SDLD101 - Oscillateur simple sous excitation aléatoire

Résumé :

Un oscillateur simple, constitué d'une masse reliée à un support par un ressort et un amortisseur, est soumis à une excitation aléatoire transmise par le support, de type accélération imposée.

Ce test utilise les fonctionnalités de l'analyse stochastique et calcule la densité spectrale de puissance (DSP) du mouvement de la masse à partir de l'excitation de type bruit blanc donnée par sa DSP également.

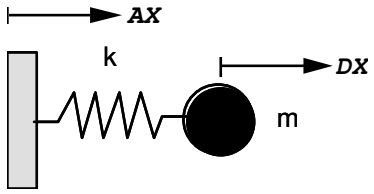
Le mouvement est calculé selon différentes options : mouvement relatif, absolu, différentiel.

On calcule ensuite les propriétés statistiques de la réponse en passant dans toutes les options du post-traitement dynamique aléatoire.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



L'excitation est un mouvement sismique de type accélération imposée AX appliqué au support dans le sens DX.

On s'intéresse au mouvement de la masse m.

1.2 Propriétés de matériaux

Masse ponctuelle : $m = 100\,kg$
Ressort élastique : $k = 10^6\,N/m$
Amortissement modal : $\xi_0 = 0.05$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le problème est unidimensionnel dans la direction x, et à 1 degré de liberté : le déplacement de la masse m.

L'excitation est une densité spectrale de puissance (DSP), d'accélération constante entre $0.$ et $100\,Hz$.

Elle est appliquée au support.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est analytique [bib1]. La pulsation propre de l'oscillateur est $\sqrt{\frac{k}{m}}$,

soit $\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}=100\,rad/s$, et $f_o=15{,}9155\,Hz$.

En mouvement absolu, la DSP de la réponse en accélération notée $G_{\ddot{R}\ddot{R}}(\omega)$ est reliée à la DSP de l'excitation $G_{\ddot{E}\ddot{E}}$ en accélération également par :

$$G_{\ddot{R}\ddot{R}}(\omega)=\frac{\omega_0^4+4\xi_0^2\omega_0^2\omega^2}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\xi_0^2\omega_0^2\omega^2}G_{\ddot{E}\ddot{E}}(\omega)$$

En mouvement relatif, on a :

$$G_{\ddot{R}\ddot{R}}(\omega)=\left|\left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2-\omega^2+2\,j\,\xi_0\omega_0\omega}\right)\right|^2 G_{\ddot{E}\ddot{E}}(\omega)$$

En mouvement différentiel, on a :

$$G_{\ddot{R}\ddot{R}}(\omega)=G_{\ddot{E}\ddot{E}}(\omega)$$

2.2 Résultats de référence

On teste la DSP de la réponse pour $0,5,10,15,20\,Hz$ dans les trois cas de mouvement : absolu, relatif et différentiel.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

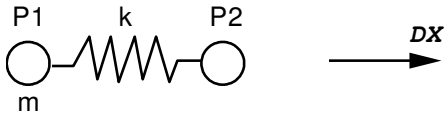
1 C. DUVAL "Réponse dynamique sous excitation aléatoire dans le *Code_Aster* : principes théoriques et exemples d'utilisation" - Note HP-61/92.148

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément discret en translation de type DIS_T



Caractéristiques des éléments :

Aux nœuds $P1$ et $P2$: matrices de masses de type M_T_D_N avec $m=100\,kg$.
Entre $P1$ et $P2$: une matrice de rigidité de type K_T_D_L avec $K_x=10^6\,N/m$

Conditions aux limites :

Tous les degrés de liberté sont bloqués sauf le degré de liberté DX du nœud $P2$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2
Nombre de mailles et types : 1 SEG2, 2 POI1

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3 Grandeurs testées et résultats

Réponse dynamique aléatoire

Identification	Référence
ABSOLU : $F=5.Hz$	1.2307
ABSOLU : $F=10.Hz$	2.7116
ABSOLU : $F=15.Hz$	47.2154
ABSOLU : $F=20.Hz$	2.8924
ABSOLU : $F=25.Hz$	0.47047
RELATIF : $F=5.Hz$	0.01197
RELATIF : $F=10.Hz$	0.04209
RELATIF : $F=15.Hz$	36.9225
RELATIF : $F=20.Hz$	7.1006
RELATIF : $F=25.Hz$	2.7953
DIFFERENTIEL : $F=5.Hz$	1.0
DIFFERENTIEL : $F=10.Hz$	1.0
DIFFERENTIEL : $F=15.Hz$	1.0
DIFFERENTIEL : $F=20.Hz$	1.0
DIFFERENTIEL : $F=25.Hz$	1.0

Post-traitement sur la réponse en déplacement absolu : moments spectraux et paramètres statistiques

Identification	*Référence*	% Tolérance
Moment spectral n°0	505.70832	0.1%
Moment spectral n°1	49047.8 10^{4}	0.1%
Moment spectral n°2	5.025066 10^{6}	0.1%
Moment spectral n°3	5.52943 10^{8}	0.1%
Moment spectral n°4	7.2059956 10^{10}	0.1%
Ecart-type	22.49	0.1%
Facteur d'irrégularité	0.8324	0.1%
Fréquence apparente (Hz)	15.86	0.1%
Nombre moyen de passages par zéro par seconde	31.73	0.1%
Moment spectral n°6	4.186992 10^{15}	0.1%
Moment spectral n°7	1.7826555 10^{18}	0.1%
Moment spectral n°10	2.468734 10^{26}	0.1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

Il n'est pas étonnant que les résultats attendus pour la réponse dynamique aléatoire soient obtenus avec une précision de 0% . En effet les DSP des réponses ne résultent pas d'un processus itératif de résolution, mais d'une expression analytique mettant en jeu les fonctions de transfert modales. Cette expression analytique coïncide avec la solution de référence pour ce problème.

Pour le post-traitement, il n'y a pas de solution de référence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)