Réalisation d'un calcul de prédiction de rupture par clivage

Résumé

Cette documentation est destinée à fournir les informations nécessaires à un utilisateur souhaitant simuler une rupture par clivage en utilisant *code_aster*.

La définition du clivage est initialement rappelée. On présente ensuite tour à tour les modèles présents dans *Code_Aster* pour prédire ce type de rupture et des conseils méthodologiques et de mise en œuvre. Les modèles décrits ici sont tour à tour : Beremin, Bordet, Gp et Le Corre.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des Matières

1 Introduction....3
2 Généralités brèves sur le clivage....3
3 Méthodologie d'un calcul avec le modèle énergétique Gp....6
3.1 Cadre théorique....6
3.2 Maillage nécessaire....6
3.2.1 En 2D....6
3.2.2 En 3D....7
3.3 Identification des paramètres....8
3.4 Prédiction du clivage d'une structure....11
4 Méthodologie de prédiction de clivage avec le modèle probabiliste de Beremin....12
4.1 Cadre théorique....12
4.2 Maillage et modélisation nécessaire....12
4.2.1 Modélisation pragmatique....12
4.2.2 Modélisation avancée pour un calcul fiable des champs en fond de défaut....13
4.3 Identification des paramètres....14
4.4 Prédiction du clivage d'une structure....15
5 Méthodologie de prédiction de clivage avec le modèle probabiliste de Bordet....17
5.1 Cadre théorique....17
5.2 Maillage et modélisation nécessaires....17
5.3 Identification des paramètres....17
5.4 Prédiction du clivage d'une structure....18
6 Méthodologie de prédiction de clivage avec le modèle de Le Corre....19
6.1 Cadre théorique....19
6.2 Maillage et modélisation nécessaires....19
6.3 Identification des paramètres....19
6.4 Prédiction du clivage d'une structure....21
6.5 Précautions et limites de cette approche....22
7 Conclusion....23
8 Bibliographie....24

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Introduction

La mécanique de la rupture élastique, basée sur les critères classiques de taux de restitution d'énergie, d'intégral de contour J et de facteur d'intensité des contraintes K, ne permet pas, dans le cas général, de traiter les problèmes dans lesquels la plasticité joue un rôle important. Dans ce cas, qui reste du domaine de la recherche ouverte dans les grandes largeurs, d'autres approches doivent être mises en place. Dans le cas de chargement monotone proportionnel, les approches à 2 paramètres, comme les approches (J,Q) ou (K,T) ([1]) donnent généralement satisfaction. Malheureusement, le domaine de validité de ces approches est limité aux chargements proportionnels.

C'est pourquoi la mécanique de la rupture élasto-plastique, qui doit permettre d'étendre la validité de la mécanique de la rupture, est développée. Le mécanisme de clivage (avec plasticité confinée) entre particulièrement dans ses attributions.

Cette documentation a pour objectif de fournir une aide méthodologique à l'utilisation des modèles de mécanique de la rupture élasto-plastique dans le cadre de la prédiction du clivage. Elle ne dispense en aucun cas de la lecture des documents de Référence et d'Utilisation de code_aster relatifs aux modèles et commande dont il est question ici.

Le phénomène de clivage est dans un premier temps rapidement expliqué. Les quatre modèles utilisables dans code_aster, deux probabilistes (Beremin et Bordet) et deux déterministes (G_P et Le Corre), sont tour à tour décrits avec des aides à leur utilisation respective. Ces modèles étant de type post-traitement d'un calcul thermo-mécanique, il convient que ce calcul soit le plus fiable possible, et donc que des précautions, rappelées ici, soient prises.

2 Généralités brèves sur le clivage

Ce paragraphe est notamment inspiré de [2], auquel on pourra se référer pour plus de détails micro-structuraux en particulier.

Le clivage est un mode de rupture dont le mécanisme principal est la séparation des plans atomiques, pratiquement sans déformation. Il est le mécanisme principal de rupture fragile dans les métaux, en particulier dans le cas des faibles symétries cristallines comme les cubiques centrés ou les hexagonaux. Ce mode de rupture étant en compétition avec la déformation plastique, il est facilité par une faible température (les mécanismes de déformation sont alors moins activés). Ceci conduit à l'existence d'une transition fragile (à basse température)-ductile (à plus haute température). Parmi les modèles qui sont définis ici, les deux méthodes déterministes sont actuellement testées dans le cas de la zone de transition afin de prédire le risque de clivage. Cette utilisation nécessite toutefois des précautions ; à notre connaissance, aucune méthode ne peut à ce jour être considérée comme fiable pour prédire le risque de clivage dans la zone de transition.

La morphologie des surfaces de rupture par clivage correspond à une propagation transgranulaire. Elle peut être facilement observée par microscopie, comme sur la Figure 2-1. Elle se caractérise fréquemment par la présence de lignes parallèles à la direction de propagation, qu'on appelle rivières.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

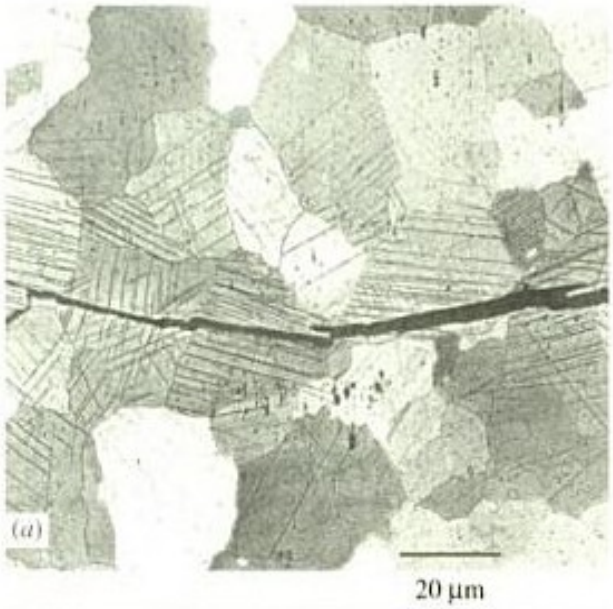


Figure 2-1: Faciès microscopique du clivage

La rupture par clivage, comme les autres modes de rupture par fissuration, distingue en théorie deux mécanismes : l'amorçage et la propagation. L'amorçage correspond au développement d'une micro-fissure à l'intérieur du métal sain ; il est généralement admis que cette étape nécessite une assez faible déformation plastique préalable, qui engendre un empilement de dislocations et une singularité des contraintes, et l'atteinte d'une contrainte limite de rupture, notée dorénavant σ_c. La propagation des fissures de clivage est instable, de vitesse élevée (de l'ordre de 40% de la vitesse du son dans le métal), et doit satisfaire un critère énergétique de type Griffith [3].

Le clivage ne s'accompagnant pas de déformations importantes, il ne nécessite pas une grande énergie, contrairement à la rupture ductile. C'est pourquoi l'essai Charpy, mesurant la résilience (énergie nécessaire à la rupture par choc d'une éprouvette normalisée) permet de distinguer ces deux types de rupture pour un même matériau (voir Figure 2-2). A basse température, l'énergie nécessaire à la rupture est faible : le mode de rupture est le clivage. A haute température, l'énergie nécessaire à la rupture est élevée : la rupture a lieu par déchirure. La température limite entre ces deux phénomènes est appelée température de transition ; il en existe plusieurs définitions, dont celles basées sur un niveau énergétique donné (on parle par exemple de T_{k65}, qui serait égale ici à environ $-20\,°C$).

L'irradiation des métaux induit une augmentation de la limite d'élasticité et rend plus difficile l'empilement de dislocations, et *in fine* favorise le clivage : la température de transition d'un matériau irradié est supérieure à celle du même matériau non irradié. Dans la zone de transition, c'est-à-dire la plage de température proche de cette température de transition, la rupture peut survenir par clivage, par déchirure ou par une déchirure sur une longueur finie suivie de clivage. La prédiction du clivage en zone de transition reste du domaine de recherche : même si des méthodologies sont proposées ici, elles nécessitent encore validation et ne doivent pas être vues comme des méthodes « clé en main ».

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

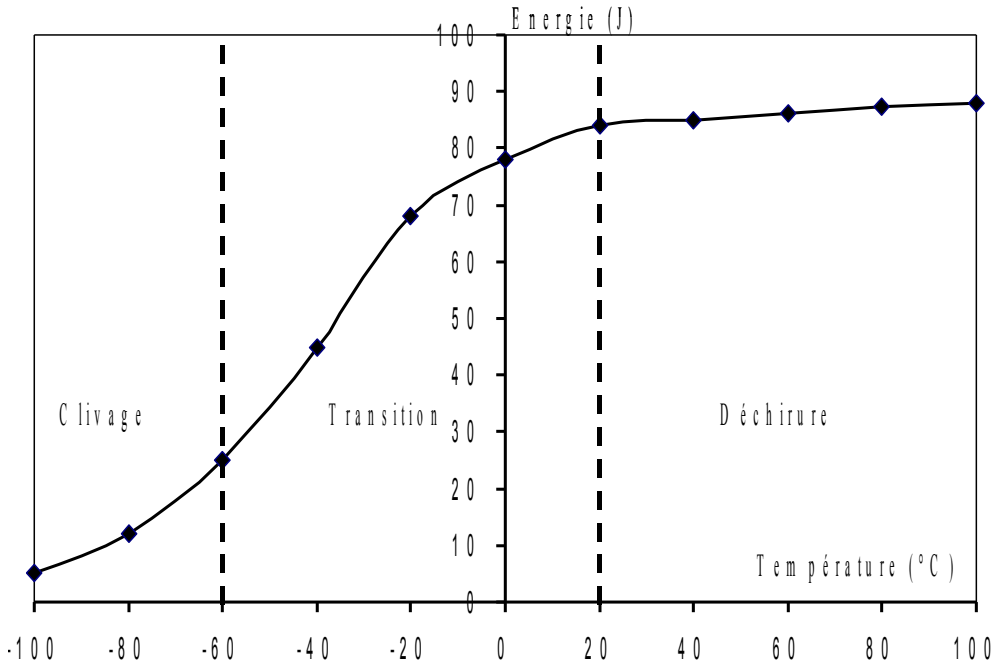


Figure 2-2: Courbe de transition Fragile Ductile par essai Charpy

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Méthodologie d'un calcul avec le modèle énergétique Gp

Le modèle énergétique G_P est développé à EDF R&D. Il est déterministe et permet donc d'écrire un critère simple d'interprétation. Il permet de traiter tous les types de chargement et prend en compte de nombreux effets (petit défaut, triaxialité, pré-chargement à chaud), et des études pour le valider en transition ductile-fragile sont en cours.

3.1 Cadre théorique

Le modèle énergétique G_P est initialement basé sur l'approche variationnelle de la rupture proposée par Francfort et Marigo [4]. Il permet de définir un critère d'amorçage valide dans le domaine du clivage quel que soit le type de chargement. Il se caractérise par la représentation de la fissure par une entaille, le principe de minimisation de l'énergie et postule que l'amorçage peut être décrit par un critère énergétique. Il permet notamment de prendre en compte les effets petit défauts, de triaxialité et les effets de pré-chargements à chaud (qui sont toutefois sous-estimés). Pour plus de détails, on peut se référer à [5] ou [R7.02.16]
.

On précise ici les éléments essentiels à l'utilisation de cette approche dans code_aster, dans le cadre du clivage et de la zone de transition.

3.2 Maillage nécessaire

Dans tous les cas, le maillage doit comporter un défaut (fissure) représenté par une entaille (fissure dont le front n'est pas une pointe mais un demi cercle) de rayon initial R_0. Ce rayon est un paramètre à identifier. Son identification est décrite plus loin. Dans le cas de chargement proportionnel, on peut utiliser un rayon quelconque suffisamment petit.

3.2.1 En 2D

En 2D, l'utilisateur a le choix entre deux types de maillage.

Dans le premier cas, le maillage doit comporter des zones de calcul spécifiques appelées copeaux, chaque copeau étant défini par un groupe de mailles. Un exemple de maillage avec copeaux est présenté en Figure 3-1. La taille des copeaux doit être fournie par l'utilisateur. On conseille d'utiliser une épaisseur de copeaux (taille de maille t_e) au maximum égale au cinquième du rayon d'entaille initial R_0 .

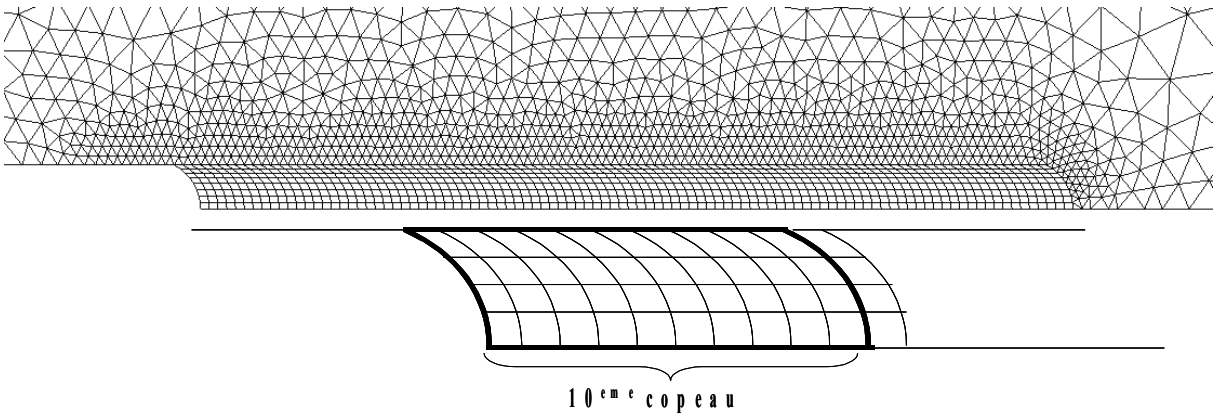


Figure 3-1 - Maillage classique avec définition des copeaux.

L'utilisateur peut toutefois utiliser en 2D un maillage quelconque (avec représentation du défaut par une entaille) suffisamment raffiné dans la zone proche de l'entaille. Les copeaux sont alors définis

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

automatiquement avec des paramètres utilisateurs. Un exemple de maillage raffiné utilisable pour la méthode est présenté en Figure 3-2.

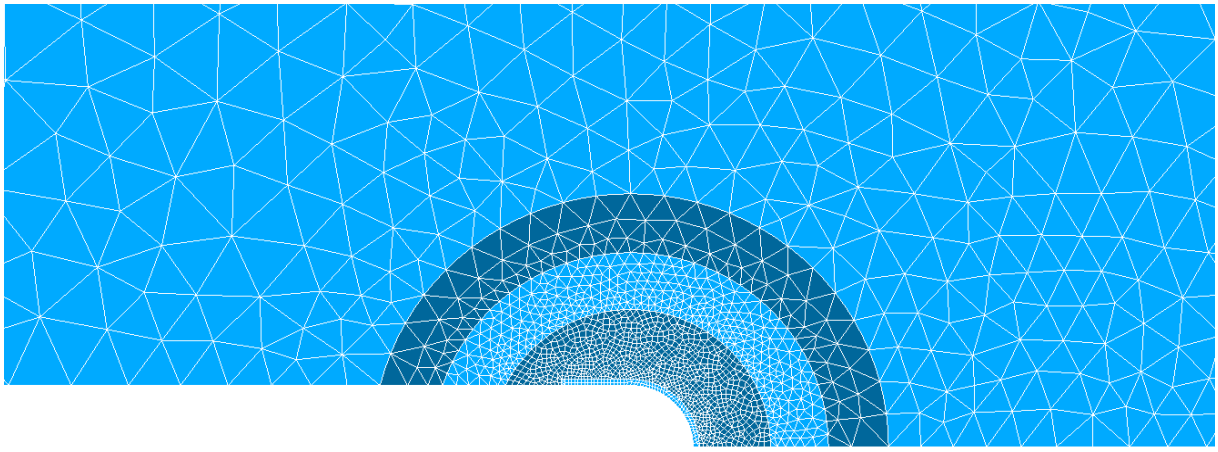


Figure 3-2 - Maillage libre sans définition des copeaux.

Pour finir, un utilisateur n'ayant pas de maillage 2D spécifique dédié peut également utiliser la commande RAFF_GP pour obtenir un maillage suffisamment fin et régulier dans la zone d'intérêt de l'entaille (les copeaux). L'entaille doit tout de même être représentée géométriquement, et le maillage suffisamment régulier dans la zone des copeaux, avec des mailles « propres » (faiblement distordues).

3.2.2 En 3D

L'une des difficultés principales de l'utilisation de cette approche en 3D est due au fait qu'elle nécessite d'avoir réalisé un maillage définissant les zones de calcul dites copeaux et tranche (voir Figure 3-3). Il faut que cette zone soit maillée avec des hexaèdres. On conseille d'utiliser une épaisseur de copeaux (taille de maille t_e) au maximum égale au cinquième du rayon d'entaille initial R_0 :

$$t_e \leqslant \frac{R_0}{5} \quad (1)$$

La notion de tranche correspond à un secteur angulaire dans la direction de propagation de l'entaille (voir Figure 3-4).

Dans le cas d'un front semi-elliptique, il est conseillé de réaliser un maillage contenant au minimum 16 tranches sur le long du fond d'entaille, voire 32 ou 64 s'il est allongé.

Les maillages sont de préférence quadratiques, ce qui permet, à nombre de nœuds donné, un calcul plus précis et de mieux capter les gradients de contrainte.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

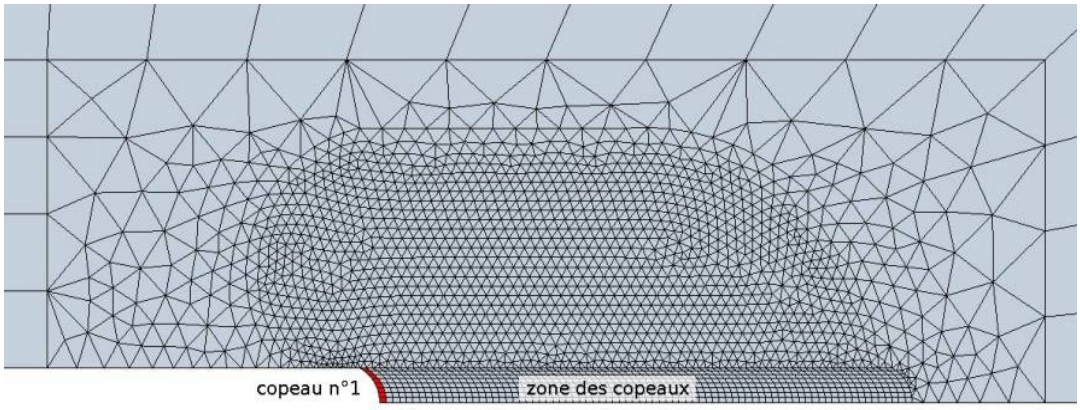


Figure 3-3: Définition des copeaux : ensemble de maille de forme équivalente au front d'entaille.

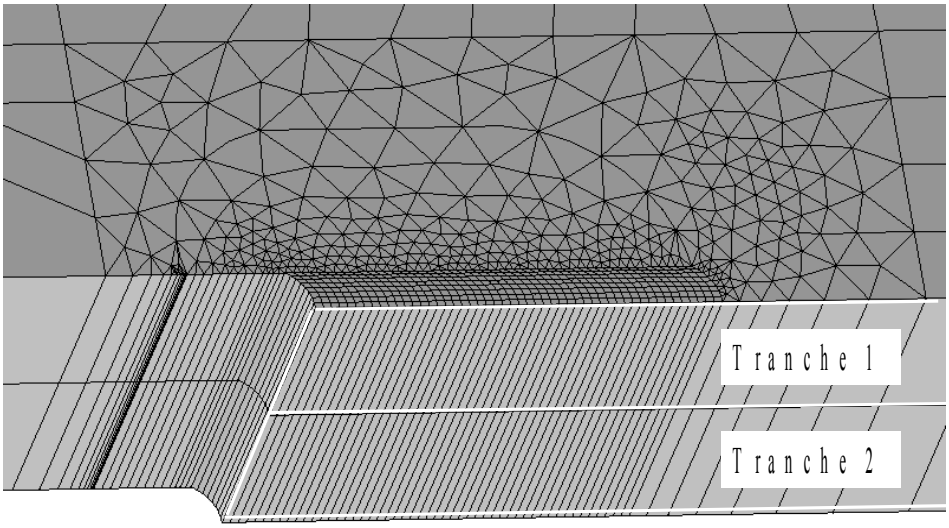


Figure 3-4: Définition de la zone de tranche

Comme pour le cas bi-dimensionnel avec définition des copeaux dans le maillage, les copeaux des différentes tranches doivent être définis par des groupes de maille.
Les groupes de mailles copeaux doivent de plus être rangés dans une liste de groupes de mailles rangés tranche par tranche de la manière suivante (pour p tranches de n copeaux) : tranche_1_copeau_1, tranche_1_copeau_2,..., tranche_1_copeau_n, tranche_2_copeau_1,..., tranche_p_copeau_n.

3.3 Identification des paramètres

Le modèle énergétique est basé sur deux paramètres : le rayon d'entaille initial R_0 et le paramètre critique G_{pc} . Ces deux paramètres sont à identifier à partir d'un essai sur éprouvette CT.

On suppose connu, pour le matériau considéré :

- le module d'Young E ,
- la contrainte critique σ_c ,
- l'énergie de surface G_C .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Le paramètre G_{PC} est déterminé par simulation d'un essai sur éprouvette CT où la fissure est représentée par une entaille de rayon R donné. Ce paramètre correspond à la valeur maximale spatiale (sur l'ensemble des copeaux de l'ensemble des tranches) du paramètre G_P lorsque le chargement est tel que $G=G_C$.

La démarche d'identification est la suivante :

- maillage avec définition des copeaux en 3D, avec ou sans définition des copeaux en 2D
- réalisation du calcul mécanique élasto-plastique ; il est conseillé d'utiliser des éléments sous-intégrés (`D_PLAN_SI`, `3D_SI`...) pour diminuer les effets d'incompressibilité
- premier post-traiement : calcul du taux de restitution d'énergie par l'opérateur `CALC_G`
- post-traitement du G_P *via* la commande `CALC_GP`

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La syntaxe de la commande CALC_GP est la suivante (on prend ici le cas 2D avec maillage comportant les groupes de maille de copeaux) :

```
tab    [table] = CALC_GP(
#Résultat du calcul mécanique à post-traiter et instants de post-traitement
     RESULTAT     =    resumeca,
     LIST_INST    =    instants,
#Table de sortie abrégée demandée
     GPMAX        =    CO('TABGPMAX')
#Définition des zones de calcul (copeaux)
     TRANCHE_2D   =_F(
          ZONE_MAIL   = 'OUI',
          GROUP_MA    = l_group,
          TAILLE      = l_taille,
                 )
```

On obtient en sortie 2 tables : tab et tabgpmax.
En voici le contenu détaillé.
tab contient les valeurs de G_P en tout instant et lieu de calcul :

INSTANT	ZONE	ENER_ELAS	DELTAL	GP	MAX_INST
#Instant		**Copeau**	**Energie élastique**	**Distance au fond**	**Valeur de GP Indicateur**
1.00000E+00	CO_1	0,004428	2E-02	2.21402E-01	0
1.00000E+00	CO_2	0,009678	4E-02	2.41955E-01	1
3.00000E+00	CO_1	0,007208	2E-02	3.60683E-01	0
3.00000E+00	CO_2	0,015359	4E-02	3.83966E-01	1

tabgpmax contient les mêmes informations suivantes, mais uniquement lorsque MAX_INST=1 :

INSTANT	ZONE	ENER_ELAS	DELTAL	GP	MAX_INST
#Instant		**Copeau**	**Energie élastique**	**Distance au fond**	**Valeur de GP Indicateur**
1.00000E+00	CO_2	0,009678	4E-02	2.41955E-01	1
3.00000E+00	CO_2	0,015359	4E-02	3.83966E-01	1

Si $G=G_C$ à l'instant 3, on a alors $G_{PC}(R)=0{,}38396$

Jusqu'ici, le calcul a été effectué pour une valeur de rayon d'entaille R donnée. Or, la valeur obtenue de G_{PC} dépend du rayon d'entaille choisi. Dans l'absolu, il faut donc renouveler l'opération pour différents rayons d'entaille, puis tracer la dépendance $G_{PC}(R)$. On y ajoute alors la droite de pente $\frac{\sigma_c^2}{E}$; les paramètres à choisir (G_{PC}, R_0) correspondent au point d'intersection des deux courbes (voir Figure 3-5).
Cependant, si l'étude ultérieure à mener entre dans le cadre d'un chargement proportionnel monotone, il est possible de choisir arbitrairement le rayon d'entaille d'identification du G_{PC} (le rayon doit toutefois être choisi suffisamment petit), et de réaliser l'étude avec ce même rayon et ce même paramètre G_{PC} ; dans le passé, de nombreuses études sous chargement proportionnel ont été réalisées avec un rayon d'entaille arbitrairement choisi entre 50 et $100\,\mu m$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

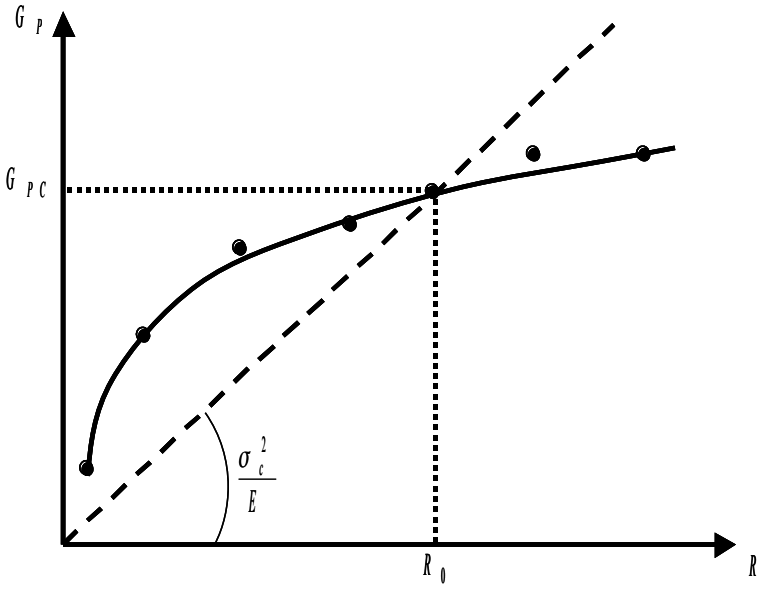


Figure 3-5: Courbe d'identification des paramètres du modèle énergétique

La démarche d'identification présentée ici est valable pour une température donnée. En toute rigueur, il faudrait identifier le couple des paramètres (G_{PC}, R_0) pour plusieurs températures dans la gamme d'intérêt du calcul. Toutefois, même si la température de la pièce évolue au cours du temps, on comprend bien qu'il n'est pas possible de faire évoluer le rayon d'entaille au cours du calcul. C'est pourquoi l'identification globale doit être menée sur une température proche de la température d'intérêt futur (celle à laquelle on souhaite réaliser la prédiction du clivage) ; si d'autres températures sont nécessaires, on conservera le rayon R_0 initialement identifié et on n'identifiera à nouveau que la valeur critique G_{PC}.

3.4 Prédiction du clivage d'une structure

Le modèle énergétique a été validé pour de nombreuses situations dans la zone de clivage, mais nécessite encore des essais de validation dans la zone de transition (voir Figure 2-2 pour la définition des zones de clivage ou de transition).

La première question à se poser est la suivante : vais-je réaliser le calcul mécanique (celui sur lequel je vais appliquer mon critère de clivage) en grandes ou petites déformations ?
Ce choix devra être reporté à la procédure d'identification définie ci-dessus : **le calcul mécanique d'identification sur CT devra être mené avec le même type de déformations et le même rayon que l'étude sur structure.**
La méthodologie à suivre est la suivante :

- identifier les paramètres de l'approche G_{PC} et R_0 sur CT (avec entaille bien sûr).
- réaliser un maillage de la structure de type entaille avec copeaux, comme défini en paragraphe 3.2, avec le rayon d'entaille R_0.
- mener la simulation mécanique de la structure avec le même type de déformation que celui d'identification, avec de préférence une formulation sous-intégrée (`D_PLAN_SI`, `3D_SI`...)
- post-traiter avec l'opérateur `CALC_GP`.

L'amorçage aura lieu lorsque G_P atteint, à l'intérieur de la zone de copeaux (peu importe où), la valeur G_{PC} ; la valeur critique est généralement atteinte à une distance non nulle du front de fissure.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Méthodologie de prédiction de clivage avec le modèle probabiliste de Beremin

Le modèle de Beremin a une reconnaissance internationale élevée. Il permet de prendre en compte de nombreux effets (petit défaut, triaxialité, pré-chargement à chaud) dans des situations de chargement complexes. Son principal « défaut » est d'être probabiliste, et donc plus difficile d'interprétation.

4.1 Cadre théorique

Le modèle de Beremin est basé sur l'existence d'une contrainte mécanique de clivage. Partant de ce point, une estimation de la probabilité qu'un site d'endommagement (micro-défaut) atteigne la contrainte de clivage est établie. En utilisant une hypothèse de maillon faible (si un site casse, la structure entière casse), il est alors possible de déterminer la probabilité de rupture complète de la structure à partir des champs de contraintes et de plasticité en son sein. Pour plus de détails, on peut se référer à [R7.20.04] ou [6].

On précise ici les éléments essentiels à l'utilisation de cette approche dans code_aster, dans le cadre du clivage et de la zone de transition.

4.2 Maillage et modélisation nécessaire

Ce modèle étant basé sur la répartition des contraintes dans un voisinage du défaut, il est théoriquement nécessaire que le calcul mécanique préalable soit le plus fiable possible. En pratique, il existe deux « écoles » d'utilisation du modèle. L'école « historique », plutôt orientée ingénierie, à la fois plus simple et moins coûteuse (voir [7]) mais moins précise, et une méthode plus orientée recherche, plus précise et fiable dans la mesure où les champs mécaniques sont plus précisément calculés, mais au coût beaucoup plus élevé (voir par exemple [8]). Dans les deux cas, les maillages sont de préférence quadratiques, ce qui permet, à nombre de nœuds donné, un calcul plus précis et de mieux capter les gradients de contrainte.

4.2.1 Modélisation pragmatique

Dans cette modélisation le défaut est représenté par une fissure maillée.

- Fixer une taille de maille t_e de l'ordre de 50 à $100\,\mu m$; le paramètre volumique de la loi de Beremin, souvent noté V_0, est pris pour respecter cette taille (donc de $(50\,\mu m)^3$ à $(100\,\mu m)^3$ dans le cas présent).
- réaliser un maillage en conséquence, en forme de grille autour du défaut (voir Figure 4-1) avec des éléments quadrangulaires (2D) ou hexaèdriques (3D) de taille t_e dans la zone proche du fond de défaut ;
- utiliser le formalisme petites déformations ;
- utiliser une formulation quadratique sous-intégrée (`D_PLAN_SI`, `3D_SI`...) pour minimiser les effets liés à l'incompressibilité (blocage volumique en pression notamment) ; il n'est pour l'instant pas possible de réaliser les post-traitements de mécanique de rupture du clivage avec les éléments `INCO`.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

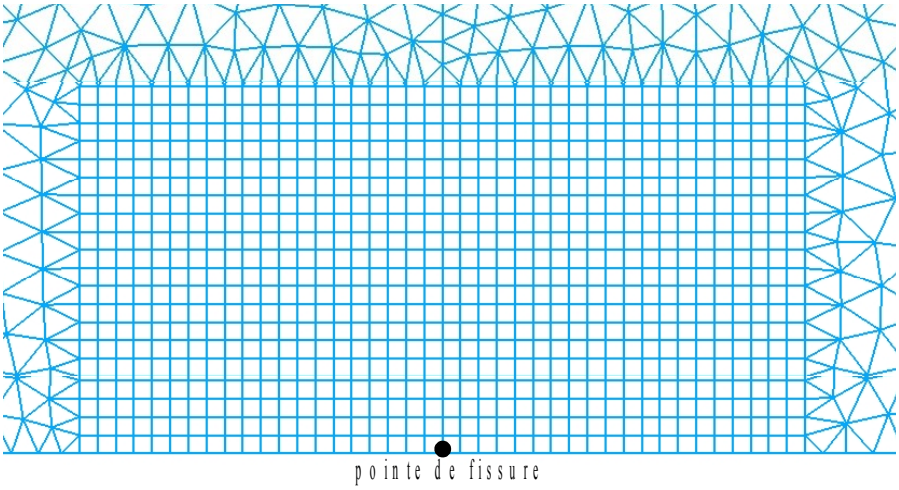


Figure 4-1: Maillage classique 2D pour la méthode Beremin

4.2.2 Modélisation avancée pour un calcul fiable des champs en fond de défaut

Cette procédure est plus difficile à mettre en place. Afin d'obtenir un calcul assez précis des champs mécaniques, le défaut ne doit pas être représenté par une fissure (qui engendre une singularité forte), mais par une entaille de faible rayon (pour ne pas perturber trop la solution par rapport à la fissure). Le rayon R_0 doit respecter la condition dite de McMeeking [9].

Au final, lorsque cela est possible, on propose la démarche suivante pour réaliser un calcul mécanique dans une zone proche d'un défaut :

- identifier le niveau de chargement visé et l'évaluer en terme de facteur d'intensité des contraintes k_I ;
- déterminer le rayon d'entaille correspondant environ à une telle étude par la formule $R_0 = \frac{k_I^2}{10\,E\,\sigma_Y}$, avec E module d'Young et σ_Y la limite élastique ; plus le chargement est faible, plus le rayon doit l'être !
- réaliser un maillage en conséquence, d'une forme semblable à celle présentée en Figure 4-2, avec des éléments de taille $R_0/3$ ou moins dans la zone proche du fond de défaut ;
- utiliser un formalisme grandes déformations (`SIMO_MIEHE` pour un écrouissage isotrope, ou `GDEF_LOG` dans les autres cas) ;
- utiliser des éléments quadratiques sous-intégrés, car les opérateurs de post-traitements de mécanique de rupture (`CALC_G`, `CALC_GP`, `RECA_WEIBULL...`) ne sont pas encore compatibles avec les formulations `INCO` .

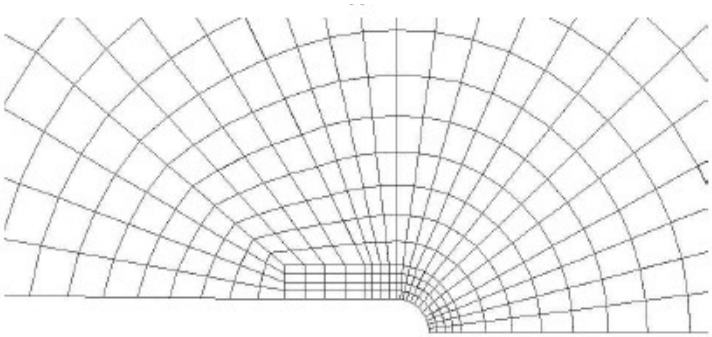


Figure 4-2: Maillage pour un calcul mécanique précis en fond de défaut

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.3 Identification des paramètres

Trois paramètres de matériau entrent dans la définition du modèle de Beremin : V_0, σ_u et m. En pratique, l'exposant m traduit la dispersion des défauts susceptibles d'amorcer la rupture fragile et σ_u peut être assimilée à la contrainte critique de rupture d'un volume élémentaire V_0. Les deux paramètres σ_u et m sont caractéristiques du matériau considéré. Le volume élémentaire V_0 doit être suffisamment grand pour englober une dizaine de grains et suffisamment petit pour que le champ de contrainte soit quasi-homogène. On utilise la même valeur de V_0 dans les calculs D_PLAN_SI, AXIS, 3D_SI, etc car le type de modélisation (c'est-à-dire la manière dont le volume plastifié est calculé) est déjà défini par l'opérande COEF_MULT dans POST_ELEM.
L'identification de ces paramètres n'est pas unique, mais dépend du choix fait pour la modélisation. De la même manière, les paramètres doivent être identifiés sur un calcul présentant les mêmes caractéristiques que le calcul de prédiction. On pense ici notamment à l'option CORR_PLAST, qui permet de prendre en compte la refermeture de certaines microfissures lorsque les déformations sont importantes, et qui doit prendre la même valeur ('OUI' ou 'NON') pour l'identification et la prédiction.

Le modèle étant probabiliste, l'identification des paramètres nécessite en toute rigueur une batterie d'essais expérimentaux très conséquente. Plus le nombre de valeurs de référence est important, plus fiable sera l'identification des paramètres. *Code_Aster* dispose d'un opérateur spécifique dédié à l'identification du modèle connaissant V_0 : RECA_WEIBULL. Un exemple d'utilisation de la commande est disponible *via* le cas test ssna103. Le cas test est réalisé à partir d'un essai de traction sur une éprouvette cylindrique lisse. Le modèle peut toutefois également être identifié sur éprouvette CT ou axisymétrique entaillée. Le calcul mécanique doit être réalisé pour que les instants de rupture expérimentaux soient effectivement calculés et archivés dans le concept résultat.

Voici ici la commande du cas test commentée:

```
T1=RECA_WEIBULL(
                  #DEFINITION DES PARAMETRES A RECALER; ICI, σu, m
                  LIST_PARA=('SIGM_REFE','M',),
                  #RESULTATS UTILISES POUR L'IDENTIFICATION
                  #ICI, ON IDENTIFIE A 3 TEMPERATURES, CHAQUE RESULTAT ETANT
                  #OBTENU A LA TEMPERATURE EN QUESTION
                  RESU=(
                       _F(   EVOL_NOLI = U1,
                             CHAM_MATER = CM50,
                                  TEMPE = -50.,
                        #LA RUPTURE EXPERIMENTALE A LIEU POUR
                        #LES CHARGEMENTS AUX INSTANTS DEFINIS ICI
                         LIST_INST_RUPT = ( 10., 20., 30.,
                               40., 50., 60., 70., 80., 90., 100.,
                               110.,  120.,  130., 140.,  150.,),
                             MODELE = MO,
                             TOUT = 'OUI',
                        #LE COEF_MULT PREND EN COMPTE LES SYMETRIES ET
                        #L'EPAISSEUR DE L'ECHANTILLON
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

```
                                COEF_MULT = 12.5664),
                               ….................),
                                #TYPE DE METHODE DE CALCUL
                                     METHODE='MAXI_VRAI',
                                #DEFINITION DU MODELE UTILISE,
                               #ICI SANS CORRECTION PLASTIQUE
                                     CORR_PLAST='NON',
                               #TYPE DE CONTRAINTE UTILISEE
                               #ON CONSEILLE DE TOUJOURS UTILISER SIGM_ELMOY
                                        OPTION='SIGM_ELMOY',
                                     ITER_GLOB_MAXI=25,
                                     INCO_GLOB_RELA=1.E-3
                          )
```

4.4 Prédiction du clivage d'une structure

Une fois les paramètres identifiés, le calcul est mené avec les mêmes recommandations que pour l'identification et avec le même type de modélisation (pragmatique ou avancée).

On utilise alors l'opérande POST_ELEM pour calculer, aux instants et lieux désirés, la contrainte de Weibull et la probabilité de rupture.

```
WEIB=POST_ELEM(
                    # DEFINITION DU TYPE DE CALCUL DE LA PROBABILITE DE WEIBULL
                   WEIBULL=_F(CORR_PLAST='NON',
                              TOUT='OUI',
                              COEF_MULT=2.0,
                              OPTION='SIGM_ELGA',),
                    #DEFINITION DU RESULTAT, CHARGEMENT ET DES INSTANTS A
                    # CONSIDERER
                   CHARGE=CHARG,
                   RESULTAT=U,
                   TOUT_ORDRE='OUI',);
```

On obtient une table comme suit.

```
#-------------------------------------------------------------------------------
#
#ASTER 10.05.00 CONCEPT WEIB CALCULE LE 01/07/2011 A 16:34:49 DE TYPE
#TABLE_SDASTER
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

NUME_ORDRE	INST	LIEU	ENTITE	SIGMA_WEIBULL	PROBA_WEIBULL	SIGMA_WEIBULL**M
0	0.E+00	M	TOUT	0	0	0
1	1.E+00	M	TOUT	2,18E+003	1,48%	1,36E+080
2	2.E+00	M	TOUT	2,18E+003	1,48%	1,36E+080
3	3.E+00	M	TOUT	2,18E+003	1,48%	1,36E+080
4	4.E+00	M	TOUT	2,90E+003	99,00%	1,30E+083

Tableau 4.1: Table de sortie d'un post traitement de Beremin

Il est possible, pour un niveau de chargement donné, de connaître la probabilité de rupture par clivage de la structure.

On notera que dans les procédures de détermination des risques de clivage, on recherche généralement les chargements aboutissant à des probabilités de rupture de 5%, 50% et 95%.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Méthodologie de prédiction de clivage avec le modèle probabiliste de Bordet

Le modèle de Bordet est relativement récent (2005). Il a été introduit en 2010 dans *Code_Aster*, ainsi ce modèle ne dispose pas d'un retour d'expérience très important pour le moment à EDF R&D. Il a bénéficié de la notoriété du modèle de Beremin pour pénétrer assez bien le monde scientifique, mais reste confiné dans le monde industriel. Il est présenté comme meilleur dans les cas de chargement avec de fortes déformations plastiques.

5.1 Cadre théorique

Le modèle de Bordet est une modification du modèle de Beremin, basée sur les mêmes fondements microstructuraux et la même hypothèse de maillon faible. La différence vient de la prise en compte de la plasticité. Dans le modèle de Beremin, on suppose la création de microfissures au moment de l'atteinte du seuil de plasticité, et ces microfissures restent potentiellement actives tout au long du chargement qui s'en suit. Toutefois, dans les aciers, la rupture globale est principalement liées à des microfissures nouvellement créées. Il convient donc de prendre en compte le niveau de déformation plastique atteint à chaque instant. Dans le modèle de Bordet, ceci est pris en compte en considérant que la probabilité de rupture par clivage est le produit de la probabilité de nucléation et de propagation au même instant. Pour plus de détails, on pourra se référer à [R7.02.06] et [10].

5.2 Maillage et modélisation nécessaires

Ce modèle étant une modification du modèle de Beremin, les mêmes préconisations peuvent être faites. On se reportera donc au Paragraphe 4.2 .

5.3 Identification des paramètres

Le modèle de Bordet a pour principal défaut son nombre important de paramètres matériau à identifier : 7 dans sa version complète, et 6 dans sa version simplifiée (accessible par PROBA_NUCL = 'NON').

Les trois premiers paramètres, V_0, σ_u et m ont la même signification que dans le modèle de Beremin ; cependant, l'auteur précise que leur valeur respective n'est pas forcément celle du modèle de Beremin classique ...

A ceux-ci s'ajoute une contrainte seuil de clivage σ_{th} , qui peut être prise égale à la contrainte critique de rupture σ_c utile à l'identification du modèle énergétique, et la limite élastique σ_{ys} du matériau à une température de référence et comme une fonction de la température et de la vitesse de déformation plastique.

Le dernier paramètre, utile que dans le cas du modèle complet, est la déformation plastique de référence de clivage, $\varepsilon_{p,0}$, pour laquelle une microfissure de clivage, nuclée par déformation plastique, est désactivée si elle n'a pas immédiatement engendré la rupture. En pratique, les auteurs du modèle eux-mêmes s'affranchissent de ce paramètre... Nous conseillons donc, à moins d'en obtenir une valeur, d'utiliser la version du modèle qui ne nécessite pas ce paramètre.

Au final, une possibilité est d'utiliser la version sans probabilité de nucléation (PROBA_NUCL = 'NON'), d'utiliser les paramètres V_0, σ_u et m de Beremin (procédure décrite en Paragraphe 4.3), la contrainte de rupture et les limites élastiques identifiées sur essai de traction simple à différentes vitesses de chargement.

L'autre possibilité, plus délicate, est de simuler à la fois des essais sur CT et sur éprouvette Charpy et d'identifier l'ensemble des paramètres à partir des données expérimentales.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Dans les deux cas, on pourra utiliser une modélisation pragmatique ou avancée (voir Paragraphe 4.2), qui conduisent à des valeurs différentes.

5.4 Prédiction du clivage d'une structure

Comme pour le modèle de Beremin, la prédiction du clivage doit être faite en suivant la même démarche que l'identification (pragmatique ou avancée).

On utilise alors l'opérande POST_BORDET pour calculer, aux instants et lieux désirés, la contrainte de Weibull et la probabilité de rupture. On peut se référer de nouveau au cas test ssna108a pour un exemple. La commande POST_BORDET employée est commentée ci-dessous.

```
BORDET=POST_BORDET(
            #DEFINITION DU RESULTAT, DU LIEU (ici toute la structure), INSTANT AVEC
            #UNE PRECISION ABSOLUE DE 0.0001
            RESULTAT=U,
            TOUT='OUI',
            INST=9.9999,
            CRITERE='ABSOLU',
            PRECISION=0.0001,
            #UTILISATION DU MODELE SIMPLIFIE
            PROBA_NUCL='NON',
            #PARAMETRES MATERIAUX
            PARAM=_F(M=8.,
                     SIG_CRIT=600,
                     SEUIL_REFE=555.,
                     VOLU_REFE=1.E-3,
                     SIGM_REFE=SIGU,
                     SEUIL_CALC=SIGY,
                     ),
             # TEMPERATURE CONSIDEREE UNIFORME DANS LA PIECE
            TEMP=20,
             )
```

On obtient la table résultat suivante :

```
#
#------------------------------------------------------------------------
------
#
#ASTER 10.05.00 CONCEPT BORDET CALCULE LE 04/07/2011 A 11:41:55 DE TYPE
#TABLE_SDASTER
 INST             SIG_BORDET                PROBA_BORDET
#INSTANT          CONTRAINTE DE BORDET       PROBABILITE DE CLIVAGE
  1.00000E+00     0.00000E+00               0.00000E+00
  2.00000E+00     0.00000E+00               0.00000E+00
  3.00000E+00     0.00000E+00               0.00000E+00
  4.00000E+00     7.21802E+02               3.21879E-05
  5.00000E+00     1.03164E+03               5.60360E-04
  6.00000E+00     1.30243E+03               3.61088E-03
  7.00000E+00     1.54241E+03               1.38970E-02
  8.00000E+00     1.73051E+03               3.45253E-02
  9.00000E+00     1.88667E+03               6.77310E-02
  1.00000E+01     2.02247E+03               1.15112E-01
 -                0.00000E+00               0.00000E+00
```

Il est alors possible de tracer la probabilité de rupture du modèle de Bordet en fonction du chargement. Comme pour le modèle de Beremin, les probabilités de 5%, 50% et 95% sont généralement considérées.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Méthodologie de prédiction de clivage avec le modèle de Le Corre

Le modèle de Le Corre est un modèle développé par le Commissariat à l'Energie Atomique (CEA) dans le but principal de caractériser qualitativement l'amorçage (ou la propagation) d'un défaut : clivage ou ductile. Il est actuellement en cours de validation par le CEA, est toujours sujet à modifications/enrichissements et s'utilise principalement en zone de transition ductile-fragile. Il ne fait pour l'instant pas l'objet d'une commande dédiée dans *Code_Aster*, mais peut toutefois être utilisé par des moyens « détournés » explicités ici. Ces moyens détournés seront rendus très prochainement plus simples par des évolutions de code programmées.

6.1 Cadre théorique

Le modèle de Le Corre s'appuie sur des arguments proches de ceux de Beremin et entre dans le cadre des approches dites « locales ». Il se base sur la répartition des contraintes autour du défaut pour déterminer si l'amorçage sera stable ou instable (clivage). Il n'a en revanche pas vocation à déterminer l'instant d'amorçage, mais bien son type. Pour définir le moment d'amorçage, il est généralement couplé à une méthode classique basée sur l'intégrale J en particulier.
Pour plus de détails, on pourra se référer à [11].

6.2 Maillage et modélisation nécessaires

Ce modèle étant basé sur la répartition des contraintes dans une zone proche du fond de défaut (entaille ou fissure), il faut apporter un soin particulier au calcul mécanique. De plus, le critère déterminant le moment de l'amorçage étant basé sur le taux de restitution d'énergie, il convient de respecter les conseils au bon déroulement d'un calcul de ce type, donnés dans [U2.05.01]
Le CEA utilise des maillages quadratiques de type fissure libres, avec des tailles de maille autour du défaut de 50 à $100\mu m$. Afin d'augmenter la qualité du résultat, notamment pour le calcul des paramètres de mécanique de la rupture par la méthode θ, on conseille toutefois d'utiliser soit un maillage tel que défini en Paragraphe 4.2.2, soit un maillage de type fissure raffiné en fond de défaut, et de préférence rayonnant pour un meilleur calcul du taux de restitution d'énergie G.

6.3 Identification des paramètres

Le modèle de Le Corre se base sur deux paramètres matériau : une contrainte limite notée ici σ_{LC} et un volume limite noté ici V_{th}. Le premier paramètre s'identifie à partir des données expérimentales de rupture d'une éprouvette Axi-symétrique Entaillée alors que le deuxième s'identifie sur la simulation d'une éprouvette CT.
Par hypothèse, la contrainte limite σ_{LC} est supposée indépendante de la température. Afin de la déterminer, il convient de disposer d'essais de traction sur éprouvette AE à une température suffisamment basse pour qu'elle rompe en clivage (en pratique, la température est généralement de l'ordre de $-150°C$).
On définit la contrainte moyenne à rupture comme suit :

$$\sigma_{moy}=\frac{4F}{\pi D_0^2\left(1-\frac{\Delta D}{D_0}\right)}$$

Avec les notations de la Figure 6-1.
On détermine alors la plus petite contrainte moyenne au moment de la rupture des différents essais, et on définit :

$$\sigma_{LC}=1.2\,Min\left(\sigma_{moy}\right)$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

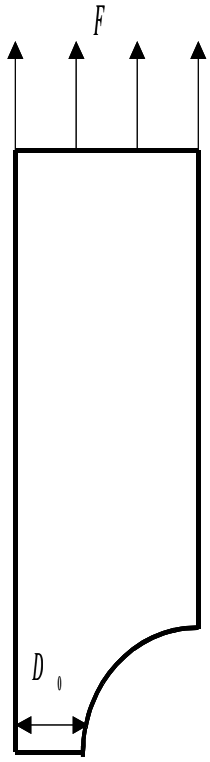


Figure 6-1: Eprouvette de traction pour identification du modèle de Le Corre

L'identification du second paramètre, V_{th}, nécessite la connaissance de résultats d'essais de traction sur éprouvette CT à basse température (il faut que la rupture ait lieu pour une propagation très faible de la fissure), c'est-à-dire *a minima* la valeur du taux de restitution d'énergie à rupture.

Deux simulations numériques 2D de l'essai sont effectuées. Une première en petites déformations (pour le calcul du taux de restitution d'énergie), et une seconde en grandes déformations (pour le calcul du V_{th}). On trace alors la courbe J/ouverture de défaut pour la simulation en petites déformations. On se place à la valeur de J à la rupture et on détermine l'ouverture du défaut ouv_{rup} à ce niveau de chargement.

Sur la simulation en grandes déformations, on cherche le niveau de chargement tel que l'ouverture soit égale à ouv_{rup}. Pour ce niveau de chargement, on détermine le volume de matière sur lequel la contrainte dépasse la valeur σ_{LC}. Cette étape peut être réalisée par l'intermédiaire de la commande POST_ELEM de la manière suivante :

```
VOLUM=POST_ELEM(
                  #DEFINITION DU MODELE ET DU RESULTAT
                  MODELE=MOD,
                  RESULTAT=EVOL,
                  #DEFINITION DE L'INSTANT CONSIDERE
                  INST= 1,
                  #C'EST LE MOT CLE VOLUMOGRAMME QU'IL FAUT EMPLOYER
                  VOLUMOGRAMME=(
                           #ON POST-TRAITE SUR LA STRUCTURE ENTIERE
                           _F(TOUT='OUI',
                             #ON REGARDE LA CONTRAINTE PRINCIPALE MAX
                             NOM_CHAM='SIEQ_ELGA',
                             NOM_CMP ='PRIN_3',
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

```
                                #ON CONSEILLE DE PRENDRE BEAUCOUP D'INTERVALLES
                                 NB_INTERV=50,),
                                       ),)
```

On obtient en sortie une table contenant beaucoup d'informations sur le lieu et le moment du post traitement ; on se concentre ici sur les colonnes qui nous intéressent :

RESULTAT	NOM_CHAM	...	NOM_CMP	...	BORNE_INF	BORNE_SUP	DISTRIBUTION
					LIMITE INF DE L'INTERVALLE	**LIMITE SUP DE L'INTERVALLE**	**VOLUME RELATIF DE L'INTERVALLE**
EVOL	SIEQ_ELGA	...	PRIN_3	...	-1.51895E+02	-1.50910E+02	2.98596E-10
EVOL	SIEQ_ELGA	...	PRIN_3	...	-1.50910E+02	-1.49925E+02	0.00000E+00
EVOL	SIEQ_ELGA	...	PRIN_3	...	-1.49925E+02	-1.48940E+02	0.00000E+00
...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...
EVOL	SIEQ_ELGA	...	PRIN_3	...	8.30432E+02	8.31417E+02	4.21426E-09
EVOL	SIEQ_ELGA	...	PRIN_3	...	8.31417E+02	8.32402E+02	1.41899E-09
EVOL	SIEQ_ELGA	...	PRIN_3	...	8.32402E+02	8.33388E+02	3.88076E-09

Tableau 6.1: Table de sortie pour le modèle de Le Corre

On somme ensuite la distribution pour les valeurs de contraintes supérieures à σ_{LC} . Par exemple ici si $\sigma_{LC}=830\text{MPa}$, on somme les trois dernières distribution, soit $9.51401\text{E}-09$. On multiplie ce chiffre par le volume total de la pièce, et on obtient le paramètre V_{th} .

L'identification des paramètres se résume ainsi :

- sur des essais de traction sur AE à basse température, déterminer la contrainte moyenne à rupture σ_{moy} ;
- en déduire le paramètre $\sigma_{LC}=1.2\,Min\left(\sigma_{moy}\right)$;
- réaliser une simulation, en 2D petites déformations, de traction sur éprouvette CT dont on connaît le J à rupture ;
- déterminer l'ouverture de défaut lorsque le J à rupture est atteint (J calculé par CALC_G) ;
- réaliser une simulation, en 2D grandes déformations, du même essai sur CT ;
- déterminer le niveau de chargement pour lequel l'ouverture du défaut égale l'ouverture à rupture obtenu en petites déformations ;
- à ce niveau de chargement, utiliser la commande POST_ELEM pour connaître le volume de matière sur lequel la contrainte principale maximale dépasse la contrainte σ_{LC} : ce volume est égal à V_{th} (attention aux symétries : un facteur multiplicatif doit être ajouté pour rendre compte des symétries).

6.4 Prédiction du clivage d'une structure

Comme pour les autres modèles, il faut utiliser le même type de simulation que celle réalisée pour l'identification des paramètres (fissure ou entaille fine).
On réalise alors deux calculs thermo-mécaniques de la structure : un en petites déformations, l'autre en grandes déformations.
Le calcul en petites déformations permet de connaître le chargement d'amorçage, qui est tel que l'intégrale J atteigne le J à rupture (en général, le CEA utilise le paramètre $J_{0.2}$, correspondant à la valeur de J pour un amorçage de 0.2mm sur CT). A ce niveau de chargement, on détermine l'ouverture du défaut.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Le calcul en grandes déformations permet de connaître la nature de l'amorçage ; on se place à un niveau de chargement tel que l'ouverture en grandes déformations soit égale à l'ouverture en petites déformations lorsque le J à rupture est atteint. A ce niveau de chargement, on détermine le volume de matière V_{LC} sur lequel la contrainte principale maximale dépasse σ_{LC} :

$$V_{LC}=\frac{\sum_i \left(V_i \vee \sigma_i \geqslant \sigma_{LC}\right)}{V_{total}}$$

Toutefois, le paramètre V_{th} a été identifié sur des essais 2D. De plus, on se doute que si le front de fissure a une longueur infinie, le volume V_{LC} de dépassement tendra également vers l'infini. C'est pourquoi le volume V_{LC} doit être divisé par la longueur du front de fissure L_{front}. Si $\frac{V_{LC}}{L_{front}}<V_{th}$, alors le clivage ne peut avoir lieu, et l'amorçage sera ductile ; si au contraire $\frac{V_{LC}}{L_{front}}>V_{th}$, alors le risque de clivage est non nul et augmente avec V_{LC}. Il existe une expression de la probabilité de clivage en fonction de V_{LC}, mais celle-ci n'a pas suffisamment été validée jusqu'à présent pour que nous en fassions mention ici. Elle est toutefois décrite dans [11].

6.5 Précautions et limites de cette approche

De notre point de vue, cette approche présente quelques limites et précautions qui sont rapidement évoquées ici.

Tout d'abord, le chargement limite d'amorçage est défini par l'intégrale J ; celle-ci n'étant calculable rigoureusement qu'en élasticité (linéaire ou non), le chargement d'amorçage ne peut théoriquement pas être déterminé lorsqu'on sort de l'élasticité. Toutefois, dans le cas de chargement proportionnel monotone, le calcul élasto-plastique peut être considéré comme élastique non linéaire, et le calcul de J est valable. Quoi qu'il en soit, la méthode ne permet pas de prédire le moment d'amorçage pour un chargement quelconque.

De plus, il convient, pour utiliser le modèle complètement, de réaliser un calcul en petites déformations et un calcul en grandes déformations, et d'établir un lien à partir des ouvertures de défaut dans les deux cas. Ce type d'analogie, bien que courante, n'est pas entièrement satisfaisante.

Ces deux premières remarques pourraient être contournées en utilisant un autre critère de détermination du chargement d'amorçage calculable en grandes déformations et valable pour un chargement quelconque. Malheureusement, ce n'est pour l'instant pas possible.

Au niveau du type d'amorçage lui-même, le critère se base sur un volume de dépassement d'une valeur critique de contrainte dans la zone proche du défaut. Or, dans les zones proches du défaut, et encore plus lorsque celui-ci est modélisé par une fissure, le calcul des contraintes est difficile du fait des singularités engendrées et des problèmes d'incompressibilité. Il convient donc de visualiser les contraintes (notamment hydrostatiques, pas équivalentes) au fond de défaut et de s'assurer que leur répartition est physique. Une pratique courante est de réaliser la moyenne des contraintes par élément et de s'en servir pour le calcul du volume ; on rappellera que la moyenne de deux résultats faux n'est pas nécessairement juste.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Conclusion

Dans code_aster, la prédiction du clivage peut être réalisée avec quatre modèles ; trois d'entre eux (Beremin, Bordet, Le Corre) sont basés sur un critère en contrainte (approche dite locale), le dernier (G_P) étant basé sur l'énergie élastique (approche dite énergétique). Leurs domaines de validité respectifs permettent de balayer les situations de chargement complexes, notamment les cas de chargement non proportionnels. Les calculs en zone de transition ductile/fragile posent plus de difficulté, et méritent encore d'assez large validation.

Le conseil principal est de veiller à ce que le calcul thermo-mécanique se déroule le mieux possible. Si les champs mécaniques sont calculés de façon trop approchée, la qualité des prédictions s'en verra affectée.

Le second conseil est de confronter les prédictions de plusieurs des approches, et, comme pour toutes les simulations numériques, de porter un regard critique sur les résultats obtenus.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Bibliographie

[1] O'Dowd NP, Shih CF (1991) *Family of crack-tip fields characterized by a triaxiality parameter--I. Structure of fields*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 39 (8):989-1015.

[2] *La Rupture des matériaux*, Clément Lemaignan, Editions EDP Sciences, ISBN 2-86883-642-9, 2003.

[3] Griffith AA (1921). *The phenomena of rupture and flow in solids*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 221:163-198.

[4] Francfort GA, Marigo JJ (1998) *Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 46 (8):1319-1342.

[5] Wadier Y., Le Hoai Nam, Bargellini Renaud, *An energy approach to predict cleavage fracture under non proportional loading* , Engineering Fracture Mechanics 97 (2013) 30–51.

[6] Beremin F (1981). *A local criterion for cleavage fracture of a nuclear pressure vessel steel*, Metall. Trans. 14A, pp 2277-2287.

[7] Lefevre W, Barbier G, Masson R, Rousselier G (2002). *A modified Beremin model to simulate the warm pre-stress effect*, Nuclear Engineering and Design, 216 (1-3), pp 27-42.

[8] Tanguy B, Bouchet C, Bordet S, Besson J, A Pineau A (2006), *Towards a better understanding of the cleavage in RPV steels: Local mechanical conditions and evaluation of a nucleation enriched Weibull model and of the Beremin model over a large temperature range*, in: 9th European Mechanics of Materials Conference, Moret-sur-Loing, France.

[9] McMeeking R M (1977). *Finite deformation analysis of crack tip opening in elastic plastic materials and implications for fracture*, J. Mech. Phys. Solids, 25, pp. 357-381.

[10] Bordet S R, Karstensen A R, Knowles D M, Wiesner C S (2005). *A new statistical local criterion for cleavage fracture in steel*. Part I: model presentation, Eng. Frac. Mech., Vol. 72, pp.435-452, 2005.

[11] Le Corre V., *Étude de la compétition déchirure ductile / rupture fragile : application à la tenue mécanique des tubes en acier C-Mn et de leurs joints soudés*, thése de Doctorat de l'Université de Lille 1, 2006.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)