SDLL127 - Ligne d'arbres avec rotor à section circulaire variable

Résumé :

Ce test permet de valider le calcul des modes en rotation d'un système d'arbres au repos ou tournant avec un rotor à section variable.

Dans ce test, on a un modèle de rotor à section circulaire variable reposant sur deux paliers disques dont les matrices de raideur et d'amortissement sont symétriques. Cet exemple est tiré du dossier de validation du code CADYRO 2.0 [bib1], logiciel éléments finis destiné à prévoir le comportement dynamique de rotors.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

La structure est composée d'un rotor de longueur L à section circulaire variable avec deux paliers infiniment rigides au niveau des appuis. Les diamètres de la section du rotor varient de manière linéaire en fonction de la longueur.

1.2 Propriétés du matériau

Les caractéristiques géométriques et matériau sont listées dans le tableau suivant.

Matériau	$E=210^{11}N/m^2$	$\rho=7800\,kg/m^3$	$\nu=0.3$
Longueur rotor	$L=1\,m$		
Diamètre section	diamètre extérieur initial : $De1=0{,}2\,m$		
	diamètre extérieur final : $De2=0{,}1\,m$		
Épaisseur	en tout point du rotor : $De-Di=0{,}04\,m$		

Tableau 1.2-1

Les coefficients en translation des paliers sont :

$$Kxx=Kyy=1.0\mathrm{E}+12\,kg.s^{-2}$$
$$Kxy=Kyx=0.0\,kg.s-2$$
$$Cxx=Cyy=Cxy=Cyx=0.0\,kg.s^{-1}$$

Les coefficients en torsion des paliers sont :

$$Krz=Kry=1.0\mathrm{E}+12\,kg.s^{-2}$$
$$Kxy=Kyx=0.0\,kg.s-2$$
$$Crx=Cry=Cxy=Cyx=0.0\,kg.s^{-1}$$

1.3 Conditions aux limites

Le rotor est appuyé sur deux paliers rigides aux deux extrémités.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

La référence est donnée par le code CADYRO [bib1] pour des éléments de poutre à section variable.

Par ailleurs, les valeurs issues de la modélisation utilisant des éléments de poutre à section variable (Modélisation A) sont encadrées par celles obtenues par celles obtenues à partir de:

- la modélisation B, approchant la solution exacte par valeurs inférieures. Cela revient à affecter à chaque élément la **section circulaire constante** de diamètre égal au diamètre du rotor étudié **au droit du nœud initial** de l'élément.
- la modélisation C, approchant la solution exacte par valeurs supérieures. Celle-ci consiste à affecter à chaque élément la **section circulaire constante** de diamètre égal au diamètre du rotor étudié **au droit du nœud final** de l'élément.

Les modélisations B et C sont alors équivalentes (dans le sens de la limite) à la modélisation A lorsque le nombre d'éléments utilisés par celles-ci tend vers l'infini. Dans le cas présent, 2000 éléments de poutre à section circulaire constante sont utilisés.

2.2 Grandeurs et résultats de référence

La grandeur de référence est la fréquence des modes à l'arrêt et pour une vitesse de rotation de 4000 tr/mn . Le nombre de modes calculés est 12.

Numéro de fréquence	Vitesse de rotation (tr/mn)	Calcul Cadyro avec arbre à section variable F (Hz)
1	0	332.14
	4000	331.51
2	0	332.14
	4000	334.10
3	0	1193.81
	4000	1196.30
4	0	1193.81
	4000	1202.05
5	0	1607.19
	4000	1607.19
6	0	2291.51
	4000	2304.73
7	0	2291.51
	4000	2312.08
8	0	2512.22
	4000	2512.22
9	0	3160.39
	4000	3160.39
10	0	3520.23
	4000	3516.43
11	0	3520.23
	4000	3524.02
12	0	4724.14
	4000	4724.14

2.3 Références bibliographiques

[1] Dossier de validation du code CADYRO 2.0, logiciel éléments finis destiné à prévoir le comportement dynamique de rotors, H-P60-1994-04877-FR.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

L'arbre est modélisé avec des éléments poutre POU_D_T à section variable. De plus, des éléments discrets de type DIS_TR sont utilisés pour la modélisation des paliers

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre et type d'éléments :
100 SEG2
2 POI1

Nombre de nœuds : 101

3.3 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs des 12 premières fréquences à l'arrêt et pour la vitesse de rotation $4000\,tr/min$, sont présentées dans le tableau ci-dessous

Numéro de fréquence	Vitesse de rotation (tr/mn)	Calcul Cadyro avec arbre à section variable F (Hz)	Tolérance (%)
1	0	332.14	1.0
	4000	331.51	1.0
2	0	332.14	1.0
	4000	334.10	1.0
3	0	1193.81	1.0
	4000	1196.30	1.0
4	0	1193.81	1.0
	4000	1202.05	1.0
5	0	1607.19	1.0
	4000	1607.19	1.0
6	0	2291.51	1.0
	4000	2304.73	2.0
7	0	2291.51	1.0
	4000	2312.08	2.0
8	0	2512.22	1.0
	4000	2512.22	1.0
9	0	3160.39	1.0
	4000	3160.39	1.0
10	0	3520.23	2.0
	4000	3516.43	2.0
11	0	3520.23	2.0
	4000	3524.02	2.0
12	0	4724.14	2.0
	4000	4724.14	2.0

De plus, on vérifie également le calcul de la masse des éléments avec variation homothétique de la section.
Le calcul de la masse est exact uniquement quand le rapport $R_1/R_2=Ep_1/Ep_2$. Dans le cas contraire, il faut un maillage suffisamment fin pour atténuer l'erreur commise. Voir [R3.08.01].

L'erreur est la plus importante sur le dernier élément (M100). La masse de cet élément est de 0.99549 kg.
La masse totale du rotor est de 63.7115 kg.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

L'arbre est modélisé avec des éléments poutre POU_D_T régulièrement répartis à **section circulaire constante** de diamètre égal au diamètre du rotor étudié **au droit du nœud initial** de l'élément. De plus, des éléments discrets de type DIS_TR sont utilisés pour la modélisation des paliers

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre et type d'éléments :
2000 SEG2
2 POI1

Nombre de nœuds : 2001

4.3 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs des 12 premières fréquences à l'arrêt et pour la vitesse de rotation $4000\,tr/min$ sont présentées dans le tableau ci-dessous :

Numéro de fréquence	Vitesse de rotation (tr/mn)	Calcul Cadyro avec arbre à section variable F (Hz)	Tolérance (%)
1	0	332.14	1.0
	4000	331.51	1.0
2	0	332.14	1.0
	4000	334.10	1.0
3	0	1193.81	1.0
	4000	1196.30	1.0
4	0	1193.81	1.0
	4000	1202.05	1.0
5	0	1607.19	1.0
	4000	1607.19	1.0
6	0	2291.51	1.0
	4000	2304.73	2.0
7	0	2291.51	1.0
	4000	2312.08	2.0
8	0	2512.22	1.0
	4000	2512.22	1.0
9	0	3160.39	1.0
	4000	3160.39	1.0
10	0	3520.23	2.0
	4000	3516.43	2.0
11	0	3520.23	2.0
	4000	3524.02	2.0
12	0	4724.14	2.0
	4000	4724.14	2.0

Tableau 4.3-1 : Fréquences propres obtenues par QZ

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

L'arbre est modélisé avec des éléments poutre POU_D_T régulièrement répartis à **section circulaire constante** de diamètre égal au diamètre du rotor étudié **au droit du nœud final** de l'élément. De plus, des éléments discrets de type DIS_TR sont utilisés pour la modélisation des paliers

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre et type d'éléments :
2000 SEG2
2 POI1

Nombre de nœuds : 2001

5.3 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs des 12 premières fréquences à l'arrêt et pour la vitesse de rotation $4000\,tr/min$ sont présentées dans le tableau ci-dessous

Numéro de fréquence	Vitesse de rotation (tr/mn)	Calcul Cadyro avec arbre à section variable F (Hz)	Tolérance (%)
1	0	332.14	1.0
	4000	331.51	1.0
2	0	332.14	1.0
	4000	334.10	1.0
3	0	1193.81	1.0
	4000	1196.30	1.0
4	0	1193.81	1.0
	4000	1202.05	1.0
5	0	1607.19	1.0
	4000	1607.19	1.0
6	0	2291.51	1.0
	4000	2304.73	2.0
7	0	2291.51	1.0
	4000	2312.08	2.0
8	0	2512.22	1.0
	4000	2512.22	1.0
9	0	3160.39	1.0
	4000	3160.39	1.0
10	0	3520.23	2.0
	4000	3516.43	2.0
11	0	3520.23	2.0
	4000	3524.02	2.0
12	0	4724.14	2.0
	4000	4724.14	2.0

Tableau 5.3-1 : Fréquences propres obtenues par QZ

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèse des résultats

Ce cas-test permet de valider numériquement la prise en compte des lignes d'arbres à section circulaire variable. Les résultats obtenus sont en bon accord avec les valeurs de référence, issues de CADYRO et de deux modélisations très fines approchant la solution exacte par valeurs inférieures et supérieures.

Le calcul de la masse des éléments dont la section varie de manière homothétique est vérifié à moins de $10^{-2}\%$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)