SDLD22 - Transitoire d'un système masse-ressort à 8 degrés de liberté avec amortisseur visqueux

Résumé :

La structure mécanique considérée est composée d'un ensemble unidirectionnel linéaire de masses-ressorts avec amortisseurs visqueux et soumise à une excitation transitoire de type créneau.

Deux modélisations sont développées. La première ne retient que le degré de liberté en translation axiale des masses, la deuxième considère la translation axiale et la rotation.

Ce problème permet de tester :

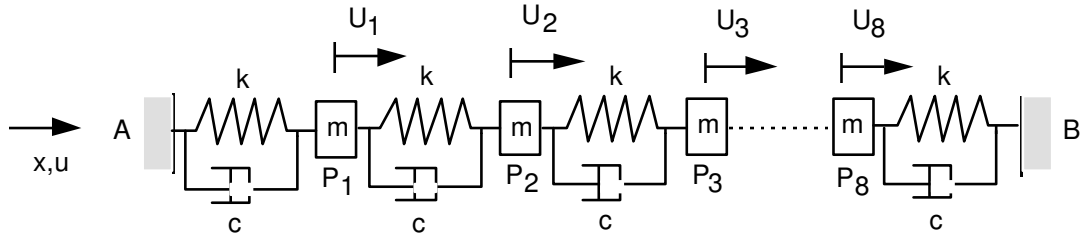
- les éléments discrets (masses, ressorts, amortisseurs) en translation-rotation,
- la définition d'une force d'excitation ponctuelle transitoire,
- le calcul de réponse transitoire par recombinaison modale ainsi que la reprise avec des conditions initiales (modélisation A),
- le calcul de réponse transitoire directe avec le schéma à pas de temps adaptatif (modélisation B).

Les résultats obtenus (champ de déplacements, vitesses) sont en bon accord avec les résultats du guide VPCS, pris pour solution de référence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Masses ponctuelles : $m_{P_1}=m_{P_2}=m_{P_3}=\ldots\ \ldots=m_{P_8}=m$

Raideurs de liaison : $k_{AP_1}=k_{P_1P_2}=k_{P_2P_3}=\ldots\ \ldots=k_{P_8B}=k$

Amortissement visqueux : $c_{AP_1}=c_{P_1P_2}=c_{P_2P_3}=\ldots\ \ldots=c_{P_8B}=c$

1.2 Propriétés de matériaux

Ressort de translation élastique linéaire	$k=10^5\,N/m$
Masse ponctuelle	$m=10\,kg$
Amortissement visqueux unidirectionnel	$c=50\,N/(m/s)$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Conditions aux limites : points A et B encastrés ($u=0$).

Chargement : force concentrée au point P_4 en forme de créneau :

Point P_4 $\quad F_{x_4}=F(t)\quad 0\le t\le 1\text{s}\quad F(t)=1\text{N}$

$\qquad\qquad\qquad\qquad t>1\text{s}\quad F(t)=0.$

Autres points P_i $\quad F_{x_i}=0$

1.4 Conditions initiales

Pour $t=0$, en tout point, $u=0$ et $\dfrac{du}{dt}=0$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

La solution de référence est issue du guide VPCS.

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

L'intégration numérique retenue pour obtenir cette solution repose sur un schéma d'intégration par différences finies, du type méthode β -Newmark améliorée, avec pas de temps de 0.001s [bib2].

$$\left[\frac{1}{\Delta t^2}M+\frac{1}{2\Delta t}C+\frac{1}{3}K\right]u_{n+2}=\frac{1}{3}(F_{n+2}+F_{n+1}+F_n)+\left[\frac{2}{\Delta t^2}M-\frac{1}{3}K\right]u_{n+1}+\left[\frac{1}{\Delta t^2}M+\frac{1}{2\Delta t}C-\frac{1}{3}K\right]u_n$$

Le déplacement du point 4 en fonction du temps a l'allure suivante :

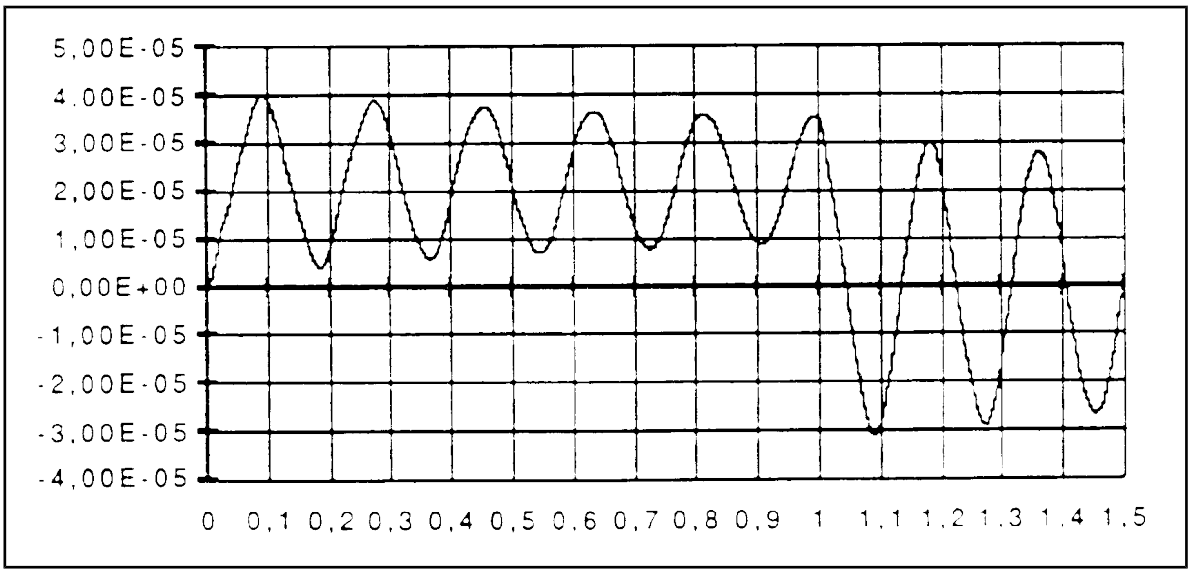


Figure 2.1-a : Point 4 : déplacement en fonction du temps

2.2 Résultats de référence

Déplacement selon x du point P_4 .

2.3 Incertitude sur la solution

Précision du schéma de Newmark.

2.4 Références bibliographiques

[1] Fiche SDLD22/90 de la commission VPCS.

[2] NEWMARK N. M. : "A method of computation for structural dynamics", proceeding ASCE J. Eng. Mech. Div E-3, July 1959, pp 67-94.

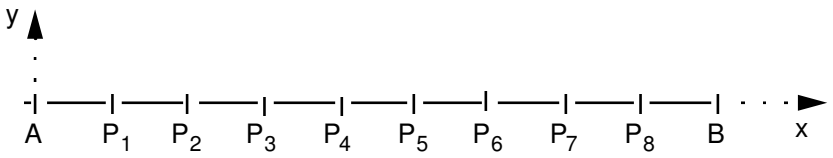
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation permet la validation de l'intégration par recombinaison modale.

Élément discret de rigidité en translation



Caractéristiques des éléments

DISCRET avec	masses nodales	M_T_D_N	M_T_N
	matrices de rigidité	K_T_D_L	K_T_L
	matrices d'amortissement	A_T_D_L	A_T_L

Blocage des degrés de liberté en Y et Z de tous les nœuds

```
DDL_IMPO: ( TOUT:'OUI'    DY: 0. , DZ: 0. )
```

Conditions aux limites aux nœuds extrêmes

```
( GROUP_NO: AB  DX: 0. )
```

Noms des nœuds :

Point $A = N1$ $P_1 = N2$
Point $B = N10$ $P_2 = N3$
.....
$P_8 = N9$

Recombinaison modale avec tous les modes (soit 8),

schéma d'EULER, reprise d'un premier calcul à $t = 0.455\ s$

pas de temps utilisé : $\Delta t = 1.E-3\ s$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 10

Nombre de mailles et types : 9 SEG2

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3 Grandeurs testées et résultats

Temps	Référence
0.09	4.02 E–5
0.18	4.22 E–6
0.27	3.89 E–5
0.37	5.98 E–6
0.46	3.73 E–5
0.54	7.14 E–6
0.63	3.64 E–5
0.72	8.07 E–6
0.81	3.58 E–5
0.9	8.76 E–6
0.99	3.52 E–5
1.08	–3.08 E–5
1.18	3.02 E–5
1.27	–2.88 E–5
1.36	2.80 E–5
1.45	–2.65 E–5

3.4 Remarques

Les minima relatifs ($t=0.18, 0.54, ...$) n'ont pas une très bonne précision pendant la phase d'excitation avec un pas $\Delta t=0.001$.

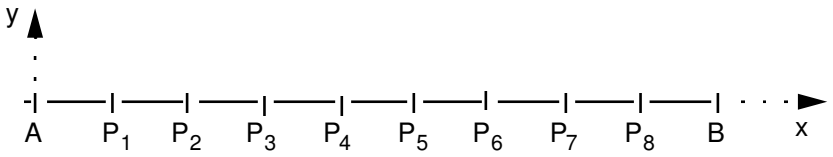
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation permet, outre une nouvelle utilisation de la recombinaison modale, la validation de l'intégration directe à pas adaptatif.

Élément discret de rigidité en translation et rotation



Caractéristiques des éléments :

DISCRET :	avec masses nodales	M_TR_D_N	M_TR_N
	et matrices de rigidité	K_TR_D_L	K_TR_L
	et matrices d'amortissement	A_TR_D_L	A_TR_L

Conditions aux limites et directions bloquées :

en tous les nœuds	DDL_IMPO:	(TOUT:'OUI' DY: 0. , DZ: 0.)
		(TOUT:'OUI' DRX: 0. DRY: 0 DRZ: 0)
aux nœuds extrémités		(GROUP_NO: AB DX: 0.)

Schémas d'intégration testés dans cette version :

- Intégration par recombinaison modale avec le schéma d'Euler.
- Intégration par intégration directe avec l'algorithme ADAPT_ORDRE2, pas de temps maximum $10^{-3}s$.
- Intégration par recombinaison modale avec le schéma RUNGE_KUTTA_32, avec une tolérance d'erreur relative de $10^{-3}s$ et un pas de temps maximum de $10^{-3}s$.
- Intégration par recombinaison modale avec le schéma RUNGE_KUTTA_54, avec une tolérance d'erreur relative de $10^{-3}s$ et un pas de temps maximum de $10^{-3}s$.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 10

Nombre de mailles et types : 9 SEG2

4.3 Grandeurs testées et résultats

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Transitoire par recombinaison modale avec l'algorithme EULER

Temps	Référence
0.09	4.02 E–5
0.18	4.22 E–6
0.27	3.89 E–5
0.37	5.98 E–6
0.46	3.73 E–5
0.54	7.14 E–6
0.63	3.64 E–5
0.72	8.07 E–6
0.81	3.58 E–5
0.9	8.76 E–6
0.99	3.52 E–5
1.08	–3.08 E–5
1.18	3.02 E–5
1.27	–2.88 E–5
1.36	2.80 E–5
1.45	–2.65 E–5

Transitoire par intégration directe avec l'algorithme `ADAPT_ORDRE2`

Temps	Référence
0.09	4.02 E–5
0.18	4.22 E–6
0.27	3.89 E–5
0.37	5.98 E–6
0.46	3.73 E–5
0.54	7.14 E–6
0.63	3.64 E–5
0.72	8.07 E–6
0.81	3.58 E–5
0.9	8.76 E–6
0.99	3.52 E–5
1.08	–3.08 E–5
1.18	3.02 E–5
1.27	–2.88 E–5
1.36	2.80 E–5
1.45	–2.65 E–5

Transitoire par recombinaison modale avec l'algorithme `RUNGE_KUTTA_32`

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Temps	Référence
0.09	4.02 E–5
0.18	4.22 E–6
0.27	3.89 E–5
0.37	5.98 E–6
0.46	3.73 E–5
0.54	7.14 E–6
0.63	3.64 E–5
0.72	8.07 E–6
0.81	3.58 E–5
0.9	8.76 E–6
0.99	3.52 E–5
1.08	–3.08 E–5
1.18	3.02 E–5
1.27	–2.88 E–5
1.36	2.80 E–5
1.45	–2.65 E–5

Transitoire par recombinaison modale avec l'algorithme `RUNGE_KUTTA_54`

Temps	Référence
0.09	4.02 E–5
0.18	4.22 E–6
0.27	3.89 E–5
0.37	5.98 E–6
0.46	3.73 E–5
0.54	7.14 E–6
0.63	3.64 E–5
0.72	8.07 E–6
0.81	3.58 E–5
0.9	8.76 E–6
0.99	3.52 E–5
1.08	–3.08 E–5
1.18	3.02 E–5
1.27	–2.88 E–5
1.36	2.80 E–5
1.45	–2.65 E–5

4.4 Remarques

Les modélisations A et B conduisent aux mêmes résultats.

Les minimums relatifs ($t=0.18, 0.54, \ldots$) n'ont pas une très bonne précision pendant la phase d'excitation avec un pas $\Delta t=0.001$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

Ce test est à compléter en utilisant :

- un pas de temps $\Delta t = 1.\mathrm{E}-4$,
- d'autres schémas d'intégration.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)