SDLL08 - Grillage plan de poutres (profilés métalliques)

Résumé :

Ce problème tridimensionnel consiste tout d'abord à effectuer une analyse modale et ensuite d'étudier la réponse harmonique d'une structure mécanique d'un grillage plan de poutres. Ce test de Mécanique des Structures correspond à une analyse dynamique d'un modèle linéique ayant un comportement linéaire. Il comprend une seule modélisation.

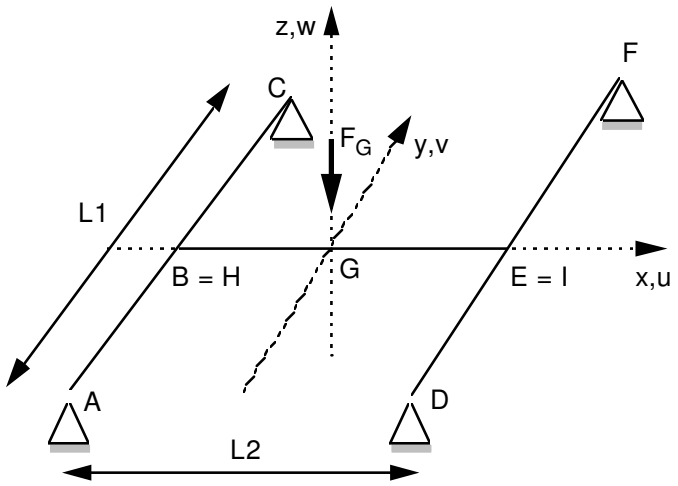
Ce problème permet donc de tester l'élément de poutre d'Euler Bernouilli en flexion transverse, le calcul des fréquences et des modes de vibration par la méthode de Lanczos et l'utilisation de relations linéaires entre déplacements de deux points en analyse modale et en réponse harmonique.

Les résultats sont en accord avec les résultats analytiques du guide VPCS.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Longueur : $L1=L2=5\,m$

Section droite (profilé en I) : $IPE\,200$

aire $A=2.872\,10^{-3}\,m^2$

moment d'inertie $Iz=1.943\,10^{-5}\,m^4$

(autres paramètres de poutre non utilisés)

Coordonnées des points (en mètres) :

	A	$B=H$	C	D	$E=I$	F	G
x	–2.5	–2.5	–2.5	2.5	2.5	2.5	0
y	–2.5	0.	2.5	–2.5	0.	2.5	0.
z	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

1.2 Propriétés de matériaux

$E=2.10^{11}\,Pa$

$\rho=7\,800.\,kg/m^3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Points A, C, D, F : ($u=v=w=0.$)

Points B, E : liaison rotulée (continuité de u, v, w)

Force sinusoïdale au point G $F_G(t)=F_0 \sin \Omega t$

$F_0 = -1 \cdot 10^5\ N$

$\Omega = 80\ \mathrm{rad/s}$

1.4 Conditions initiales

A $t=0$, structure au repos.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

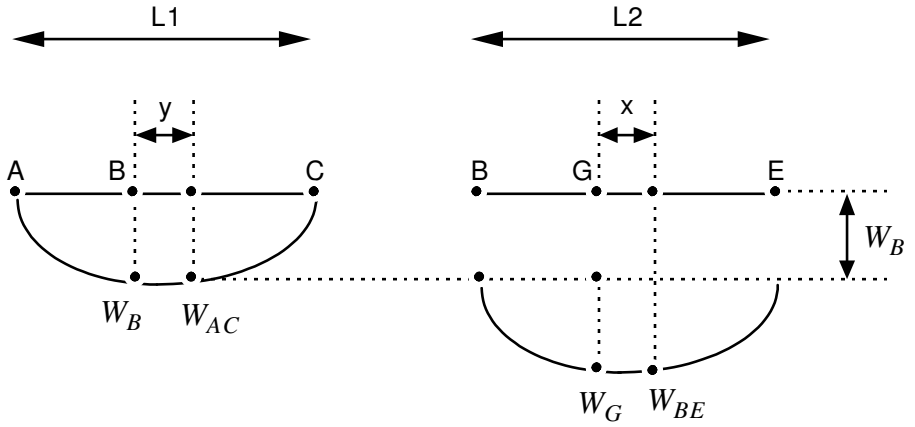
La solution de référence est celle donnée dans la fiche SDLL08/89 du guide VPCS qui présente la méthode de calcul de la façon suivante :
Une méthode de Rayleigh-Ritz permet de faire le calcul avec deux degrés de liberté à partir des hypothèses de déformées symétriques suivantes :

- pour le point d'abscisse y des longerons AC et DF de longueur $L1$

$$W_{AB} = W_B \sin \frac{\pi \left(y + \frac{L1}{2} \right)}{L1}$$

- pour le point d'abscisse x de la traverse BE de longueur $L2$

$$W_{BE} = W_B + W_G \sin \frac{\pi \left(x + \frac{L2}{2} \right)}{L2}$$



2.2 Résultats de référence

Les deux premières fréquences propres et modes propres **symétriques** (les autres fréquences propres de ce système ne sont pas étudiées). Pour les modes propres, on a la valeur suivante : W_B / W_G

En réponse harmonique on a :

- $W_B \max$ et $W_G \max$,
- $W_B + W_G \max$ au point G.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

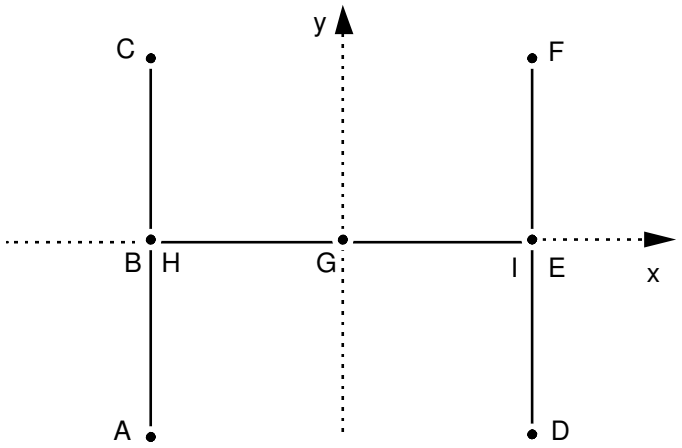
1) J.M. BIGGS. Introduction to Structural Dynamics. New-York : Mc Graw Hill, p.184 (1964).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise l'élément de poutre d'Euler Bernouilli POU_D_E



3 poutres : ABC , DEF , HGI découpées chacun en 10 mailles SEG2
Les nœuds (B, H) et (E, I) ont les mêmes coordonnées.

Conditions limites :
poutres ABC et DEF

```
DDL_IMPO : ( GROUP_NO: (PABC, PDEF)   DX: 0., DY: 0., DRY: 0. )
```
poutre HGI
```
nœuds extrémités ( GROUP_NO: (PHGI)         DX: 0., DY: 0., DRX: 0. )
                 ( GROUP_NO: (NACDF)     DZ: 0. )
```

Liaison_ddl : $DZ_B - DZ_H = 0.$ et $DZ_E - DZ_I = 0.$
Force_nodale : Nœud : G Fz : $-1.E5$

Noms des nœuds :

$A = N1$	$B = N6$	$C = N11$
$D = N21$	$E = N26$	$F = N31$
$H = N41$	$G = N46$	$I = N51$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 33
Nombre de mailles et types : 3*10 = 30 SEG2

3.3 Remarques

Le blocage des degrés de liberté DX et DY en tous les nœuds permet de ne sélectionner que les modes de flexion transverse (dans le plan "vertical").

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.4 Grandeurs testées et résultats

Fréquence (Hz)

Ordre du mode propre	Référence	*Aster*	% différence
1	16.456	16.4190	–0.22
2	38.165	38.0468	–0.31

Mode propre : valeur de W_B/W_G

Ordre du mode propre symétrique	Référence	*Aster**	% différence
1	1.213	1.213	0.
2	–0.412	–0.412	0.

* $W_B=DZ$ en B ($N6$) $W_G+W_B=DZ$ en G ($N46$)
mode 1 : $W_B=0.5480$ $W_G+W_B=1.$
mode 2 : $W_B=-0.6698$ $W_G+W_B=0.9559$

Réponse harmonique :

Point	Type de valeur (m)	Référence	*Aster*	% différence
B, E	$W_B max$	–0.098	–0.1003	2.45
G	$W_G max*$	–0.125	–0.1271	1.60
G	$W_B+W_G max$	–0.227	–0.2274	0.18

3.5 Remarques

Calculs effectués par :

```
CALC_MODES
              OPTION = 'PLUS_PETITE'
              CALC_FREQ=_F(NMAX_FREQ = 3)
              SOLVEUR_MODAL=_F(METHODE = 'TRI_DIAG')
```

On obtient un mode antisymétrique pour une fréquence $f=22.5676\,Hz$. Cette fréquence propre dépend de la constante de torsion fournie ; celle-ci n'est pas définie dans les données de référence.

Les valeurs W_B/W_G ne sont pas vérifiées dans le test mais s'obtiennent manuellement à partir de W_B et W_G+W_B.

La valeur (W_G)max n'est pas vérifiée dans le test. On a seulement accès à $W_B max$ et $(W_B+W_G) max$. $W_G max$ s'obtient manuellement par différence.

Contenu du fichier résultats :

3 premières fréquences propres, déplacement des nœuds B, E, G en réponse harmonique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

Les valeurs des fréquences propres et des vecteurs propres sont obtenues avec une précision $< 0.3\%$.

L'écart de 2.5% sur les flèches maximales aux points B et E mériterait de vérifier la solution de référence, de compléter la validation de la réponse harmonique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)