SDLL151 - Modes propres d'une poutre viscoélastique encastrée - libre

Résumé :

L'objectif de ce test est de valider le calcul de modes complexes d'une poutre comportant à la fois un matériau élastique standard, et un matériau viscoélastique dont les propriétés dépendent de la fréquence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Poutre de section rectangulaire, composée de deux couches de matériaux différents :

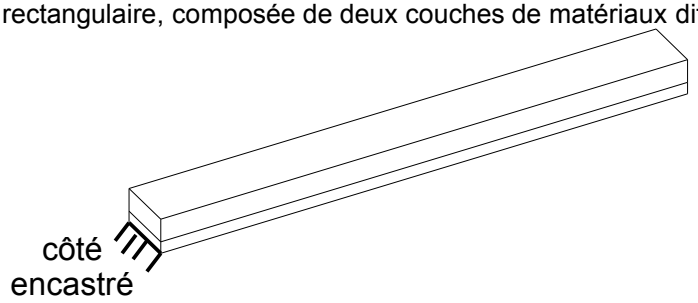


Image 1.1-1: Géométrie de la poutre viscoélastique.

Largeur : 0,01 m
Longueur : 0,15 m
Épaisseur : Matériau élastique (couche n°1 du dessous) : 0,001 m
Matériau viscoélastique (couche n°2 du dessus) : 0,002 m

1.2 Propriétés des matériaux

Le matériau de la couche n°1 du dessous est élastique isotrope (acier) ; ses propriétés sont constantes :

- module de Young $E=210\ 000\ \ MPa$
- coefficient de Poisson $\nu=0,3$
- masse volumique $\rho=7800\ \ kg/m^3$
- amortissement hystérétique $\eta=0,001$

Le matériau de la couche n°2 du dessus est viscoélastique (élastomère) ; certaines de ses propriétés sont dépendantes de la fréquence :

Fréquence (Hz)	Partie réelle du module de Young E (MPa)	Facteur de perte η
1	23,2	1,1
10	58	0,85
50	145	0,7
100	203	0,6
500	348	0,4
1000	435	0,35
1500	464	0,34

Tableau 1.2-1 : Propriétés dépendantes de la fréquence du matériau viscoélastique.

Les autres sont constantes :

- coefficient de Poisson $\nu=0,45$
- masse volumique $\rho=1200\,kg/m^3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Encastrement sur un bord d'acier.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.4 Conditions initiales

Sans objet (calcul de modes propres).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

La solution est calculée de manière mixte analytique et numérique.

La rigidité dynamique (complexe) de la poutre viscoélastique est calculée d'après [1] par l'équation :

$$EI^* = E_1 I_1 \left(1 + e_2 h_2^3 + \frac{3(1+h_2)^2 (e_2 \times h_2)}{1 + e_2 \times h_2} \right) \qquad (1)$$

La signification des termes de la formule est donnée dans la liste ci-dessous :

E^* : module d'Young de la poutre viscoélastique
I : second moment d'inertie de la section transversale de la poutre viscoélastique
I_1 : second moment d'inertie de la section transversale du matériau de la couche n°1
E_j^* : module d'Young du matériau de la couche n°j
e_2 : rapport des modules E_2^*/E_1 (l'amortissement du matériau n°1 est considéré comme négligeable)
H_j : épaisseur du matériau de la couche n°*j*
h_2 : rapport des épaisseurs H_2/H_1

Les amortissements η des modes complexes sont ensuite calculés comme le rapport de la partie imaginaire de la rigidité dynamique sur sa partie réelle :

$$\eta = \frac{\Im(EI)}{\Re(EI)} \qquad (2)$$

Enfin, les fréquences propres f_i sont calculées d'après [2] par l'équation suivante :

$$f_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{\Re(EI)}{m}} \qquad (3)$$

Avec λ_i : coefficient modal (donné dans [2]) associé à la fréquence propre f_i
L : longueur de la poutre viscoélastique
m : masse linéique de la poutre viscoélastique

Pour prendre en compte la dépendance en fréquence des propriétés mécaniques du matériau viscoélastique, les amortissements et fréquences propres sont calculés par une méthode itérative.

2.2 Grandeurs et résultats de référence

On teste les valeurs des fréquences propres et des amortissements de quelques modes complexes de la poutre viscoélastique.

2.3 Incertitudes sur la solution

Solution numérique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.4 Références bibliographiques

[1] A. D. Nashif, D. I. G. Jones, J. P. Henderson, *Vibration Damping*. John Wiley and sons, 1985.

[2] Robert D. BLEVINS PhD, *Formulas for natural frequency and mode shape*, §8.1.2 “Single-span beams”. Krieger publishing company, Malabar, 2001.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Matériau viscoélastique : modélisation 3D_SI.
Matériau acier : modélisation DKT (les éléments surfaciques sont la peau inférieure des éléments volumiques de la couche viscoélastique).

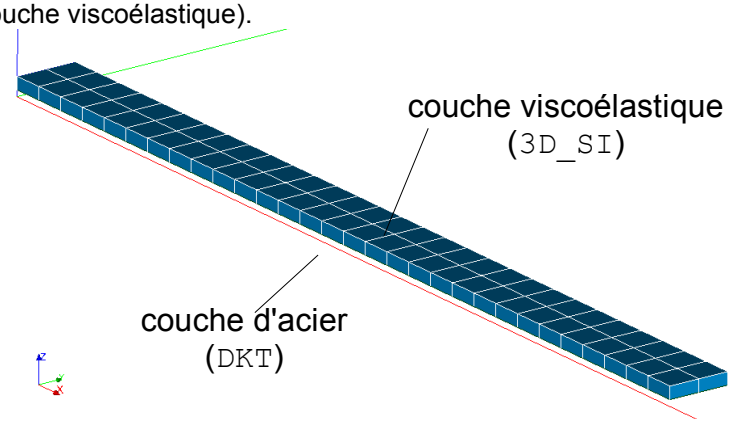


Image 3.1-1 : Maillage de la structure.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds	186	
Nombre de mailles	376	
dont : éléments	SEG2	132
	QUAD4	184
	HEXA8	60

3.3 Grandeurs testées et résultats

Le calcul des modes propres avec l'option TYPE_MODE='COMPLEXE' permet de tester à la fois les fréquences propres et les amortissements modaux. On teste uniquement les modes de flexion dans l'épaisseur de la poutre (le mode n°3 est une flexion dans la largeur).

Mode	Fréquence propre (Hz)	Tolérance	Amortissement	Tolérance
1	33.093	1.0%	0.011782	12.0%
2	211.356	1.0%	0.018138	10.0%
4	601.643	2.0%	0.018834	10.0%

Tableau 3.3-1 : Valeurs de référence testées.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus font apparaître des erreurs maximales de 1,2% sur les fréquences propres et 10,4% sur les amortissements par rapport à la solution de référence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)