SDLL01 - Poutre courte sur appuis simples

Résumé :

Ce problème bidimensionnel consiste à rechercher les fréquences de vibration d'une structure mécanique composée d'une poutre en appuis simples à ses deux extrémités. Ce cas test de Mécanique des Structures correspond à une analyse dynamique d'un modèle linéique ayant un comportement linéaire. On étudie l'influence de la position des points considérés comme points d'appuis (points sur la fibre neutre ou points excentrés à la base de la poutre) par rapport à la fibre neutre d'une poutre épaisse.

Ce test permet de tester une partie des fonctionnalités qui concernent les poutres de Timoshenko, les liaisons rigides et la recherche de fréquences propres par itérations inverses.

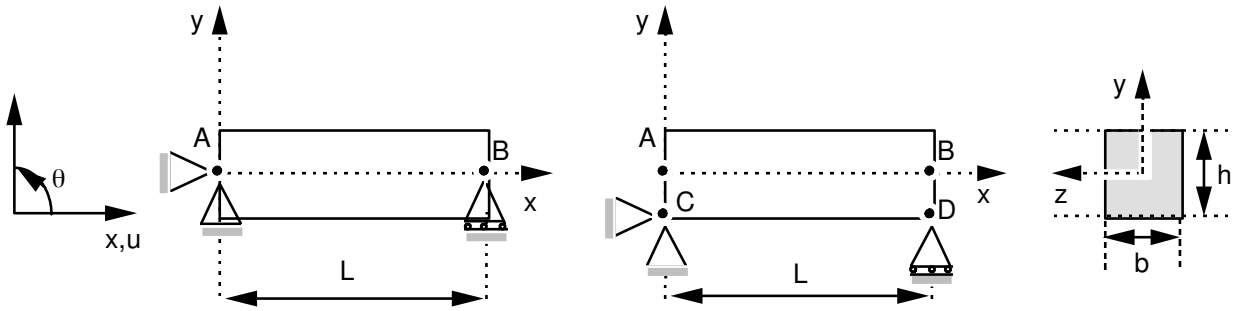
Les résultats obtenus avec les points d'appuis sur la fibre neutre, soit avec les points d'appuis excentrés sont comparés aux calculs analytiques sur les poutres de TImoshenko. Les résultats obtenus avec les points d'appuis excentrés sont comparés à des résultats de non-régression.

Quand les points d'appuis sont excentrés, on observe un couplage entre les différents modes de traction-compression et de flexion.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Section droite rectangulaire :

hauteur :	$h=0.2\,m$
largeur :	$b=0.1\,m$
aire :	$A=2.10^{-2}\,m^2$
inertie :	$Iz=6.667\,10^{-5}$
cisaillement :	$Ay=Az=1.17692$
torsion :	$Jx=0.45776042\,10^{-4}$

Longueur de la poutre

$L=1.\,m$

Coordonnées des points (m) **:**

	A	B	C	D
x	0.	1.	0.	1.
y	0.	0.	– 0.1	– 0.1

1.2 Propriétés de matériaux

$E=2.10^{11}\,Pa$

$\nu=0.3$

$\rho=7800.\,kg/m^3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Problème 1 : Point A $u=v=0.$ Point B $v=0.$
Problème 2 : Point C $u=v=0.$ Point D $v=0.$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est celle donnée dans le livre de Timoshenko sur la théorie des vibrations des poutres et plaques ([1]) :

Problème 1 : Calcul analytique

L'équation de flexion des poutres non élancées donne la formulation de Timoshenko, en superposant les effets de la flexion simple, des déformations d'effort tranchant et l'inertie de rotation.

Les fréquences propres en traction-compression sont données selon cette théorie par :

$$f_i = \frac{\lambda_i}{2\pi L}\sqrt{\frac{E}{\rho}} \text{ avec } \lambda_i = \frac{(2i-1)}{2}\pi \quad i = 1,2,...$$

On trouve dans la référence [1] une formule équivalente pour les modes de flexion.

Problème 2 :

Le problème n'ayant pas de solution analytique, la solution est établie par des résultats de non-régression.

Les modes de flexion et de traction-compression sont couplés.

2.2 Résultats de référence

Problème 1 : 6 premiers modes propres.

Problème 2 : 5 premiers modes propres.

2.3 Incertitude sur la solution

Problème 1 : solution analytique.`

2.4 Références bibliographiques

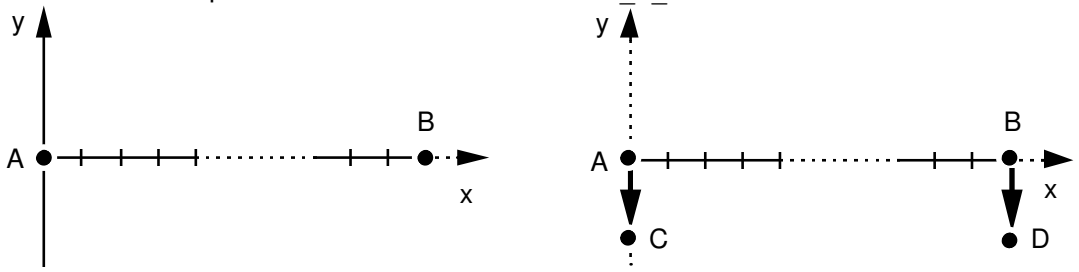
[1] S.P. TIMOSHENKO, D.H. YOUNG, W. WEAVER. Vibrations Problems in Engineering. New-York : Wiley & Sons, 4° édition, p. 415 (1974).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise l'élément de poutre droite de Timoshenko : POU_D_T



Problème 1 :

Découpage : poutre AB : 40 mailles SEG2

Conditions limites :

en tous les nœuds
```
DDL_IMPO =( GROUP_NO = 'AB', DZ=0., DRX=0, DRY=0.)
```
en A :
```
            ( NOEUD='A',   DX=0., D=0. )
```
en B :
```
            ( NOEUD='B',   DY=0. )
```

Problème 2 :

Découpage : poutre AB : 40 mailles SEG2
2 éléments rigides AC , BC : 2 mailles SEG2

Conditions limites :

en tous les nœuds
```
DDL_IMPO =  ( TOUT='OUI', DZ=0., DRX=0, DRY=0.)
```
en C :
```
            ( NOEUD='C',   DX=0., DY=0. )
```
en D :
```
            ( NOEUD='D',   DY=0. )
```

Noms des nœuds : Point A = $N100$ Point C = $N300$
Point B = $N200$ Point D = $N400$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 43
Nombre de mailles et types : 42 SEG2

3.3 Remarques

Définition des poutres rigides AC et BD :

- Section : $Hy=0.2$, $Hz=0.2$.
- Matériau : $E=2.10^{16}$, $\rho=0$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.4 Grandeurs testées et résultats

Fréquence (Hz)

Mode propre	Référence	*Aster*	tolérance
Problème 1			
flexion 1	431.555	431.8916	0.2 %
traction 1	1265.924	1266.0056	0.2 %
flexion 2	1498.295	1500.7635	0.2 %
flexion 3	2870.661	2873.5344	0.2 %
traction 2	3797.773	3799.9692	0.2 %
flexion 4	4377.837	4370.8206	0.2 %

Mode propre	Référence	*Aster*	tolérance
Problème 2			
1	392.8	394.4774	0.5 %
couplage 2	922.2	922.6072	0.1 %
flexion 3	1592.0	1638.2311	3 %
traction 4	2629.2	2778.7000	5.8 %
compression 5	3126.2	3261.6699	4.5 %

On calcule l'énergie cinétique du premier élément de poutre raccordé au point A du problème 1 :

Option	Composante	Référence (NON_REGRESSION)	*Aster*	% différence
ECIN_ELEM	TOTALE	51366.0	51366.027	1 %

3.5 Remarques

Calculs effectués par :

Problème 1 :

```
CALC_MODES
                OPTION='AJUSTE'
                CALC_FREQ=_F(FREQ=(430., 4500.))
```

Problème 2 :

```
CALC_MODES
                OPTION='AJUSTE'
                CALC_FREQ=_F(FREQ=(380., 3300.))
```

Contenu du fichier résultats :

Problème 1 :

6 premières fréquences propres, vecteurs propres et paramètres modaux.

Problème 1 :

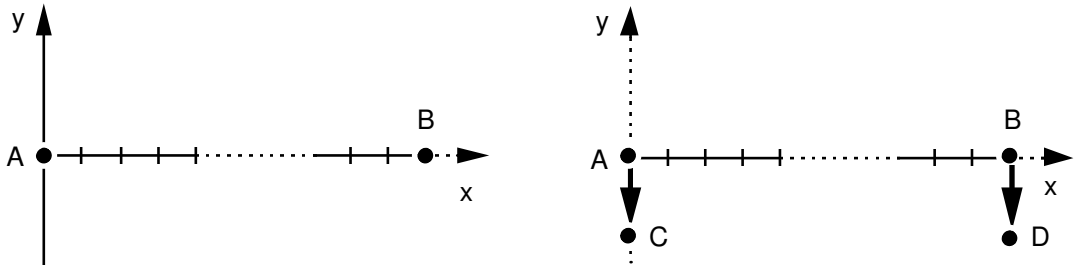
5 premières fréquences propres, vecteurs propres et paramètres modaux.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

POU_D_TG



Problème 1 :

Découpage : poutre AB : 40 mailles SEG2

Conditions limites :

en tous les nœuds
en A :
en B :

```
DDL_IMPO = ( GROUP_NO='AB', DZ=0., DRX=0, DRY=0.)
           ( GROUP_NO='A'   DX=0., DY=0. )
           ( GROUP_NO='B',   DY=0. )
```

Problème 2 :

Découpage : poutre AB : 40 mailles SEG2
2 éléments rigides AC , BD : 2 mailles SEG2

Conditions limites :

en tous les nœuds
en C :
en D :

```
DDL_IMPO = ( TOUT='OUI', DZ=0., DRX=0, DRY=0.)
           ( GROUP_NO='C',   DX=0., DY=0. )
           ( GROUP_NO='D',   DY=0. )
```

Noms des nœuds : Point A = $N100$ Point C = $N300$
Point B = $N200$ Point D = $N400$

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 43
Nombre de mailles et types : 42 SEG2

4.3 Remarques

Définition des poutres rigides AC et BD :

- Section : $Hy=0.2$, $Hz=0.2$.
- Matériau : $E=2.10^{16}$, $\rho=0$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.4 Grandeurs testées et résultats

Fréquence (Hz)

Mode propre	Référence		*Aster*	tolérance
Problème 1				
flexion 1	431.555		431.8916	0.2 %
traction 1	1265.924		1266.0056	0.2 %
flexion 2	1498.295		1500.7635	0.2 %
flexion 3	2870.661		2873.5344	0.2 %
traction 2	3797.773		3799.9692	0.2 %
flexion 4	4377.837		4370.8206	0.2 %
Problème 2				
1	392.8	± 2.7%	394.4774	0.5 %
couplage 2	922.2	± 5.7%	922.6072	0.1 %
flexion 3	1592.0	± 2.9%	1638.2311	3 %
traction 4	2629.2	± 5.7%	2778.7000	5.8 %
compression 5	3126.2	± 4.3%	3261.6699	4.5 %

4.5 Remarques

Calculs effectués par :

Problème 1 :

```
CALC_MODES
              OPTION='AJUSTE'
              CALC_FREQ=_F(FREQ=(430., 4500.))
```

Problème 2 :

```
CALC_MODES
              OPTION='AJUSTE'
              CALC_FREQ=_F(FREQ=(380., 3300.))
```

Contenu du fichier résultats :

Problème 1 :

6 premières fréquences propres, vecteurs propres et paramètres modaux.

Problème 1 :

5 premières fréquences propres, vecteurs propres et paramètres modaux.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

Les problème sans excentricité est correctement traité. Celui avec excentricité n'est validé que par non-régression.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)