# ZZZZ293 – Validation de la position des sous-points des poutres multifibres

**Résumé :**
Ce test valide le calcul de la position des sous-points d'intégration dans le repère global pour la modélisation POU_D_EM et POU_D_TGM. Un calcul mécanique élémentaire est réalisé afin de permettre la création d'une table avec CREA_TABLE à partir du résultat. Seules les coordonnées de quelques sous-points sont testées dans la table.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie

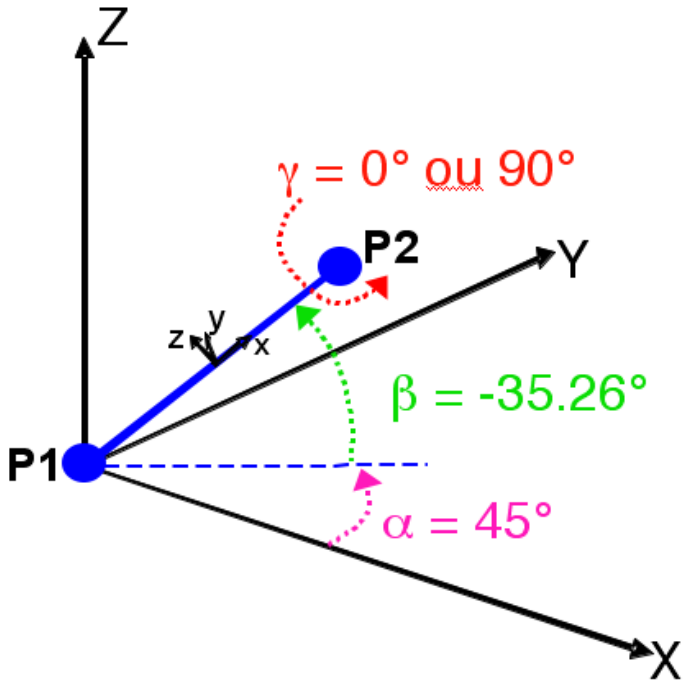



**Figure 1.1-a : orientation de l'élément.**

La poutre est orientée dans l'espace comme indiqué sur la Figure 1.1-a.
Coordonnées globales des points $P1$ et $P2$ :

$$X_{P1}=0.0\,;\,Y_{P1}=0.0\,;\,Z_{P1}=0.0$$
$$X_{P2}=2.0\,;\,Y_{P2}=2.0\,;\,Z_{P2}=2.0$$

Longueur : $L=2\cdot\sqrt{3}\,m$

## 1.2 Propriétés des matériaux

Béton :

Module de Young $E=3.7272^{10}\,Pa$

Coefficient de Poisson $\nu=0.0$

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

Sur le point $P1$ on bloque les déplacements selon $X\,,Y\,,Z$ et la rotation autour des axes $X\,,Y\,,Z$ :

$$D_X^{P1}=0.0\,;\,D_Y^{P1}=0.0\,;\,D_Z^{P1}=0.0\,;\,DR_X^{P1}=0.0\,;\,DR_Y^{P1}=0.0\,;\,DR_Z^{P1}=0.0$$

Sur le point $P2$ on applique un chargement selon $X\,,Y\,,Z$ :

$$F_X=100.0\,N\,;\,F_Y=100.0\,N\,;\,F_Z=-100.0\,N$$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode de calcul

On calcule la position des nœuds, points d'intégration et sous-points d'intégration à partir de leurs cordonnées dans les axes locaux de la poutre et des matrices de passage entre les axes locaux et les axes globaux.
Par défaut, les axes locaux et les axes globaux coïncident (Figure 2.1-a).

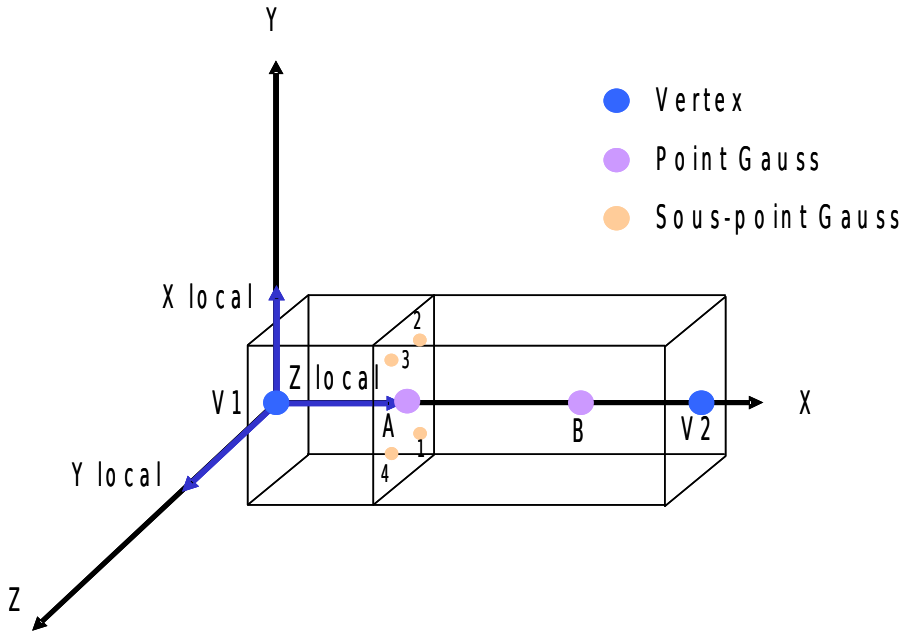



**Figure 2.1-a : position par défaut**

On applique les deux rotations (voir Figure 1.1-a) pour orienter l'axe de la poutre, et une troisième rotation pour positionner la section droite :

- $\alpha = 45°$ autour de $Z$
- $\beta = -35{,}26°$ autour du nouvel axe $Y1$
- $\gamma = 0°$ ou $90°$ autour du nouvel axe $X2$

**Remarque :**

*on utilise les conventions des angles nautiques de Code_Aster (voir le mot clé* `ORIENTATION` *de* `AFFE_CARA_ELEM`*)*

La rotation autour de l'axe $Z$ ( $\alpha$ ) est faite à partir de la matrice suivante :

$$Tz(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La rotation autour du nouvel axe $Y1$ ( $\beta$ ) est faite à partir de la matrice suivante :

$$Ty1(\beta) = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix}$$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La rotation autour du nouvel axe $X2$ ( $\gamma$ ) est faite à partir de la matrice suivante :

$$Tx2(\gamma)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos(\gamma) & -\sin(\gamma)\\ 0 & \sin(\gamma) & \cos(\gamma)\end{bmatrix}$$

Donc, pour n'importe quel point de coordonnées $(X,Y,Z)$ avant rotations, on peut calculer ses coordonnées $(X',Y',Z')$ après rotations avec la transformation suivante :

$$\begin{bmatrix}X'\\ Y'\\ Z'\end{bmatrix}=[Tx2(\gamma)][Tz(\alpha)][Ty(\beta)]\begin{bmatrix}X\\ Y\\ Z\end{bmatrix}$$

## 2.2 Grandeurs et résultats de référence

On calcule la position de quelques sous-points d'intégration dans le repère global connaissant leur position dans les axes locaux.

Avec les angles choisis, l'application numérique donne :

$$Ty1(\beta)=\begin{bmatrix}0.8165 & 0 & -0.5774\\ 0 & 1 & 0\\ 0.5774 & 0 & 0.8165\end{bmatrix}\quad Tz(\alpha)=\begin{bmatrix}0.7071 & -0.7071 & 0\\ 0.7071 & 0.7071 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

et

$$Tx2(\gamma)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\text{ ou }\quad Tx2(\gamma)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

Pour un élément de longueur $L=2\cdot\sqrt{3}\,m$ , la distance du second point de Gauss par rapport au premier nœud est :

Pour les éléments POU_D_EM (modélisations A et B) qui ont deux points de Gauss :

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)L=1+\sqrt{3}=2.7320508075688772\,m$$

Pour les éléments POU_D_TGM (modélisations C et D) qui ont trois points de Gauss :

$$\frac{L}{2}=\sqrt{3}=1.7320508075688772\,m$$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La section de la poutre $(0{,}2\,m \times 0{,}1\,m)$ est discrétisée en 4 quadrilatères (Figure 2.2-a).

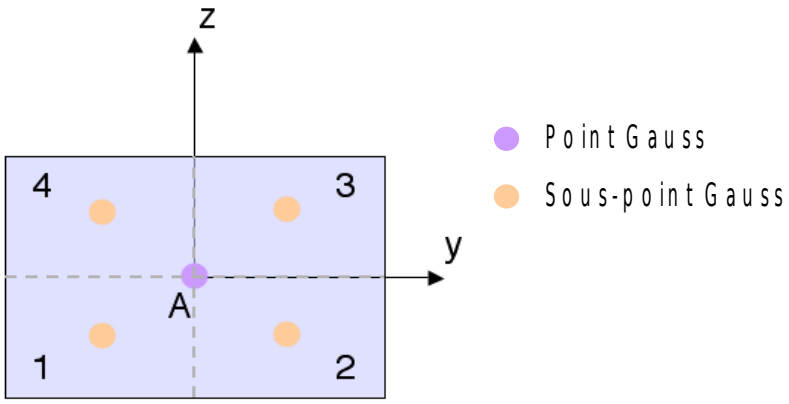



**Figure 2.2-a : position des sous-point dans la section**

La position des sous-points choisis dans le repère initial pour les modélisations A et B (POU_D_EM) est donc :

| Point | Sous-point | $x$ | $y$ | $z$ |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 2.732050807568877 | -0.05 | -0.025 |
| 2 | 2 | 2.732050807568877 | 0.05 | -0.025 |
| 2 | 3 | 2.732050807568877 | 0.05 | 0.025 |
| 2 | 4 | 2.732050807568877 | -0.05 | 0.025 |

Et la position des sous-points choisis dans le repère initial pour les modélisations C et D (POU_D_TGM) est :

| Point | Sous-point | $x$ | $y$ | $z$ |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 1.732050807568877 | -0.05 | -0.025 |
| 2 | 2 | 1.732050807568877 | 0.05 | -0.025 |
| 2 | 3 | 1.732050807568877 | 0.05 | 0.025 |
| 2 | 4 | 1.732050807568877 | -0.05 | 0.025 |

## 2.3 Incertitudes sur la solution

Aucune, solution exacte.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques du maillage

Le maillage de la poutre est composé d'un élément SEG2.
Le maillage de la section est composé de 4 éléments quadrilatères.
Le groupe de nœuds $ENC$ est composé du nœud $P1$ .
Le groupe de nœuds $CHA$ est composé du nœud $P2$ .

## 3.2 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation POU_D_EM (éléments à 2 points de Gauss). L'angle de vrille est égal à $0°$ .

Modélisation :
```
MOPOU=AFFE_MODELE(MAILLAGE=MAPOU,
    AFFE=_F(TOUT='OUI', PHENOMENE='MECANIQUE',
        MODELISATION='POU_D_EM',),
)
```

Conditions aux limites :
```
BLOCAGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    DDL_IMPO=_F(GROUP_NO='ENC',
        DX=0.0, DY=0.0, DZ=0.0, DRX=0.0, DRY=0.0, DRZ=0.0,),
)
```

Chargement mécanique :
```
CHARGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    FORCE_NODALE=_F(GROUP_NO='CHA', FX = 100, FY = 100, FZ = 100.),
)
```

Affectation des caractéristiques des éléments :
```
POUCA_0=AFFE_CARA_ELEM(MODELE=MOPOU, GEOM_FIBRE=GF,
    POUTRE=_F(GROUP_MA=('POUTRE'),
        SECTION='RECTANGLE', CARA=('HY','HZ'), VALE=(0.2,0.1),
        PREC_AIRE=5.,PREC_INERTIE=10.,),
    ORIENTATION=_F(GROUP_MA=('POUTRE'), CARA='ANGL_VRIL', VALE=0.0,),
    MULTIFIBRE=_F(GROUP_MA=('POUTRE'), GROUP_FIBRE=('SBET',),),
)
```

## 3.3 Valeurs testées et résultats

| Coordonnée maille SG01 | Point d'intégration | Sous-point | Référence |
|---|---|---|---|
| COOR_X | 2 | 1 | 0.377088184 |
| COOR_X | 2 | 2 | 0.447798863 |
| COOR_X | 2 | 3 | 0.468211277 |
| COOR_X | 2 | 4 | 0.397500599 |
| COOR_Y | 2 | 1 | 0.447798863 |
| COOR_Y | 2 | 2 | 0.377088184 |
| COOR_Y | 2 | 3 | 0.397500599 |
| COOR_Y | 2 | 4 | 0.468211277 |
| COOR_Z | 2 | 1 | 0.443062145 |
| COOR_Z | 2 | 2 | 0.443062145 |
| COOR_Z | 2 | 3 | 0.402237316 |
| COOR_Z | 2 | 4 | 0.402237316 |

Toutes les tolérance sont celles par défaut : $1.0E-3$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation B

## 4.1 Caractéristiques du maillage

Le maillage de la poutre est composé d'un élément SEG2.
Le maillage de la section est composé de 4 éléments quadrilatères.
Le groupe de nœuds $ENC$ est composé du nœud $P1$ .
Le groupe de nœuds $CHA$ est composé du nœud $P2$ .

## 4.2 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation POU_D_EM (éléments à 2 points de Gauss). L'angle de vrille est de $90°$ .

Modélisation :
```
MOPOU=AFFE_MODELE(MAILLAGE=MAPOU,
    AFFE=_F(TOUT='OUI', PHENOMENE='MECANIQUE',
        MODELISATION='POU_D_EM',),)
```

Conditions aux limites :
```
BLOCAGE=AFFE_CHAR_MECA( MODELE=MO,
    DDL_IMPO=_F(GROUP_NO='ENC',
        DX=0.0, DY=0.0, DZ=0.0, DRX=0.0, DRY=0.0, DRZ=0.0,),
)
```

Chargement mécanique :
```
CHARGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
        FORCE_NODALE=_F(GROUP_NO='CHA', FX = 100, FY = 100, FZ = 100.),
)
```

Affectation des caractéristiques des éléments :
```
POUCA_0=AFFE_CARA_ELEM(MODELE=MOPOU, GEOM_FIBRE=GF,
    POUTRE=_F(GROUP_MA=('POUTRE'), SECTION='RECTANGLE',
        CARA=('HY','HZ'), VALE=(0.2,0.1),
        PREC_AIRE=5., PREC_INERTIE=10., ),
    ORIENTATION=_F(GROUP_MA=('POUTRE'), CARA='ANGL_VRIL', VALE=90.0,),
    MULTIFIBRE=_F(GROUP_MA=('POUTRE'), GROUP_FIBRE=('SBET',),),
)
```

## 4.3 Valeurs testées et résultats

| Coordonnée maille SG01 | Point d'intégration | sous-point | Référence |
|---|---|---|---|
| COOR_X | 2 | 1 | 0.419914986 |
| COOR_X | 2 | 2 | 0.460739815 |
| COOR_X | 2 | 3 | 0.425384476 |
| COOR_X | 2 | 4 | 0.384559647 |
| COOR_Y | 2 | 1 | 0.384559647 |
| COOR_Y | 2 | 2 | 0.425384476 |
| COOR_Y | 2 | 3 | 0.460739815 |
| COOR_Y | 2 | 4 | 0.419914986 |
| COOR_Z | 2 | 1 | 0.463474560 |
| COOR_Z | 2 | 2 | 0.381824902 |
| COOR_Z | 2 | 3 | 0.381824902 |
| COOR_Z | 2 | 4 | 0.463474560 |

Toutes les tolérance sont celles par défaut : $1.0E-3$ .



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Modélisation C

## 5.1 Caractéristiques du maillage

Le maillage de la poutre est composé d'un élément SEG2.
Le maillage de la section est composé de 4 éléments quadrilatères.
Le groupe de nœuds $ENC$ est composé du nœud $P1$ .
Le groupe de nœuds $CHA$ est composé du nœud $P2$ .

## 5.2 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation POU_D_TGM (éléments à 3 points de Gauss). L'angle de vrille est de $0°$.

Modélisation :
```
MOPOU=AFFE_MODELE(MAILLAGE=MAPOU,
    AFFE=_F(TOUT='OUI', PHENOMENE='MECANIQUE',
        MODELISATION='POU_D_TGM',),
)
```

Conditions aux limites :
```
BLOCAGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    DDL_IMPO=_F(GROUP_NO='ENC',
        DX=0.0, DY=0.0, DZ=0.0, DRX=0.0, DRY=0.0, DRZ=0.0,),
)
```

Chargement mécanique :
```
CHARGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    FORCE_NODALE=_F(GROUP_NO='CHA', FX = 100, FY = 100, FZ = 100.),
)
```

Affectation des caractéristiques des éléments :
```
POUCA_0=AFFE_CARA_ELEM( MODELE=MOPOU, GEOM_FIBRE=GF,
    POUTRE=_F(GROUP_MA=('POUTRE'),
        SECTION='RECTANGLE', CARA=('HY','HZ'), VALE=(0.2,0.1),
        PREC_AIRE=5., PREC_INERTIE=10.,),
    ORIENTATION=_F( GROUP_MA=('POUTRE'), CARA='ANGL_VRIL', VALE=0.0,),
    MULTIFIBRE=_F( GROUP_MA=('POUTRE'), GROUP_FIBRE=('SBET',),
)
```

## 5.3 Valeurs testées et résultats

| Coordonnée maille SG01 | Point d'intégration | Sous-point | Référence |
|---|---|---|---|
| COOR_X | 2 | 1 | 0.954438454 |
| COOR_X | 2 | 2 | 1.025149132 |
| COOR_X | 2 | 3 | 1.045561546 |
| COOR_X | 2 | 4 | 0.974850868 |
| COOR_Y | 2 | 1 | 1.025149132 |
| COOR_Y | 2 | 2 | 0.954438454 |
| COOR_Y | 2 | 3 | 0.974850868 |
| COOR_Y | 2 | 4 | 1.045561546 |
| COOR_Z | 2 | 1 | 1.020412415 |
| COOR_Z | 2 | 2 | 1.020412415 |
| COOR_Z | 2 | 3 | 0.979587585 |
| COOR_Z | 2 | 4 | 0.979587585 |

Toutes les tolérance sont celles par défaut : $1.0E-3$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 6 Modélisation D

## 6.1 Caractéristiques du maillage

Le maillage de la poutre est composé d'un élément SEG2.
Le maillage de la section est composé de 4 éléments quadrilatères.
Le groupe de nœuds $ENC$ est composé du nœud $P1$ .
Le groupe de nœuds $CHA$ est composé du nœud $P2$ .

## 6.2 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation POU_D_TGM (éléments à 3 points de Gauss). L'angle de vrille est de $90°$ .

Modélisation :
```
MOPOU=AFFE_MODELE(MAILLAGE=MAPOU,
    AFFE=_F(TOUT='OUI', PHENOMENE='MECANIQUE',
        MODELISATION='POU_D_TGM',),
)
```

Conditions aux limites :
```
BLOCAGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    DDL_IMPO=_F(GROUP_NO='ENC',
        DX=0.0, DY=0.0, DZ=0.0, DRX=0.0, DRY=0.0, DRZ=0.0,),
)
```

Chargement mécanique :
```
CHARGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    FORCE_NODALE=_F(GROUP_NO='CHA', FX = 100, FY = 100, FZ = 100.),
)
```

Affectation des caractéristiques des éléments :
```
POUCA_0=AFFE_CARA_ELEM( MODELE=MOPOU, GEOM_FIBRE=GF
    POUTRE=_F(GROUP_MA=('POUTRE'),
        SECTION='RECTANGLE',
        CARA=('HY','HZ'), VALE=(0.2,0.1),
        PREC_AIRE=5., PREC_INERTIE=10.,),
    ORIENTATION=_F(GROUP_MA=('POUTRE'), CARA='ANGL_VRIL',VALE=0.0,),
    MULTIFIBRE=_F(GROUP_MA=('POUTRE'), GROUP_FIBRE=('SBET',),)
)
```

## 6.3 Valeurs testées et résultats

| Coordonnée maille SG01 | Point d'intégration | Sous-point | Référence |
|---|---|---|---|
| COOR_X | 2 | 1 | 0.997265255 |
| COOR_X | 2 | 2 | 1.038090084 |
| COOR_X | 2 | 3 | 1.002734745 |
| COOR_X | 2 | 4 | 0.961909916 |
| COOR_Y | 2 | 1 | 0.961909916 |
| COOR_Y | 2 | 2 | 1.002734745 |
| COOR_Y | 2 | 3 | 1.038090084 |
| COOR_Y | 2 | 4 | 0.997265255 |
| COOR_Z | 2 | 1 | 1.040824829 |
| COOR_Z | 2 | 2 | 0.959175171 |
| COOR_Z | 2 | 3 | 0.959175171 |
| COOR_Z | 2 | 4 | 1.040824829 |

Toutes les tolérance sont celles par défaut : $1.0E-3$ .



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 7 Synthèse des résultats

Ce test a pour but principal de vérifier si les positions des sous points d'intégration des modélisations POU_D_EM et POU_D_TGM est bien calculées.

Pour ces modélisations, l'erreur maximale trouvé est de $1.3\mathrm{E}-07\%$ .



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)