SDLS504 - Flambement latéral d'une poutre (déversement)

Résumé :

Ce test représente un calcul de stabilité d'une poutre (IPE) console soumise à un effort de flexion à une extrémité. On calcule la charge critique conduisant au flambement élastique par déversement. La matrice de rigidité géométrique utilisée dans la résolution du problème aux valeurs propres est celle qui est due aux contraintes initiales.

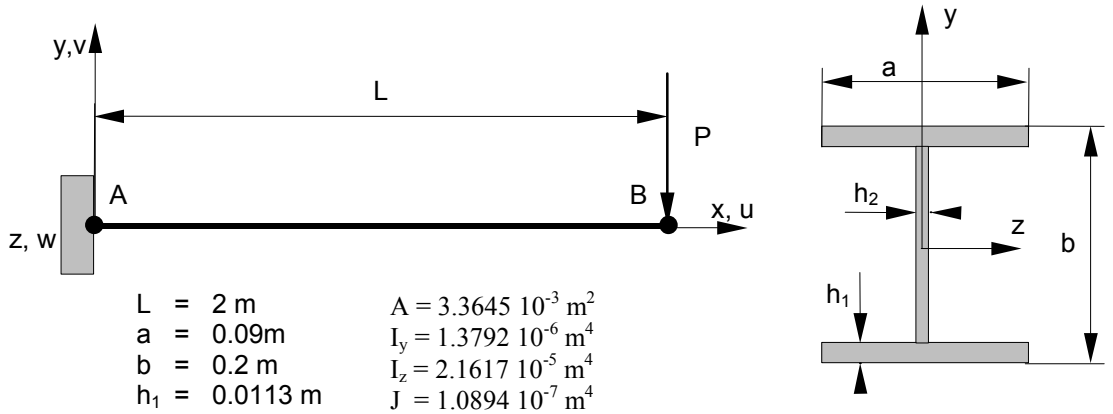
Ce test permet de valider la modélisation éléments finis COQUE_3D avec les mailles TRIA7 et QUAD9 dans le domaine du flambement linéaire d'Euler.

La charge critique et le mode propre associé sont comparés à une solution de référence analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



L = 2 m
a = 0.09m
b = 0.2 m
h_1 = 0.0113 m
h_2 = 0.0075 m

$A = 3.3645\ 10^{-3}\ m^2$
$I_y = 1.3792\ 10^{-6}\ m^4$
$I_z = 2.1617\ 10^{-5}\ m^4$
$J = 1.0894\ 10^{-7}\ m^4$

1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés du matériau constituant la plaque sont :

$E = 2.10^{11}\ Pa$ Module d'Young
$\nu = 0.3$ Coefficient de poisson

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Encastrement au point A
- On applique une force $P = -104\,797.82\ N$ au point B correspondant à la charge critique donnée en [bib1]

1.4 Conditions initiales

Sans objet

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Le calcul de la charge critique de déversement est donnée en détail en [bib1].

$P_{cr}=\gamma_2\frac{\sqrt{E I_y C}}{L^2}$ charge critique de déversement

avec $C=GJ$ rigidité à la torsion

$J=((b-2h_1)h_2^3+2a h_1^3)$ constante de torsion [bib2]

$C_1 E I_y \frac{b^2}{2}$ rigidité au gauchissement correspondant à une poutre en I

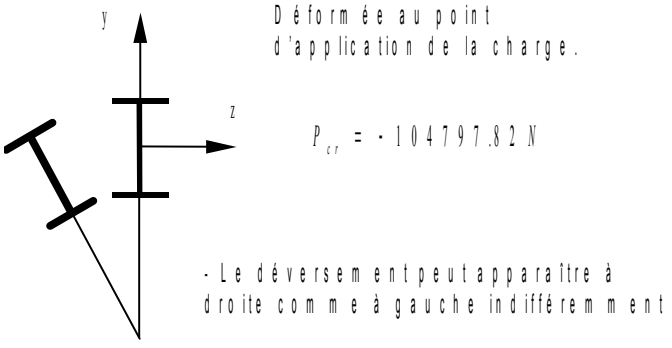
Application numérique :

$$C=8578.515\,N.m^2$$
$$CI=5516.8\,N.m^4$$
$$\frac{L^2 C}{C_1}=6.22$$

La valeur de γ_2 dépend du rapport $\frac{L^2 C}{C_1}$. Dans notre cas γ_2 vaut 8.617. Cette valeur est extraite d'un tableau donné en [bib1]. Ce qui nous donne $P_{cr}=104797.82\,N$

2.2 Résultats de référence

Charge critique de déversement et mode associé.



2.3 Incertitudes sur la solution

Solution analytique

2.4 Références bibliographiques

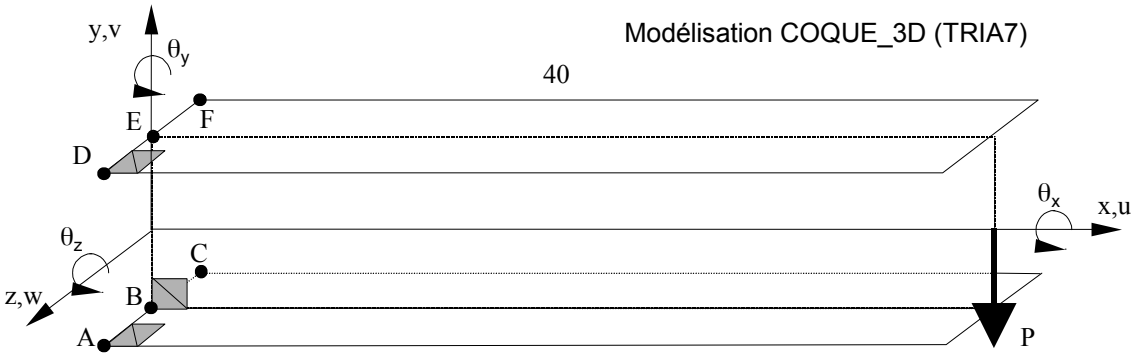
1) S.P. TIMOSHENKO, J.M. GERE : Théorie de la stabilité élastique, deuxième édition, DUNOD 1966.

2) S.P. TIMOSHENKO : Résistance des matériaux, Tome 2 : DUNOD 1968.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE_3D (TRIA7)

Découpage :
- cotés AB, BC, DE, EF 2 éléments
- coté EB 4 éléments

Conditions aux limites :
- cotés AB, BC, DE, EF et EB :

$u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 3022
Nombre de mailles et types : 960 TRIA7

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Référence	% différence
Charge critique (mode 1)		-104 797.82 N	2.820
Charge critique (mode 2)		104 797.82 N	2.940

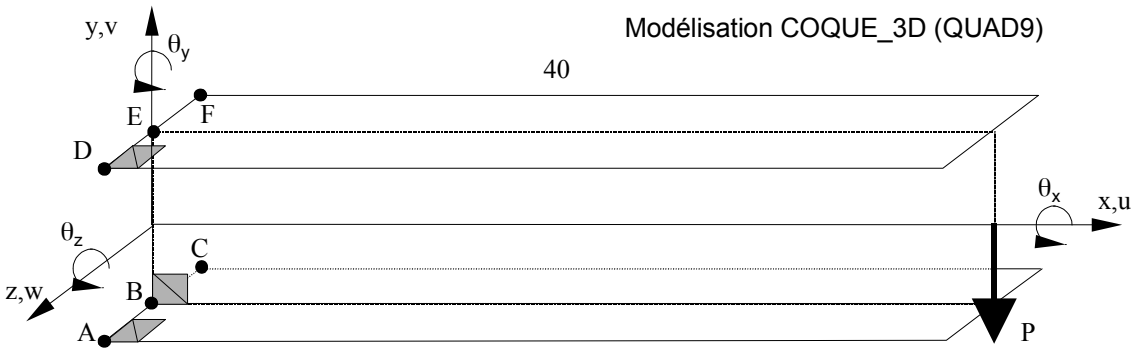
3.4 Remarques

Les deux charges critiques obtenues sont similaires en amplitude, mais de signe contraire. Les modes de déversement associés sont identiques. Dans ce cas-test, la charge critique associée au chargement appliqué correspond à la deuxième charge critique trouvée (Mode 2).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE_3D (QUAD9)

Découpage :
- cotés AB, BC, DE, EF 2 éléments
- coté EB 4 éléments

Conditions aux limites :
- cotés AB, BC, DE, EF et EB :
  $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2106
Nombre de mailles et types : 480 QUAD9

4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Référence	% différence
Charge critique (mode 1)		–104 797.82 N	–6.834
Charge critique (mode 2)		104 797.82 N	–6.834

4.4 Remarques

Les deux charges critiques obtenues sont similaires en amplitude, mais de signe contraire. Les modes de déversement associés sont identiques. Dans ce cas-test, la charge critique associée au chargement appliqué correspond à la première charge critique trouvée (Mode 1).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

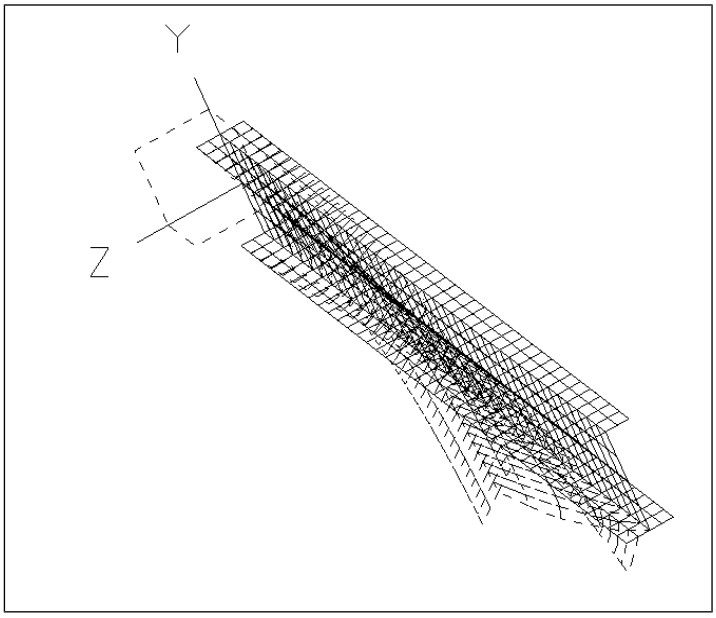
Pour chacune des modélisations, on obtient deux charges critiques similaires mais de signe contraire. Les modes de déversement associés sont identiques. Les charges critiques négatives correspondent au chargement appliqué tandis que les charges critiques positives correspondent au chargement inverse. Si on fait abstraction du signe du chargement les deux charges critiques existent réellement.

Les charges critiques relatives au chargement appliqué sont correctes. Les erreurs obtenues ne dépassent pas :

- 3% pour la modélisation COQUE_3D avec des mailles TRIA7,
- 7% pour la modélisation COQUE_3D avec des mailles QUAD9.

On constate que la modélisation COQUE_3D avec des mailles TRIA7 est plus précise que la modélisation COQUE_3D avec des mailles QUAD9.

Ce test a permis de tester la modélisation COQUE_3D en flambement linéaire d'Euler.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)