# SDLV123 - Calcul de G élastodynamique en milieu infini pour une fissure plane de longueur finie

**Résumé**

Il s'agit d'un problème de mécanique de la rupture dans un milieu en état de déformation plane en régime élastodynamique transitoire. On considère une fissure de longueur $2a$ plongée dans un milieu supposé infini. On impose une pression uniforme sur les lèvres de la fissure, qui atteint un palier en un laps de temps de 1 micro-seconde (choc). Ce test permet de calculer le taux de restitution d'énergie $G$ au cours du temps, en tenant compte des termes d'inertie.

L'intérêt du test est la stabilité de $G$ selon différentes couronnes et la comparaison à une solution analytique exacte jusqu'au temps $t=2a/V_C$ , où $V_C$ représente la célérité des ondes longitudinales.

Ce test contient une modélisation en déformation plane et une modélisation tridimensionnelle. Des conditions aux limites absorbantes sur les frontières du solide permettent d'éviter les retours d'onde et donc de simuler un milieu infini.

Les écarts du calcul de $G$ sur différentes couronnes par rapport à la solution de référence ne dépassent pas 1,4%.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

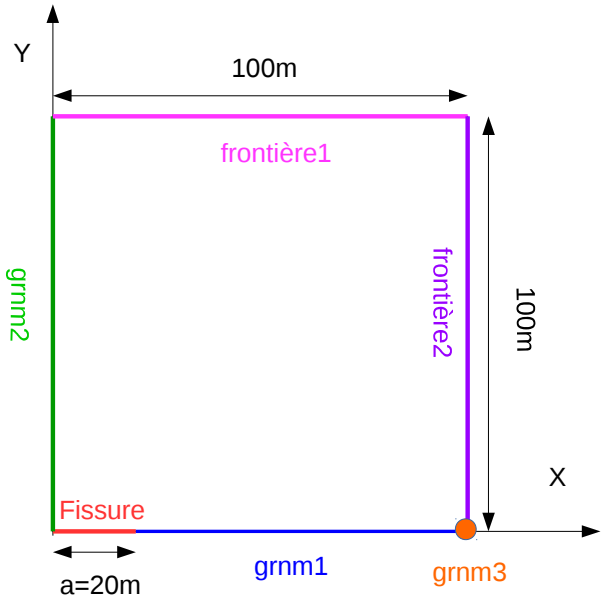
# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie et modélisation

Il s'agit d'une fissure plane de demi-longueur $a=20\text{m}$ .

Le milieu supposé infini est modélisé par un carré de côté de $200\text{m}$ . Les plans $xz$ et $yz$ étant des plans de symétrie, on ne représente qu'un quart de la structure (carré de $100\,m$ sur $100\,m$ ), et une demi-lèvre de fissure de longueur $a=20\,m$ .

Une frontière absorbante est présente sur les groupes « frontière1 » et « frontière2 » pour modéliser le milieu infini.




## 1.2 Propriétés des matériaux

| | |
|---|---|
| Masse volumique | $\rho=7500\text{kg}/m^3$ |
| Module d'Young : | $E=2.10^{11}\,MPa$ |
| Coefficient de Poisson : | $\nu=0.3$ |

## 1.3 Chargements

Pression imposée :

| | |
|---|---|
| Groupe de maille *Fissure* | $PRES=100.\,MPa$ |

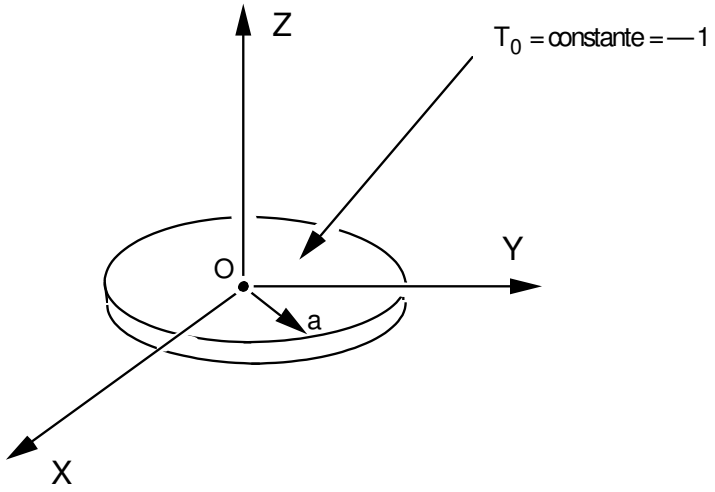


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est issue de THAU et LU [bib1] et du livre de L.B. FREUND [bib2]. La figure qui suit représente le milieu infini et non la géométrie du test.




$$K_I^D(t)=2\mathrm{P}\ H(t)\frac{\sqrt{1-2\nu}}{(1-\nu)}\sqrt{\frac{c_d t}{\pi}},\quad 0<t<2\mathrm{a}/c_d$$

L'expression du taux de restitution de l'énergie est la suivante :

$$G(t)=\frac{K_I^{D^2}(t)}{E}(1-\nu^2)=4\mathrm{P}^2\ H(t)\frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{(1-\nu)E}\frac{c_d t}{\pi},\quad 0<t<2\mathrm{a}/c_d$$

$$G=\frac{(1-\nu^2)}{E}K_1^2 \quad \text{avec} \quad K_1=\frac{\alpha E}{P(1-\nu)}T_0\sqrt{Pa}$$

soit : $G=\dfrac{(1-\nu^2)}{P(1-\nu)^2}\alpha^2 E T_0^2 a$

## 2.2 Résultat de référence

Le résultat de référence est donc : $G=5.911510^{-7}N/mm$

| $t$ | $G_{freund}$ |
|---|---|
| 2e-3 | 5.677e5 |
| 4e-3 | 1.135e6 |
| 6e-3 | 1.703e6 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 2.3 Référence bibliographique

1) Transient stress intensity factors for a finite crack in an elastic solid caused by a dilatational wave, International Journal of Solids and Structures 7, THAU et LU (1971)

2) Dynamic Fracture Mechanics L.B FREUND.

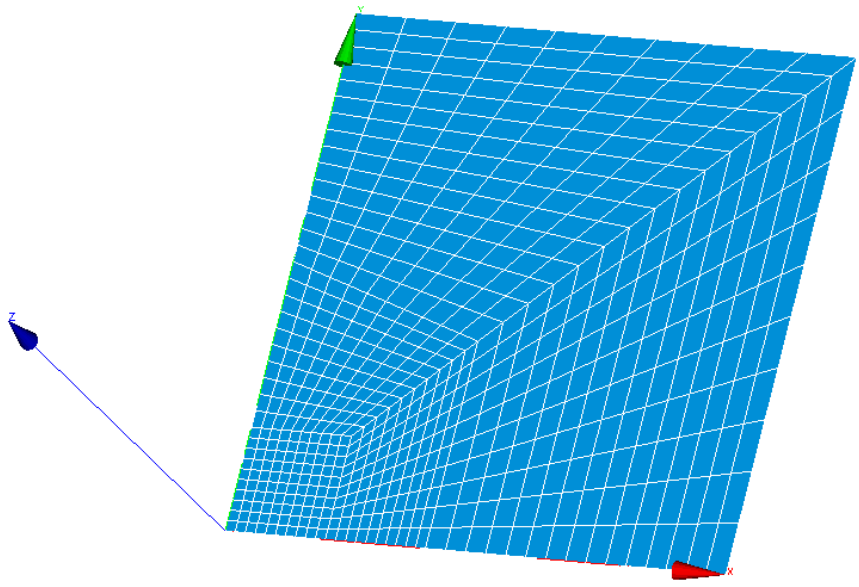


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation en déformations planes (D_PLAN). Les frontières absorbantes sont modélisées par des éléments D_PLAN_ABSO.



## 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 646

Nombre de mailles et types : 600 QUAD4, 245 SEG2

| | | |
|---|---|---|
| Couronne 1 : | $R_{\inf}=3.$ | $R_{\sup}=10.$ |
| Couronne 2 : | $R_{\inf}=5.$ | $R_{\sup}=15.$ |
| Couronne 3 : | $R_{\inf}=5.$ | $R_{\sup}=18.$ |

## 3.3 Conditions aux limites

Déplacements imposés :

| | |
|---|---|
| Groupe de nœuds $grnm1$ | $DY=0.$ |
| Groupe de nœuds $grnm2$ | $DX=0.$ |
| Groupe de nœuds $grnm3$ | $DX=0.$ $DY=0.$ |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 3.4 Résultats

Les valeurs testées sont celles du taux de restitution de l'énergie $G$ sur les différentes couronnes d'intégration.

| Identification | Type de référence | Référence | Tolérance % |
|---|---|---|---|
| Instant $t=2e\text{-}3$ | | | |
| $G$ , couronne n°1 | 'ANALYTIQUE' | 5.67700E5 | 1,4 |
| $G$ , couronne n°2 | 'ANALYTIQUE' | 5.67700E5 | 1,4 |
| $G$ , couronne n°3 | 'ANALYTIQUE' | 5.67700E5 | 1,4 |
| Instant $t=4e\text{-}3$ | | | |
| $G$ , couronne n°1 | 'ANALYTIQUE' | 1.135000E6 | 1,4 |
| $G$ , couronne n°2 | 'ANALYTIQUE' | 1.135000E6 | 1,4 |
| $G$ , couronne n°3 | 'ANALYTIQUE' | 1.135000E6 | 1,4 |
| Instant $t=6e\text{-}3$ | | | |
| $G$ , couronne n°1 | 'ANALYTIQUE' | 1.703000E6 | 1,4 |
| $G$ , couronne n°2 | 'ANALYTIQUE' | 1.703000E6 | 1,4 |
| $G$ , couronne n°3 | 'ANALYTIQUE' | 1.703000E6 | 1,4 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Synthèse des résultats

Invariance du résultat par rapport aux couronnes. Terme thermique correct.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)