SDLV131 - Simulation d'une jauge de déformation par la commande OBSERVATION

Résumé :

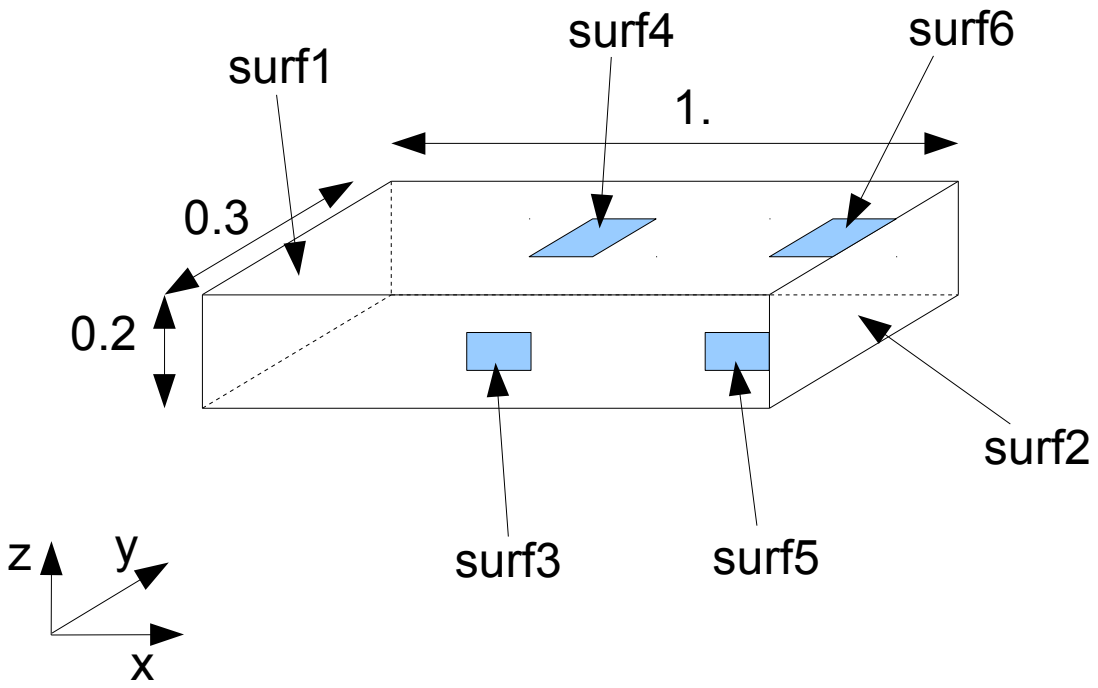
Ce test valide le fonctionnement du calcul de la valeur moyenne d'un champ de déformation sur une entité donnée par l'utilisateur. On estime ainsi le champ de déformation qu'aurait mesuré une jauge de déformation. On réalise ce calcul via la macro-commande OBSERVATION. Le cas traité est une poutre en traction simple modélisée par des éléments volumiques.

Ce cas test valide également l'observation de champs mixtes : un seul appel à la commande **OBSERVATION** pour le relevé de champs de différente nature (**DEPL**, **VITE**, …).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés du matériau

Module de Young : $E=2.110^{11} N/m^2$
Coefficient de Poisson : $\nu=0.3$
Densité : $\rho=7800. kg/m^3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

On impose un déplacement horizontal $u_x=0.0$ sur la face $surf1$.
On impose un déplacement $u_y=0.0$ sur les noeuds qui se trouvent sur la ligne centrale de la face supérieure et sur la ligne centrale de la face inférieure.
On impose un déplacement $u_z=0.0$ sur les noeuds qui se trouvent sur les lignes centrales des faces latérales.

On applique une force surfacique F_B sur la face $surf2$ suivant la direction x ,

$F_B=1000. N/m^2$,

Ces conditions aux limites permettent d'obtenir un comportement de la poutre en traction simple.

1.4 Conditions initiales

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Sans objet

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

La déformation est estimée à partir de l'allongement relatif de la poutre.

L'allongement d'une poutre de longueur L suite à une force longitudinale F s'écrit :

$$\Delta L = \frac{F L}{E S}$$

Dans notre cas, on applique une force par unité de surface F_B à l'extrémité libre de la poutre, ainsi l'allongement relatif de la poutre se met sous la forme suivante :

$$\frac{\Delta L}{L} = \epsilon_{xx} = \frac{F_B}{E}$$

Pour ce cas test, on calcul les résultats issus d'un calcul statique, d'un calcul harmonique, un calcul transitoire et d'un calcul modal.

Pour le cas statique, on obtient :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{F_B}{E} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = -\nu\, \varepsilon_{xx}$$

Pour les cas dynamiques, le système est régi par l'équation suivante :

$$M \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + K u = F_{ext}$$

Pour une poutre en traction - compression, si on considère un modèle qui ne contient qu'un seul élément, les matrices de masse M et de rigidité K se mettent sous la forme suivante :

$$M = \frac{\rho S L}{6}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad K = \frac{ES}{L}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{avec :} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

u_1 et u_2 sont les déplacements des noeuds de l'élément.

En réponse harmonique de pulsation ω, les déplacements des noeuds de l'élément sont régis par la relation suivante :

$$\frac{ES}{L}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} - \omega^2 \frac{\rho S L}{6}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

En exploitant la deuxième ligne de cette relation, et en appliquant les conditions aux limites ($u_1 = 0$ et $F_2 = F = F_B S$), on obtient :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$u_2=\frac{F_B}{\frac{E}{L}-\omega^2\frac{\rho L}{3}}=\Delta L$$

La déformation à l'extrémité libre de la poutre s'écrit :

$$\varepsilon_{xx}=\frac{\Delta L}{L}=\frac{F_B}{E-\omega^2\frac{\rho L^2}{3}} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{yy}=\varepsilon_{zz}=-\nu\varepsilon_{xx}$$

La solution de référence pour la solution transitoire peut être obtenue de la même manière. Si on applique une force longitudinale $F(t)=Ft=F_B St$ avec une condition initiale de poutre en équilibre (déplacement initial nul et vitesse initiale nulle), on obtient :

$$u_2(t)=\frac{3F_B}{\rho L\omega_0^2}\left[t-\frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0}\right]=\Delta L \quad \text{avec :} \quad \omega_0{}^2=\frac{3E}{\rho L^2}$$

Et la déformation à l'extrémité libre de la poutre s'écrit :

$$\varepsilon_{xx}=\frac{\Delta L}{L}=\frac{3F_B}{\rho L^2\omega_0^2}\left[t-\frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0}\right] \quad \text{et} \quad \varepsilon_{yy}=\varepsilon_{zz}=-\nu\varepsilon_{xx}$$

Dans le cas du calcul modal, on effectue un test de non-régression sur les déformations calculées au point milieu de la poutre.

On simule également une rotation de 90 degrés afin de vérifier le changement de repère dans OBSERVATION.

2.2 Grandeurs et résultats de référence

On teste la valeur de la déformation moyenne sur les surfaces : *surf3* , *surf4* , *surf5* et *surf6* . Les résultats obtenus sont ensuite projetés sur le modèle « mesure » qui ne comprend que les noeuds *P3* , *P4* , *P5* et *P6* associés aux surfaces *surf3* , *surf4* , *surf5* et *surf6* .

Pour la validation de la solution statique, on a choisit : $F_B=1000.N/m^2$

Pour la validation de la solution harmonique, on a choisi : $F_B=1000.(1+2\mathrm{j})N/m^2$ et : $\omega=2\pi 200\,rd\,s^{-1}$

Pour la validation de la solution transitoire, on a choisi : $F_B=1000.tN/m^2$ et la solution est testée à l'instant $t=1\,s$

On teste également les valeurs des champs obtenus par observation mixte.

2.3 Incertitudes sur la solution

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Solution analytique pour le cas statique, le cas harmonique et le cas transitoire.
On propose une solution de non-régression pour le cas de la déformation modale.

2.4 Référence bibliographique

[R3.08.01] Éléments « exacts » de poutres (droites et courbes).

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On calcule la déformation moyenne issue d'un calcul de réponse statique avec MECA_STATIQUE.

On fait également appel à l'opérateur **OBSERVATION** pour les relevés de champs de déplacement et de déformation.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 1029
Mailles : 720 HEXA8

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur de la déformation aux noeuds qui se trouvent au milieu de la poutre.

Identification	Référence	*Aster*	Tolérance
ε_{xx} en $P3$	4.7619047619048D-09	4.7619047619047D-09	0.1 %
ε_{zz} en $P3$	-1.4285714285714D-09	-1.4285714285714D-09	0.1 %
ε_{yy} en $P4$ (après rotation de $90°$)	4.7619047619048D-09	4.7619047619047D-09	0.1 %
ε_{xx} en $P4$ (après rotation de $90°$)	-1.4285714285714D-09	-1.4285714285714D-09	0.1 %

Tests pour l'observation mixte :

Identification	Référence	*Aster*	Tolérance
ε_{xx} en $P3$	4.7619047619048D-09	4.7619047619047D-09	0.1 %
DX en $P5$ (m)	4.7619047619048D-09	4.5238095238095D-09	6.0 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On calcule la déformation moyenne issue d'un calcul harmonique.
On choisit une fréquence d'excitation égale à $200\,Hz$.

On fait également appel à l'opérateur **OBSERVATION** pour les relevés de champs de déplacement et de déformation.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 1029
Mailles : 720 HEXA8

4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur de la déformation aux noeuds qui se trouvent à l'extrémité libre de la poutre.

Identification	Référence	*Aster*	Tolérance
ε_{xx} en $P5$	4.8568623280004D-09 + i9.7137246560009D-09	4.7813760355714D-09 + i9.5627520711429D-09	2.0 %
ε_{zz} en $P5$	-1.4570586984001D-09 - i2.9141173968003D-09	-1.4339303380850D-09 - i2.8678606761701D-09	2.0 %
ε_{yy} en $P6$ (après rotation de $90°$)	4.8568623280004D-09 + i9.7137246560009D-09	4.7792223250189D-09 + i9.5584446500377D-09	2.0 %
ε_{xx} en $P6$ (après rotation de $90°$)	-1.4570586984001D-09 - i2.9141173968003D-09	-1.4339110329539D-09 - i2.8678220659079D-09	2.0 %

Tests pour l'observation mixte :

Identification	Référence	*Aster*	Tolérance
ε_{xx} en $P5$	4.8568623280004E-09 + i9.7137246560009E-09	4.7792696544452E-09 + i9.5585393088903E-09	2.0 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Déplacement DX en $P5$ (m)	4.8568623280004E-09 + i9.7137246560009E-09	4.6188418141639E-09 + i9.2376836283278E-09	5.0 %
Vitesse DX en $P5$ (m/s)	-1.2206626407315E-05 + i6.1033132036573E-06	-1.1608415609177E-05 + i5.8042078045883E-06	5.0 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

On calcule la déformation moyenne issue d'un calcul transitoire sur base physique. Pour la résolution du système, on choisit une discrétisation temporelle égale à $0.1\,s$.

On fait également appel à l'opérateur **OBSERVATION** pour les relevés de champs de déplacement et de déformation.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 1029
Mailles : 720 HEXA8

5.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur de la déformation aux noeuds qui se trouvent à l'extrémité libre de la poutre à l'instant $t=1\,s$.

Identification	Référence	*Aster*	Tolérance
ε_{xx} en $P5$	4.7614812131879D-09	4.7619095908375D-09	2.0 %
ε_{zz} en $P5$	-1.4284443639564D-09	-1.4285727587481D-09	2.0 %
ε_{yy} en $P6$ (après rotation de $90°$)	4.7614812131879D-09	4.7619090586422D-09	2.0 %
ε_{xx} en $P6$ (après rotation de $90°$)	-1.4284443639564D-09	-1.4285727564358D-09	2.0 %

Tests pour l'observation mixte :

Identification	Référence	*Aster*	Tolérance
ε_{xx} en $P5$	4.7614812131879E-09	4.7619090690 47E-09	2.0 %
Déplacement DX en $P5$ (m)	4.7614812131879E-09	4.5238330203209E-09	6.0 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

On calcule la déformation moyenne issue d'un calcul modal avec CALC_MODES.

On fait également appel à l'opérateur OBSERVATION pour les relevés de champs de déplacement et de déformation.

6.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 1029
Mailles : 720 HEXA8

6.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur moyenne de la déformation du premier mode longitudinal de la poutre aux noeuds qui se trouvent au milieu et à l'extrémité libre. Les valeurs de référence sont celles obtenues avec la version 10.1 (test de non-régression). Elles sont données avec quatre chiffres significatifs.

Identification	Référence	*Aster*	Tolérance
ϵ_{xx} en $P3$	1.012	1.0120571181683D+00	0.1 %
ϵ_{zz} en $P3$	-3.063D-1	-3.0631275158658D-01	0.1 %
ϵ_{xx} en $P5$	1.762D-1	1.7617357057031D-01	0.1 %
ϵ_{zz} en $P5$	-4.646D-2	-4.6458825653459D-02	0.1 %
ϵ_{yy} en $P4$ (après rotation de $90°$)	1.017	1.0168194189613D+00	0.1 %
ϵ_{xx} en $P4$ (après rotation de $90°$)	-3.118D-1	-3.1181161388859D-01	0.1 %
ϵ_{yy} en $P6$ (après rotation de $90°$)	1.533D-1	1.5327248667577D-01	0.1 %
ϵ_{xx} en $P6$ (après rotation de $90°$)	-4.178D-2	-4.1782881091537D-02	0.1 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Tests pour l'observation mixte :

Identification	Référence	Aster	% différence
ε_{xx} en $P3$	1,01	1.01441356408865	0.1 %
Déplacement DX en $P3$ (m)	0.7570	0.75705679759059	0.1 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèse des résultats

Ces tests ont pour but de vérifier le bon déroulement de calcul de la valeur moyenne du champ de déformation à l'aide de la macro-commande OBSERVATION. La solution de référence est analytique pour la réponse statique, la réponse harmonique et la réponse transitoire.

Ce cas test valide également l'observation de champ mixte (**DEPL**, **VITE**, …) avec un seul appel à l'opérateur **OBSERVATION**.

Les écarts entre les solutions obtenues avec Aster et les solutions analytiques sont très faibles. Pour les résultats issus d'un calcul modal, un test de non-régression est proposé.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)