SSLL11 - Treillis de barres articulées sous charge ponctuelle

Résumé :
Ce test permet de vérifier les éléments de barre et de poutre pour le calcul de structures en treillis. Le treillis considéré est plan. Le calcul est statique, élastique, linéaire. La solution de référence est analytique.

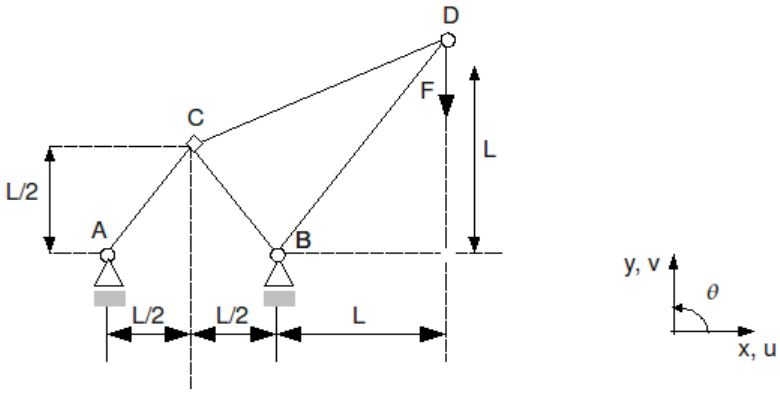
Trois modélisations permettent de tester les éléments POU_D_T avec et sans liaisons rotulées, ainsi que les éléments BARRE.

Trois modélisations permettent de tester les éléments POU_D_TG, POU_D_EM et POU_D_TGM avec et sans liaisons rotulées.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Longueur $L=1\,m$

éléments AC et BC de section circulaire $A=2.10^{-4}\,m^2$

éléments CD et BD de section circulaire $A=1.10^{-4}\,m^2$

Coordonnées des points (en m) :

	A	B	C	D
x	0.	1.	0.5	2.
y	0.	0.	0.5	1.
z	0.	0.	0.	0.

1.2 Propriétés de matériaux

Module d'Young : $E=1.962\,10^{11}\,Pa$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Les nœuds A et B sont articulés : $u=v=0$

Force ponctuelle verticale en D : $F=-9.81\,10^{3}\,N$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est celle donnée dans la fiche SSLL11/89 du guide VPCS.
Elle est obtenue par la méthode des déplacements dans [bib1].

2.2 Résultats de référence

Déplacements des points C et D.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

[1] RAO (J.S.) : The finite element method in engineering , problème 5.1, p. 275.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Compte tenu des élancements, la prise en compte des articulations modifie peu les résultats. Pour cette modélisation, les articulations en A, B, C et D sont rigidifiées (continuité des 3 composantes d'efforts généralisés).
4 poutres de section circulaire pleine : 4 mailles SEG2

éléments AC et BC rayon $R=7.978845\,10^{-3}\,m$ (aire $A=2.10^{-4}\,m^2$)
éléments CD et BD rayon $R=5.641895\,10^{-3}\,m$ (aire $A=1.10^{-4}\,m^2$)
Coefficient de Poisson : $\nu=0.3$

Conditions limites :
en tous les nœuds :

```
DDL_IMPO=(
    _F(TOUT='OUI', DZ= 0. , DRX= 0. , DRY= 0. ),
    _F( NOEUD= ( A , B ), DX= 0. , DY= 0.)
)
```

Nom des nœuds : Point A = A Point C = C
Point B = B Point D = D

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4
Nombre de mailles et types : 4 SEG2

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance
DX au point C	'ANALYTIQUE'	2.65E-04	3.0E-04
DY au point C	'ANALYTIQUE'	0.8839E-04	3.0E-04
DX au point D	'ANALYTIQUE'	3.47902E-03	3.0E-04
DY au point D	'ANALYTIQUE'	-5.60084E-03	3.0E-04

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

4 éléments POU_D_T de section circulaire pleine : 4 mailles SEG2

éléments AC et BC rayon $R=7.978845\,10^{-3}\,m$ (aire $A=2.\,10^{-4}\,m^2$)

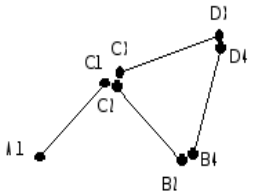
éléments CD et BD rayon $R=5.641895\,10^{-3}\,m$ (aire $A=1.\,10^{-4}\,m^2$)

Coefficient de Poisson : $\nu=0.3$

Conditions limites :

```
DDL_IMPO=_F(Tout='OUI', DZ= 0. , DRX= 0. , DRY= 0. )
```

Pour traiter les liaisons articulées, on crée autant de nœuds que d'extrémités de barre.



- aux nœuds $A1$, $B2$ et $D4$: DDL_IMPO=_F(Tout='OUI',DZ= 0.,DRX= 0.,DRY= 0.)
- aux nœuds $C1$, $C2$, $C3$ et $D3$, $D4$ continuité des translations, par LIAISON_DDL DX et DY.
- aucune rotation n'est imposée.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4
Nombre de mailles et types : 4 SEG2

4.3 Grandeurs testées et résultats

Point	Déplacement (m)	Type de Référence	*Référence*	*Tolérance*
C	u_c	ANALYTIQUE	2.6517E-04	3.0E-04
	v_c	ANALYTIQUE	0.8839E-04	3.0E-04
D	u_D	ANALYTIQUE	3.47902E-03	3.0E-04
	v_D	ANALYTIQUE	–5.60084E-03	3.0E-04

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

4 éléments BARRE de section circulaire pleine : 4 mailles SEG2

éléments AC et BC rayon $R=7.978845\,10^{-3}\,m$ (aire $A=2.10^{-4}\,m^2$)

éléments CD et BD rayon $R=5.641895\,10^{-3}\,m$ (aire $A=1.10^{-4}\,m^2$)

Coefficient de Poisson : $\nu=0.3$

Conditions limites :

```
DDL_IMPO=(
    _F(TOUT='OUI', DZ= 0. )
    _F(NOEUD=( A , B ), DX= 0. , DY= 0.)
)
```

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4
Nombre de mailles et types : 4 SEG2

5.3 Grandeurs testées et résultats

Calcul statique :

Point	Déplacement (m)	Type de Référence	Référence	Tolérance
C	u_c	ANALYTIQUE	2.6517E -04	1.0E-04
	v_c	ANALYTIQUE	8.84E-05	1.0E-04
D	u_D	ANALYTIQUE	3.47902E-03	1.0E-04
	v_D	ANALYTIQUE	–5.60084E-03	1.0E-04

Calcul harmonique :

Point	Champ	Freq.	Comp	Type de Référence	Référence	Tolérance
C	DEPL	100	DX	NON REGRESSION	4.01805E-08 - 4.21987E-06j	1.0E-03
C	DEPL	100	DY	NON REGRESSION	1.66019E-08-1.406541E-06j	1.0E-03
D	DEPL	100	DX	NON REGRESSION	5.81263E-07-5.53643E-05j	1.0E-03
D	DEPL	100	DY	NON REGRESSION	-9.72590E-7+8.91215E-5j	1.0E-03
D	VITE	100	DX	NON REGRESSION	0.03478 + 3.652186E-04j	1.0E-03
D	VITE	100	DY	NON REGRESSION	-0.05599 - 6.11096E-04j	1.0E-03
D	ACCE	100	DX	NON REGRESSION	-0.22947 + 21.85696j	1.0E-03
D	ACCE	100	DY	NON REGRESSION	0.383963 - 35.1837j	1.0E-03
B	EFGE_ELNO	100	N	NON REGRESSION	-3.83891 + 331.15804j	1.0E-03
D	EFGE_ELNO	100	N	NON REGRESSION	-3.83891 + 331.15804j	1.0E-03

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

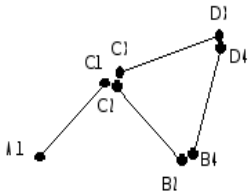
4 éléments POU_D_TG de section circulaire creuse : 4 mailles SEG2

éléments AC et BC	rayon : $R=8.305164\,10^{-3}\,m$ Épaisseur : $e=0.006\,m$	aire $A=2.10^{-4}\,m^2$
éléments CD et BD	rayon : $R=5.683099\,10^{-3}\,m$ Épaisseur : $e=0.005\,m$	aire $A=1.10^{-4}\,m^2$
Coefficient de Poisson :	$\nu=0.3$	

Conditions limites :

```
DDL_IMPO=( Tout='OUI', DZ=0. , DRX=0. , DRY=0. )
```

Pour traiter les liaisons articulées, on crée autant de nœuds que d'extrémités de barre.



- aux nœuds $A1$, $B2$ et $D4$: DDL_IMPO=_F(Tout='OUI',DX= 0.,D4= 0.,)
- aux nœuds $C1$, $C2$, $C3$ et $D3$, $D4$ continuité des translations, par LIAISON_DDL DX et DY.
- aucune rotation n'est imposée.

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 4 SEG2

6.3 Remarques

Dans cette modélisation on calcule la réponse dynamique complexe du système soumis à une excitation harmonique complexe ($F=-9810.+0.\mathrm{j}$) en présence d'un amortissement visqueux proportionnel à la rigidité et à la masse. (AMOR_ALPHA=AMOR_BETA=0.1). Les résultats sont comparés aux résultats obtenus avec la modélisation POU_D_T.

6.4 Grandeurs testées et résultats

Les résultats (Déplacement, Vitesse et Accélération) ont été obtenus à une fréquence de $100\,Hz$

Point	Déplacement (m)	Type de Référence	Référence	Tolérance
D	DX	NON REGRESSION	-1.65073E-05-9.22424E-06j	1,00E-003
	DY	NON REGRESSION	2.52829E-05+1.80184E-05j	1,00E-003

Point	Vitesse (m/s)	Type de Référence	Référence	Tolérance
D	DX	NON REGRESSION	5.79576E-03-1.03719E-02j	1,00E-003
	DY	NON REGRESSION	-1.13213E-02+1.58857E-02j	1,00E-003

Point	Accélération (m/s^2)	Type de Référence	Référence	Tolérance
D	DX	NON REGRESSION	6.51684+3.64158j	1,00E-003
	DY	NON REGRESSION	-9.98130-7.11336j	1,00E-003

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

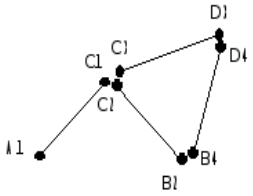
4 éléments POU_D_EM de section circulaire creuse : 4 mailles SEG2

éléments AC et BC rayon : $R=8.305164\,10^{-3}\,m$ aire $A=2.10^{-4}\,m^2$
Épaisseur : $e=0.006\,m$
éléments CD et BD rayon : $R=5.683099\,10^{-3}\,m$ aire $A=1.10^{-4}\,m^2$
Épaisseur : $e=0.005\,m$
Coefficient de Poisson : $\nu=0.3$

Conditions limites :

```
DDL_IMPO= (Tout='OUI', DZ= 0. , DRX= 0. , DRY= 0. )
```

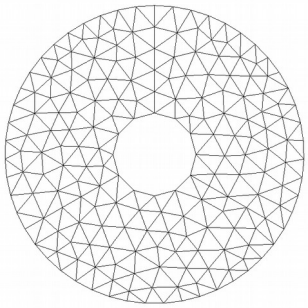
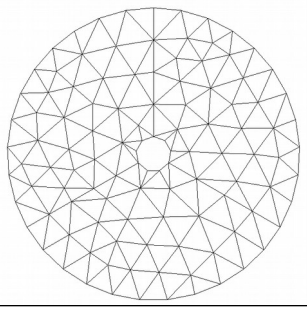
Pour traiter les liaisons articulées, on crée autant de nœuds que d'extrémités de barre.



- aux nœuds $A1$, $B2$ et $D4$: DDL_IMPO=_F(Tout='OUI',DX= 0.,D4= 0.,)
- aux nœuds $C1$, $C2$, $C3$ et $D3$, $D4$ continuité des translations, par LIAISON_DDL DX et DY.
- aucune rotation n'est imposée.

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 4 SEG2

Maillage des deux sections creuses		
Éléments	Maillage	Caractéristiques
AC et BC		240 nœuds 79 SEG2 415 TRIA3
CD et BD		127 nœuds 56 SEG2 210 TRIA3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7.3 Remarques

Dans cette modélisation on calcule la réponse dynamique complexe du système soumis à une excitation harmonique complexe ($F=-9810.+0.\mathrm{j}$) en présence d'un amortissement visqueux proportionnel à la rigidité et à la masse. (AMOR_ALPHA=AMOR_BETA=0.1). Les résultats sont comparés aux résultats obtenus avec la modélisation POU_D_T.

7.4 Grandeurs testées et résultats

Les résultats (Déplacement, Vitesse et Accélération) ont été obtenus à une fréquence de $100\,Hz$

Point	Déplacement (m)	Type de Référence	Référence	Tolérance
D	DX	AUTRE_ASTER	-1.65073E-05-9.22424E-06j	3.50%
	DY	AUTRE_ASTER	2.52829E-05+1.80184E-05j	3.00%

Point	Vitesse (m/s)	Type de Référence	Référence	Tolérance
D	DX	AUTRE_ASTER	5.79576E-03-1.03719E-02j	3.50%
	DY	AUTRE_ASTER	-1.13213E-02+1.58857E-02j	3.00%

Point	Accélération (m/s^2)	Type de Référence	Référence	Tolérance
D	DX	AUTRE_ASTER	6.51684+3.64158j	3.50%
	DY	AUTRE_ASTER	-9.98130-7.11336j	3.00%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

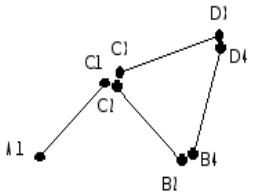
4 éléments POU_D_TGM de section circulaire creuse : 4 mailles SEG2

éléments AC et BC	rayon : $R=8.305164\,10^{-3}\,m$ Épaisseur : $e=0.006\,m$	aire $A=2.10^{-4}\,m^2$
éléments CD et BD	rayon : $R=5.683099\,10^{-3}\,m$ Épaisseur : $e=0.005\,m$	aire $A=1.10^{-4}\,m^2$
Coefficient de Poisson :	$\nu=0.3$	

Conditions limites :

```
DDL_IMPO=(Tout='OUI', DZ= 0. , DRX= 0. , DRY= 0. )
```

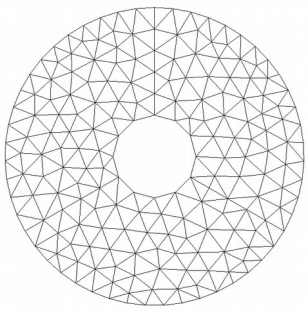
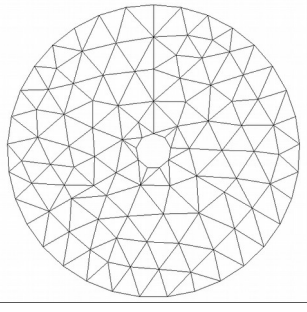
Pour traiter les liaisons articulées, on crée autant de nœuds que d'extrémités de barre.



- aux nœuds A, B et $D4$: DDL_IMPO=_F(Tout='OUI',DX= 0.,D4= 0.,)
- aux nœuds $C1$, $C2$, $C3$ et $D3$, $D4$ continuité des translations, par LIAISON_DDL DX et DY.
- aucune rotation n'est imposée.

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 4 SEG2

Maillage des deux sections creuses		
Éléments	Maillage	Caractéristiques
AC et BC		240 nœuds 79 SEG2 415 TRIA3
CD et BD		127 nœuds 56 SEG2 210 TRIA3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8.3 Remarques

Dans cette modélisation on calcule la réponse dynamique complexe du système soumis à une excitation harmonique complexe ($F=-9810.+0.\mathrm{j}$) en présence d'un amortissement visqueux proportionnel à la rigidité et à la masse. (AMOR_ALPHA=AMOR_BETA=0.1). Les résultats sont comparés aux résultats obtenus avec la modélisation POU_D_T en prenant en compte les caractéristiques A, IY et IZ égales à celles calculées par intégrations sur les fibres.

8.4 Grandeurs testées et résultats

Point	Déplacement (m)	Type de Référence	Référence	% tolérance
$C3$	DX	'ANALYTIQUE'	2.6517E-4	0.50
$C3$	DY	'ANALYTIQUE'	0.8839E-4	0.50
$D3$	DX	'ANALYTIQUE'	3.47902E-3	0.50
$D3$	DY	'ANALYTIQUE'	-5.60084E-3	0.50

Identification	Composante	Type de Référence	Référence	% tolérance
Maille AC - Nœud $A1$ - Point 1 - SIEQ_ELNO	$TRIAX$	'AUTRE_ASTER'	4.082482905E-01	0.10

Les résultats (Déplacement, Vitesse et Accélération) ont été obtenus à une fréquence de $100\mathrm{hz}$

Point	Déplacement (m)	Type de Référence	Référence	% tolérance
D	DX	AUTRE_ASTER	-1.64397E-05-9.09482E-06j	0.10
	DY	AUTRE_ASTER	2.51858E-05+1.78386E-05j	0.10

Point	Vitesse (m/s)	Type de Référence	Référence	% tolérance
D	DX	AUTRE_ASTER	5.71444E-03-0.0103293j	0.10
	DY	AUTRE_ASTER	-0.011208+0.0158247j	0.10

Point	Accélération (m/s^2)	Type de Référence	Référence	% tolérance
D	DX	AUTRE_ASTER	6.490118+3.590490j	0.10
	DY	AUTRE_ASTER	-9.942974-7.0424160j	0.10

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation

4 éléments POU_D_TG de section circulaire : 4 mailles SEG2

éléments AC et BC rayon : $R=7.97884\,10^{-3}\,m$ Aire $A=2.10^{-4}\,m^2$

éléments CD et BD rayon : $R=5.683099\,10^{-3}\,m$ Épaisseur : $e=0.005\,m$ aire $A=1.10^{-4}\,m^2$

Conditions limites :

- DDL_IMPO= (TOUT='OUI' DZ= 0. , DRX= 0. , DRY= 0.)
- aux nœuds A , B : DDL_IMPO=_F(DX= 0.,DY= 0.,)

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 4 SEG2

9.3 Grandeurs testées et résultats

Déplacements :

Composante	Nœud	Référence	Valeur
DX	C	ANALYTIQUE	2.65170E−04
DY	C	ANALYTIQUE	8.83900E−05
DX	D	ANALYTIQUE	3.47902E−03
DY	D	ANALYTIQUE	−5.60084E−03

Contraintes de type poutre :

Grandeur	Composante	Nœud	Référence	Valeur
SIPO_ELNO	SN	A	ANALYTIQUE	6.93641E+07
SIPO_ELNO	SN	B	ANALYTIQUE	−3.46815E+07
SIPO_ELNO	SN	C	ANALYTIQUE	1.55074E+08
SIPO_ELNO	SN	D	ANALYTIQUE	−2.08067E+08
SIPM_ELNO	SIXXMAX	A	ANALYTIQUE	6.93641E+07
SIPM_ELNO	SIXXMIN	B	ANALYTIQUE	−3.80667E+07

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Synthèse des résultats

Les résultats sont conformes à la solution de référence pour les trois modélisations :

- modèle de poutres,
- modèle de poutres et relations linéaires,
- modèle de barres.

Les éléments POU_D_TG, POU_D_EM et POU_D_TGM permettent d'obtenir des résultats très proches de ceux obtenus avec les éléments POU_D_T.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)