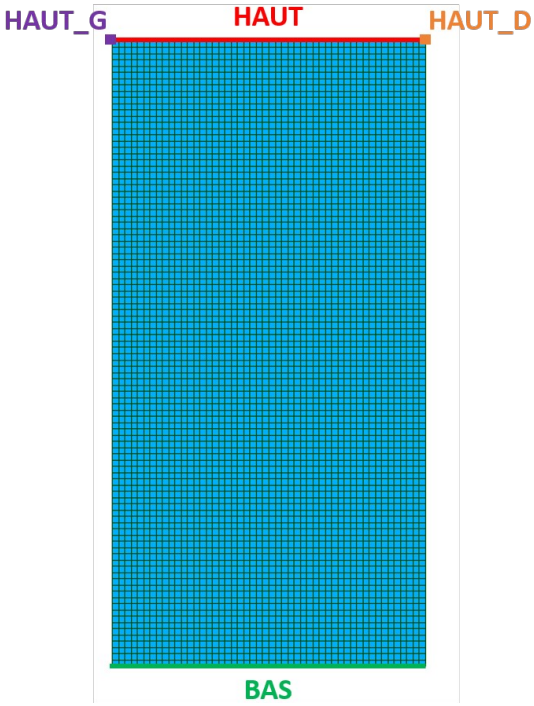
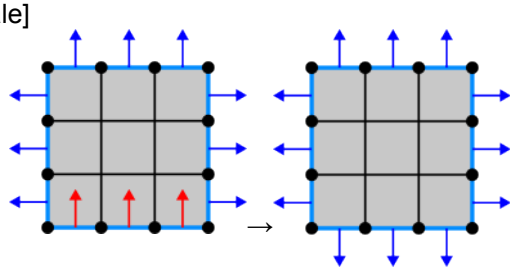



**Figure 5.1.1-1: Maillage forma05c avec ses groupes**

Les conditions limites et les chargements sont les mêmes que ceux de la modélisation B.

### 5.1.2 Création du cas classique dans AsterStudy

| |
|---|
| Lancer Salome_Meca, puis choisissez le module AsterStudy. Ajoutez les étapes suivantes à votre cas : |
| **Read a mesh** (***LIRE_MAILLAGE***). Sélectionnez le maillage forma05c.mmed et le format MED |
| **Modify a mesh** (***MODI_MAILLAGE***). Choisissez le maillage lu précédemment et sélectionnez le reuse. Sélectionnez l'action ORIE_PEAU_2D pour réorienter les normales aux arêtes vers l'extérieur du maillage (groupes d'éléments HAUT, BAS). [Cette étape n'est pas obligatoire ici, mais fortement conseillée de manière générale]  |
| **Assign finite element (AFFE_MODELE)**. Choisissez le phénomène mécanique et la modélisation des milieux continus 2D en déformation plane (D_PLAN) |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| |
|---|
| Définition et affectation du matériau: **Define a material (DEFI_MATERIAU)** et **Assign a material (AFFE_MATERIAU)** |
| Dans l'onglet **Fracture and Fatigue** : Définition de la fissure **DEFI_FISS_XFEM** avec a=0,1m. Utilisez de préférence le catalogue des fissures (FORM_FISS='DEMI-DROITE') |
| Dans l'onglet **Fracture and Fatigue** : Modification du modèle pour prendre en compte les éléments X-FEM (**MODI_MODELE_XFEM**) |
| Définition des conditions limites et chargements : **Assign mechanical load (AFFE_CHAR_MECA)** :<br>• Blocage des modes rigides (**Enforce DOF** sur HAUT_G et HAUT_D)<br>• Application de la pression sur 'HAUT' et 'BAS) **(PRES_REP)** |
| Résolution du problème élastique : **Static mechanical analysis (MECA_STATIQUE)** |

Afin de séparer le calcul et le post-traitement, vous pouvez ajouter une nouvelle étape (New stage) à votre cas d'étude (Case).

| |
|---|
| Dans l'onglet **Fracture and Fatigue** : Création d'un maillage de visualisation (**POST_MAIL_XFEM**) |
| Dans l'onglet **Finite Element** : Création d'un modèle pour la visualisation (**AFFE_MODELE**) sur le maillage créé pour la visualisation |
| Dans l'onglet **Fracture and Fatigue** : Création d'un champ de résultats sur le maillage de visualisation X-FEM (**POST_CHAM_XFEM**) |
| Pour visualisation avec Paravis :<br>• Calcul du champ de contraintes extrapolé aux noeuds ( CALC_CHAMP, option ' CONTRAINTE ' avec le champ 'SIGM_ NOEU ' )<br>• Calcul du champ de contraintes équivalentes ( CALC_CHAMP, option ' CRITERES ' avec le champ 'S IEQ _NOEU' )<br>Pour cela, on enrichira le concept issu de **POST_CHAM_XFEM** en reprenant le même nom de concept. |
| Impression des résultats au format MED : Results output (IMPR_RESU). |

### 5.1.3 Ajout des étapes de post traitement en mécanique de la rupture

Pour le post-traitement de la rupture vous pouvez également ajouter une nouvelle étape (New stage) à votre cas d'étude en cours.

Pour l'ensemble des étapes suivantes, il faudra aller dans l'onglet **Fracture and Fatigue**.

#### a) Calcul de G avec CALC_G

Calculer le taux de restitution d'énergie G avec CALC_G (OPTION='CALC_G').

Utiliser le résultat du calcul statique à ne pas confondre avec le résultat créé pour la visualisation avec **POST_CHAM_XFEM** (RESULTAT ).

Compléter les informations sur le champ THETA :

- le fond de fissure FISSURE
- les rayons de la couronne du champ theta ( R_INF , R_SUP ), à définir en fonction du maillage utilisé (la taille des éléments est de 0,02m).

Imprimer les valeurs de la table G ( **IMPR_TABLE** dans l'onglet **Output** ).

#### b) Calcul de K avec CALC_G

Calculer également les facteurs d'intensité des contraintes (K1, K2) (OPTION='CALC_K_G').

Idem que précédemment.

Imprimer les résultats dans une nouvelle table.

#### c) Calcul de K et G avec POST_K1_K2_K3



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Calculer K et G avec POST_K1_K2_K3 :

- utiliser le résultat du MECA_STATIQUE (RESULTAT)
- renseigner la fissure
- renseigner le paramètre ABSC_CURV_MAXI
- imprimer les résultats dans une table.

Comparer les solutions obtenues avec la solution de référence.

### 5.1.4 Pour aller plus loin : Études d'influence des tailles de couronnes

- Sur CALC_G : vérifier l'indépendance du résultat au choix des couronnes d'intégration du champ thêta ;
- Sur POST_K1_K2_K3 : étudier l'influence du paramètre ABSC_CURV_MAXI .

## 6 Synthèse

Ce TP permet de mettre en évidence :

- Les deux méthodes de calcul des G et K disponibles dans Code_Aster
- L'amélioration de la précision des résultats avec l''utilisation des éléments de Barsoum (FEM)
- La possibilité de simuler une fissure sans la mailler (X-FEM)
- L'invariance des résultats aux choix des couronnes ;



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)