SDLL10 - Poutre de section rectangulaire variable (encastrée-encastrée)

Résumé :

Ce problème plan consiste à chercher les fréquences et les modes de vibration d'une structure mécanique composée d'une poutre encastrée-encastrée dont l'aire de la section droite varie de façon exponentielle. Ce test de Mécanique des Structures correspond à une analyse dynamique d'un modèle linéique ayant un comportement linéaire. Il comprend une seule modélisation.

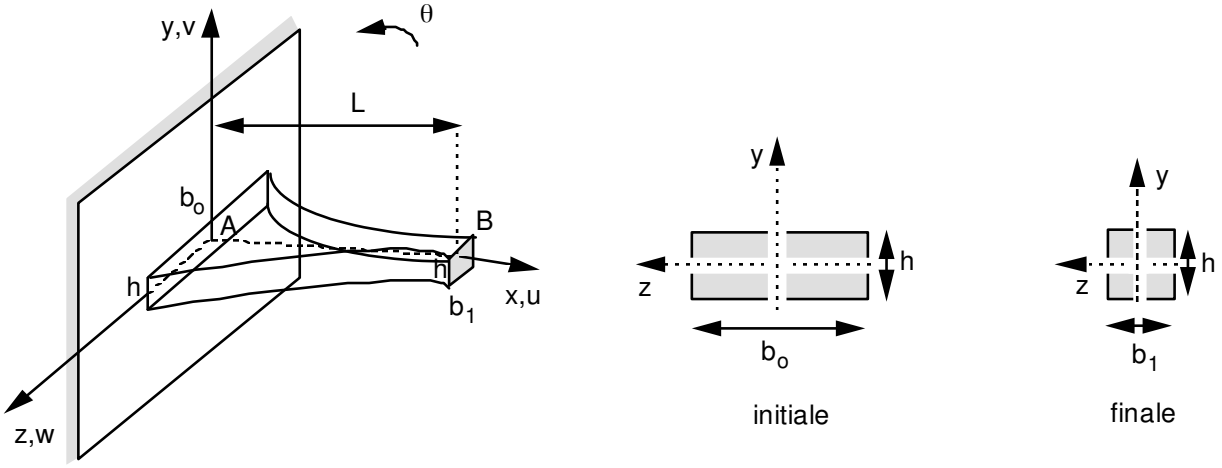
Par l'intermédiaire de ce problème, on teste l'élément de poutre en flexion de Timoshenko de section variable ainsi que le calcul des fréquences et des modes de vibration par la méthode de Lanczos. On teste aussi la fonctionnalité "norme à 1." au point d'amplitude maximale en translation" des modes de vibration.

En utilisant une discrétisation spatiale fine, les résultats obtenus sont en bon accord avec les résultats analytiques donnés dans le guide VPCS.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Longueur de la poutre : $L=0.6\,m$
Épaisseur constante : $h=0.01\,m$

Section rectangulaire :

Section droite initiale :
largeur : $b_0=0.03\,m$
aire : $A_0=3.10^{-4}m^2$
moment d'inertie : $Iz_0=0.25\,10^{-8}m^4$

Variation de la section :
$b=b_0e^{-2\alpha x}$ avec $\alpha=1.$
$A=A_0e^{-2\alpha x}$
$Iz=Iz_0e^{-2\alpha x}$

Coordonnées des points (m) :

	A	B
x	0.	0.6
y	0.	0.

1.2 Propriétés de matériaux

$E=2.10^{11}\,Pa$
$\nu=0.3$
$\rho=7\,800.\,kg/m^3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Points A et B : encastrés, $u=v=0.$, $\theta=0$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est celle donnée dans la fiche SDLL10/89 du guide VPCS qui présente la méthode de calcul de la façon suivante :

La pulsation ω_i est donnée par les racines de l'équation :

$$1 - \cos(rL)\,\mathrm{ch}(sL) + \frac{s^2 - r^2}{2rs}\,\mathrm{sh}(sL)\sin(rL) = 0$$

avec :

$$\lambda_i^4 = \frac{\rho\, A_0\, \omega_i^2}{E\, I_{z0}} \quad ; \quad r = \sqrt{\alpha^2 + \lambda_i^2} \quad ; \quad s = \sqrt{\lambda_i^2 - \alpha^2} \text{ si } \left(\lambda_i^2 - \alpha^2\right) > 0$$

Les composantes de translation ν du mode $F_i(x)$ sont alors :

$$\Phi_i(x) = e^{\alpha x}\left[\cos(rx) - ch(rx) + \frac{\cos(rL) - ch(sL)}{r\,sh(sL) - s\sin(rL)}\left(s\sin(rx) - r\,sh(sx)\right)\right]$$

2.2 Résultats de référence

4 premières fréquences propres et modes propres normés à 1 pour la plus grande composante en translation.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

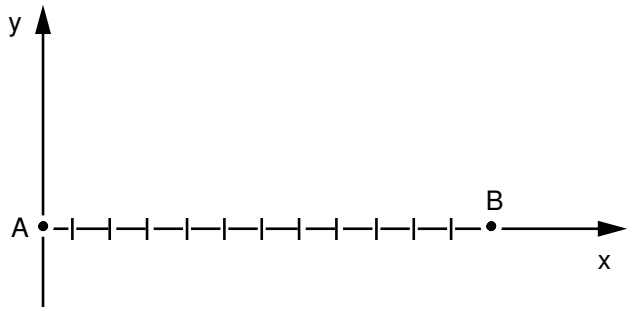
- Groupe de travail Analyse Dynamique. Comité de Validation des Progiciels de Calcul de Structure. Société Française des Mécaniciens (1988).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de poutre POU_D_T (Poutre droite de Timoshenko)



Découpage : poutre AB : 120 mailles SEG2 de section variable.

Conditions limites :

en tous les nœuds	DDL_IMPO	(TOUT:'OUI' ,DZ: 0., DRX: 0., DRY: 0.)
aux nœuds extrémités		(NŒUD: (AB) DX: 0., DY: 0., DRZ: 0.)

Noms des nœuds :

Point A	$x=0.$	$N1$
	$x=0.1$	$N21$
	$x=0.2$	$N41$
	$x=0.3$	$N61$
	$x=0.4$	$N81$
	$x=0.5$	$N101$
Point B	$x=0.6$	$N121$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 121
Nombre de mailles et types : 120 SEG2

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3 Grandeurs testées et résultats

Ordre du mode propre	Fréquence Référence	% tolérance
1	143.303	1.6
2	396.821	0.45
3	779.425	0.3
4	1289.577	0.9

Les modes propres de *Aster* ont été normés à 1. au point d'amplitude maximum en translation comme dans la référence.

Mode propre $F_i(x)$ normé à 1 au point d'amplitude maximale

	i	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
Référence		0.2349	0.6962	0.98960	0.8505	0.3507
Aster	1	0.2363	0.6970	0.9895	0.8516	0.3529
% différence		0.583	0.119	0.	0.132	0.631
% tolérance		0.6	0.15	0.1	0.15	0.7
Référence		–0.4653	–0.7558	0.	0.9232	0.6941
Aster	2	–0.4670	–0.7555	-2.910^{-4}	0.9226	0.6971
% différence		0.37	–0.041	-2.910^{-4}	–0.063	0.435
% tolérance		0.4	0.1	1.10^{-3}	0.1	0.45
Référence		0.6278	0.1969	–0.7783	0.2406	0.9366
Aster	3	0.6290	0.1952	–0.7782	0.2377	0.9387
% différence		0.192	–0.89	–0.014	–1.226	0.228
% tolérance		0.2	0.9	0.1	1.23	0.25
Référence		–0.666	0.4832	0.	–0.5901	0.9937
Aster	4	–0.6656	0.4840	4.610^{-4}	–0.5919	0.9928
% différence		–0.081	0.18	4.610^{-4}	0.31	–0.089
% tolérance		0.1	0.2	1.10^{-3}	0.35	0.1

3.4 Remarques

Calculs effectués par :

```
CALC_MODES
              OPTION = 'PLUS_PETITE'
              CALC_FREQ=_F(NMAX_FREQ = 4)
              SOLVEUR_MODAL=_F(METHODE = 'TRI_DIAG')
```

Contenu du fichier résultats :

4 premières fréquences propres, vecteurs propres.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

Modélisation convenable (fréquences et modes propres à moins de 2%) avec un maillage fin.

Un calcul effectué sur un maillage grossier (12 mailles) montre des écarts plus importants avec la solution de référence. Ceci est surtout dû à la façon dont sont normés les modes.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)