Guide méthodologique sur les approches en mécanique de la rupture

Résumé :

Cette note constitue un guide méthodologique pour l'utilisation de la mécanique de la rupture avec *Code_Aster*. Elle apporte une vue globale sur les approches en mécanique de la rupture existantes ou en projet dans *Code_Aster* et constitue un aiguillage vers les notes et documentations dédiées.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des Matières

1 Glossaire....4
2 Introduction....6
3 Bref aperçu sur la mécanique de la rupture....6
3.1 Amorçage/Propagation....6
3.2 Rupture fragile (clivage) / Rupture ductile (déchirure)....6
4 Résumé ou mini guide d'utilisation des approches....9
5 Panorama des approches en mécanique de la rupture....11
5.1 Approche classique....11
5.2 Approche à 2 paramètres....12
5.3 Approche énergétique....13
5.4 Approche locale de la rupture....13
5.5 Approche alternative - CZM....14
6 Démarche pour une étude en mécanique de la rupture....15
6.1 Maillage....15
6.1.1 Fissure ou entaille....15
6.1.2 XFEM....16
6.2 Évaluer le risque d'amorçage : La fissure va t-elle se propager?....16
6.2.1 En thermoélasticité....16
6.2.2 En élastoplasticité - rupture fragile....17
6.2.3 En élastoplasticité - rupture ductile....20
6.2.4 En élastoplasticité - zone de transition fragile/ductile....22
6.3 Évaluer la taille de la fissure : Si la fissure se propage, de combien ? dans quelle direction ? Va t-elle s'arrêter ?....23
6.3.1 Clivage....23
6.3.2 Déchirure....23
7 Fiches ID des approches....24
7.1 Fiche ID de G/K....24
7.2 Fiche ID de GENL....25
7.3 Fiche ID de GP....26
7.4 Fiche ID de Beremin....27
7.5 Fiche ID de Bordet....28
7.6 Fiche ID de Le-Corre....29
7.7 Fiche ID de l'approche en contrainte critique....30
7.8 Fiche ID des CZM....31
7.9 Fiche ID de Rousselier....32
7.10 Fiche ID de Rice et Tracey....33
7.11 Fiche ID de K-T/J-Q....34
8 Conclusions....35

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Références....35
9.1 Livres....35
9.2 Articles et thèses....35
9.3 Notes....36
9.4 Comptes rendus....37
9.5 Documentations Code_Aster....38

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Glossaire

Sigles

- **SENT** : Single Edge Notched Tension : éprouvette de traction avec une entaille latérale
- **SENB** : Single Edge Notched Bending : éprouvette de flexion 3 points avec une entaille latérale
- **CT** : éprouvette Compact Tension pour la mesure de la ténacité et de la résistance à la déchirure ductile
- **AE** : éprouvette axisymétrique entaillée
- **LCF :** cycle d'un préchargement à chaud type Loading Cooling Fracture
- **LUCF :** cycle d'un préchargement à chaud type Loading Unloading Cooling Fracture

Définitions

- Amorçage/Propagation d'une fissure :
  Selon la référence ou la discipline, il peut y avoir litige sur ces définitions. Par exemple, en fatigue, le mot amorçage est plus communément employé pour désigner l'apparition de la fissure dans un matériau sain. Alors qu'en mécanique de la rupture, on évalue l'amorçage d'une fissure existante. En fatigue, on sous-entend la propagation sous chargement cyclique. Alors qu'en mécanique de la rupture, on emploie le mot propagation pour désigner une déchirure sous chargement monotone. Afin d'enlever toute ambiguïté, on emploie dans ce document le mot **amorçage** pour désigner l'aspect stabilité d'une fissure existante ; va-t-elle se propager ou non ? On emploie également le mot **propagation** pour désigner l'évolution du front de fissure sous chargement monotone:
  - si évolution rapide - propagation instable : clivage
  - si évolution progressive - propagation stable : déchirure ductile

- K_I **,** K_{II} **et** K_{III} **, les facteurs d'intensité de contrainte** des modes I, II et III, respectivement, valables en mécanique thermo-élastique linéaire, fournissant les caractéristiques des champs de contraintes aux abords du fond de fissure
- G **, taux de restitution d'énergie** , dû à Griffith, valable en élasticité linéaire ou non linéaire. Un lien (formules d'Irwin) existe entre les facteurs K_I , K_{II} , K_{III} et G en élasticité linéaire.
  Par exemple, en déformation plane : $G=\frac{1-\nu^2}{E}\left(K_I^2+K_{II}^2\right)+\frac{1+\nu}{E}K_{III}^2$
- G_{ENL} , taux de restitution d'énergie en post traitement d'un calcul thermoélastique non linéaire
- J **, intégrale de contour**, due à Rice, équivalente à G en élasticité linéaire plane, caractérise le taux de restitution d'énergie d'une structure contenant une fissure lors de l'avancée de celle-ci. Cette intégrale est indépendante du contour quand le matériau est élastique
- La **ténacité** d'un matériau est son aptitude à résister à la propagation d'une fissure, elle est définie par le facteur d'intensité de contrainte K_{IC} ou lorsque la plasticité est confinée en pointe de fissure par l'intégrale de Rice-Cherepanov (J_{IC}). G_{IC} est le taux de restitution de l'énergie critique. K_{IC} et G_{IC} caractérisent les critères de résistance du matériau à la propagation de fissures
- En élasticité plane, il existe une équivalence entre les critères de propagation:
- $G<G_{IC}\,;K<K_{IC}\,;J<J_{IC}$ **La fissure est stable**
- $G\geq G\,;K\geq K_{IC}\,;J\geq J_{IC}$ **La fissure est instable**
- K_{IC} ou J_{IC} sont obtenus sur des éprouvettes normalisées.
- **Rupture fragile** : J_{IC} est la ténacité à l'amorçage
- **Déchirure ductile** : L'énergie d'amorçage et de propagation d'une fissure de fatigue en conditions quasi statiques sont nécessaires pour connaître la résistance à la déchirure des aciers.

  - $J_{0,2}$: énergie d'amorçage pour une valeur de $\Delta a=0,2\,mm$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- $\frac{dJ}{da}$: résistance à la propagation

- La **résilience** correspond à des conditions de rupture en conditions dynamiques (essais de flexion par choc). Il existe peu de données de résistance à la déchirure des matériaux en centrale alors qu'il existe une base de données très importante sur les valeurs de résilience. Pour certains matériaux, des corrélations ont été mises en place entre la résilience et la résistance à la déchirure

- **Essai Charpy** : essai mesurant la résilience, l'énergie nécessaire à la rupture par choc d'une éprouvette entaillée normalisée (KCV ou KCU selon la forme de l'entaille)

- **Master Curve** : Courbe maîtresse de la ténacité (proposée par Wallin), qui décrit à la fois l'évolution de la ténacité en fonction de la température et la dispersion de la ténacité à une température donnée. Cette dispersion est caractérisée par une loi de distribution de Weibull.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Introduction

Ce guide méthodologique constitue une aide pour faciliter l'appréhension d'une étude de nocivité de défauts génériques ou exceptionnels mis en évidence sur les structures métalliques. Ce document a pour but principalement de renseigner l'ingénieur en mécanique de la rupture sur les approches disponibles dans *Code_Aster* pour résoudre un problème donné. Ce document fait référence aux documents de type U2 dans la base documentaire de *Code_Aster* ; il ne rappelle pas les formulations détaillées dans les documents de référence R, ni le moyen d'utiliser ces fonctionnalités suffisamment explicitées dans les documents d'utilisation U4 ou U2 mais délimite le périmètre d'application de chaque approche.

Ainsi, on se propose de rappeler les différentes approches disponibles et de définir brièvement leur champ d'application. Le champ de validité de ces approches peut être lié, soit à la définition du modèle (rupture fragile, rupture ductile, …), soit au degré de maturité de l'approche sur sa mise en œuvre industrielle (lourdeur des calculs, développements encore nécessaires, paramètres matériaux non disponibles…).

Toutefois, nous ne pouvons pas décrire tous les types d'étude possibles ou réalisées en mécanique de la rupture. L'utilisateur fera le choix de l'approche en fonction des exigences et conditions de son étude. Des références à quelques notes d'étude dont le but était de valider ces approches ou de les appliquer à des cas industriels sont également données.

Les approches sur l'amorçage et la stabilité sont dominantes dans ce document au détriment de celles qui traitent la déchirure. Les méthodes de propagation sous chargement monotone pour simuler la déchirure ductile restent à être développées dans Code_Aster.

3 Bref aperçu sur la mécanique de la rupture

Toute pièce métallique soumise à des sollicitations mécaniques, thermiques, hydrauliques ou chimiques est exposée à la fissuration. Le défaut ou la fissure proviennent de la fabrication (soudage) ou d'un processus d'endommagement du matériau au cours du fonctionnement (fatigue, fluage, corrosion sous contrainte,…). Dès que les fissures deviennent de taille suffisamment grande pour que le volume qui les entoure satisfasse aux hypothèses de continuité de la mécanique des milieux continus, l'étude mécanique doit s'effectuer dans le domaine de la mécanique de la rupture. Les études doivent alors estimer le degré de nocivité de ces fissures : sont-elles inoffensives et donc leur présence sera tolérée pour un temps plus ou moins long sans risques, ou au contraire sont elles nocives, ce qui nécessite de réparer ou remplacer le composant ?

3.1 Amorçage/Propagation

Sur certains types de composants, des mécanismes de dégradation comme le fluage, la corrosion sous contrainte ou la fatigue sont à l'origine de la création de fissures qui peuvent ensuite donner lieu à la rupture brutale.

La mécanique de la rupture permet de prédire la nocivité **d'une fissure existante** : la cinétique de propagation de défauts et leur tailles critiques. Dans le cas où la phase de propagation est très rapide, la rupture finale est dite brutale ou instable, dans le cas contraire, la rupture est stable ce qui caractérise par exemple la déchirure ductile. La propagation peut conduire à une rupture totale ou à un arrêt de la fissure.

3.2 Rupture fragile (clivage) / Rupture ductile (déchirure)

La température et la vitesse de déformation d'un matériau sont deux paramètres qui caractérisent son état : fragile ou ductile. Certains matériaux métalliques sont fragiles en dessous d'une température dite température de transition fragile/ductile (cf. figure schématique Figure 3.2-a), et notamment les aciers ferritiques (aciers faiblement alliés et aciers au carbone-manganèse).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

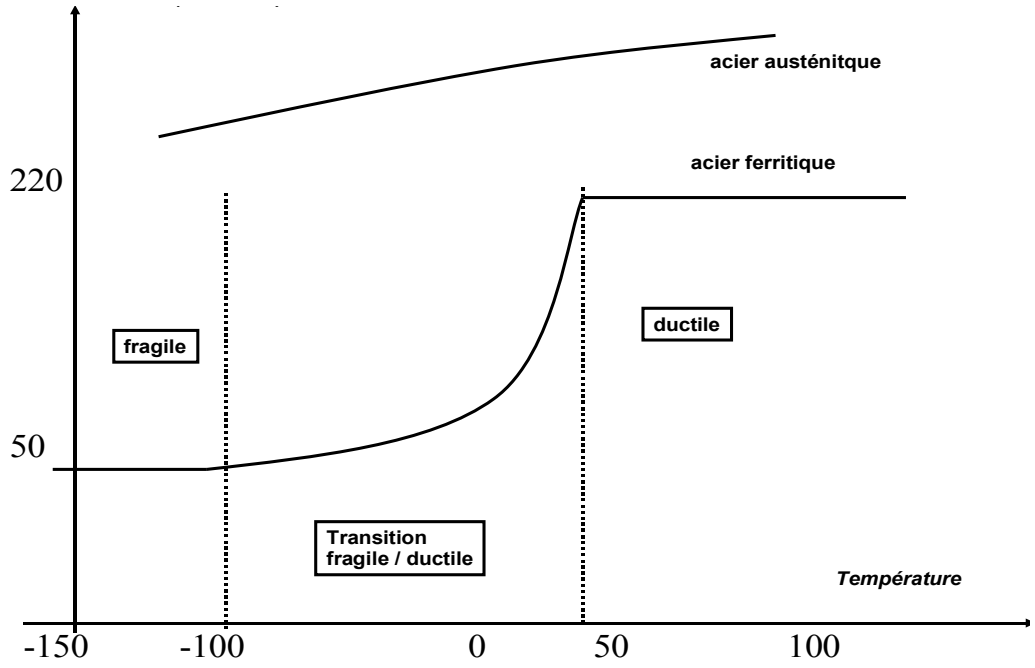
Les structures sont généralement calculées de façon à ce que la contrainte nominale subie ne dépasse pas la limite d'élasticité du matériau, ce qui les met à l'abri des déformations irréversibles. Une rupture de type fragile peut alors survenir sur une fissure préexistante ou créée par fatigue, à basse température et/ou à grandes vitesses de déformation.

Rupture ductile (déchirure)

Un matériau est ductile quand il se déforme plastiquement avant de se rompre, la plasticité est généralisée. Cette déformation plastique peut mener à l'apparition d'une fissure qui devient critique quand elle se propage. Après amorçage, la croissance de la fissure est en général lente et stable (selon les caractéristiques du chargement appliqué). La rupture ductile concerne les matériaux comme le cuivre, le plomb, les aciers doux à température ambiante, les aciers inoxydables austénitiques, …. Le mécanisme de rupture comporte trois phases : la génération de vides microscopiques autour de sites préférentiels, la croissance et la coalescence des cavités menant à la rupture. La surface de rupture est dans ce cas d'aspect mat et rugueux.

Rupture fragile (clivage)

La rupture fragile se produit sans plastification notable localement. Après amorçage, la propagation de la fissure est rapide (les essais font apparaître des vitesses de quelques centaines de m/s) et le plus souvent instable (avec arrêt ou rupture brutale de la pièce selon le cas). Elle caractérise les matériaux fragiles comme le verre, les céramiques et les aciers irradiés ou à basse température. La résilience caractérise la capacité du matériau à emmagasiner de l'énergie quand il se déforme d'une façon élastique. Le matériau fragile se fracture sous l'effet d'une faible énergie. Plus l'énergie à fournir est importante pour le déformer, plus le matériau est tenace. Les essais de résilience s'effectuent sur des éprouvettes de type Charpy et les essais de ténacité s'effectuent le plus souvent sur des éprouvettes de type CT. Dans le cas d'un matériau fragile - contrairement au matériau ductile - la plasticité reste confinée en fond de fissure, ce type de phénomène est connu sous le terme de « clivage » : la propagation de fissure se fait par séparation de plans atomiques et la surface de rupture est constituée de plans d'aspect brillant. À un matériau fragile correspond une faible ténacité. La ténacité à l'amorçage K_{1c} n'est pas une donnée intrinsèque au matériau, elle dépend de la géométrie et du taux de la triaxialité.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Figure 3.2-a . Courbe de transition fragile – ductile

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Résumé ou mini guide d'utilisation des approches

Le tableau et l'organigramme suivants visent à donner d'une façon rapide une indication à l'utilisateur sur le champ d'application d'une approche donnée. En d'autres termes, serait-elle valable pour représenter l'amorçage en rupture fragile ou ductile ? Serait-elle valable pour simuler la propagation en rupture fragile ou en ductile ?

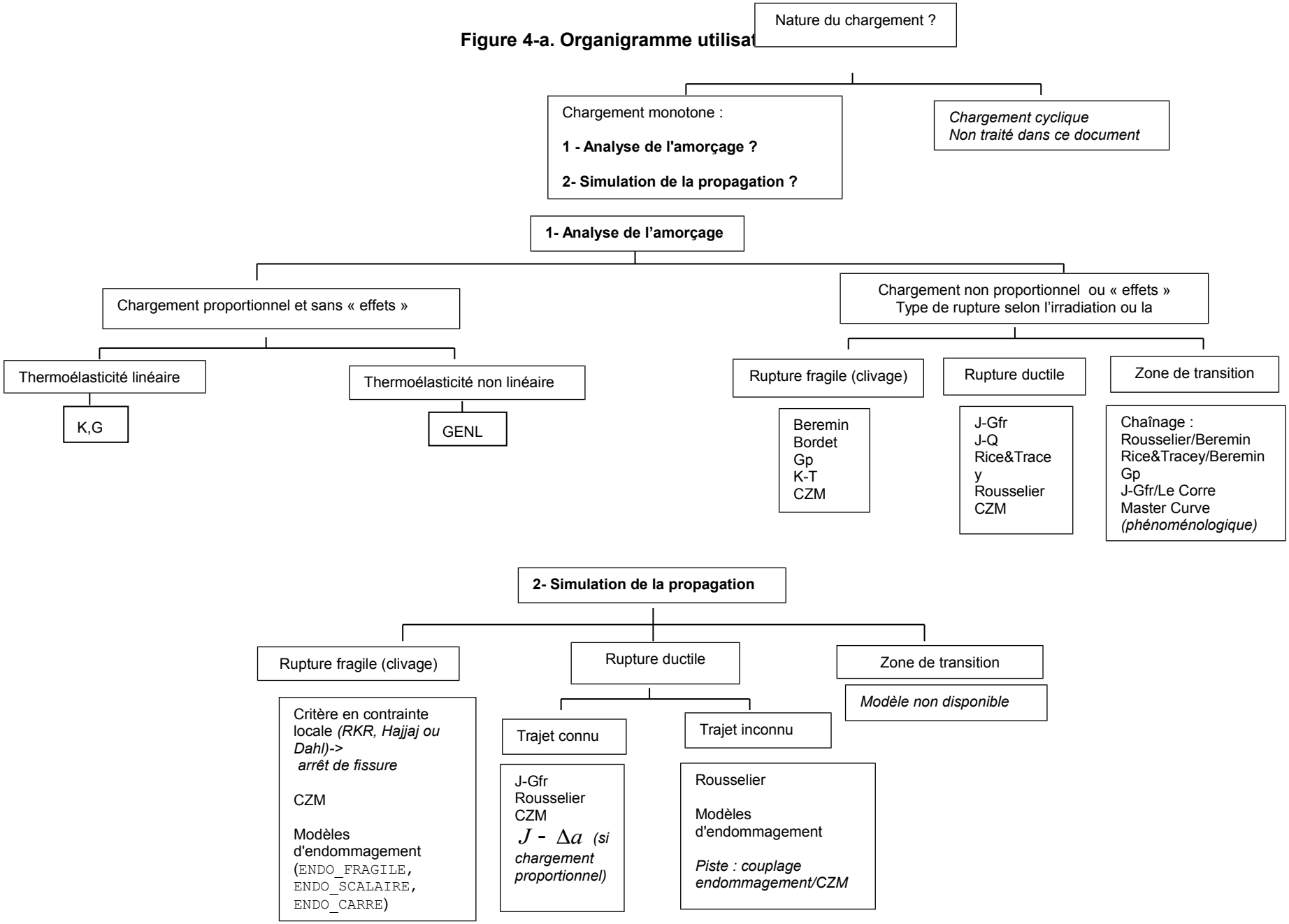
Ce tableau permet une lecture brève du document, aidant à se poser les questions qui aiguilleront le lecteur selon les conditions de son étude vers les approches décrites dans le document. Ces approches existent ou sont en voie de développement dans *Code_Aster*. Par souci de lisibilité, le tableau et l'organigramme contiennent le minimum d'informations, n'évoque pas les particularités des études, la maturité des approches, les avantages et les inconvénients des approches. Pour plus de détails, il faut se reporter au texte, aux tableaux, aux références ainsi qu'aux documentations relatives dans *Code_Aster*.

Type d'approche		dans *Code_Aster*	Phénomène représenté				
			Amorçage fragile	Amorçage ductile	Propagation trajet connu fragile	Propagation trajet connu ductile	Propagation trajet inconnu ductile
classique	G	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non
	G_{ENL}	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non
2 paramètres	$K-T$	Non	Oui	Non	Non	Non	Non
	$J-Q$	Non	Non	Oui	Non	Non	Non
énergétique ou globale	Gp	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non
	Gtp	Oui	Non	Oui	Non	Oui	Non
	$J-G\ fr$	Non	Non	Oui	Non	Oui	Non
locale	Rousselier	Oui	Non	Oui	Non	Oui	Oui
	Beremin Bordet	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non
	contrainte critique (RKR, Hajjaj et Dahl)	Oui	Oui	Non	Oui et arrêt	Non	Non
	endommagement fragile (`ENDO_FRAGILE`, `ENDO_SCALAIRE`)	Oui	Oui	Non	Oui	Non	Non
alternative	CZM		Oui	Oui	Oui	Oui	Oui

Tableau 4-1 . Quelle approche pour quel domaine d'application ?

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Figure 4-a. Organigramme utilisat



5 Panorama des approches en mécanique de la rupture

L'approche globale est connue depuis longtemps, mais elle est à domaine de validité limitée. L'approche locale est à validité plus étendue, mais elle n'est à la portée que des mécaniciens avertis. Les approches locales permettent d'appréhender et de comprendre des phénomènes d'autant plus complexes qu'elles peuvent réduire le degré de conservatisme des approches codifiées basées sur les approches globales.

La théorie de la rupture fragile repose sur des critères de rupture « approche globale » établis d'une façon macroscopique et elle ne se pose pas les problèmes de comportement car le matériau est souvent considéré élastoplastique avec plasticité confinée. La démarche purement macroscopique de la rupture fragile n'est plus valable quand le matériau est fortement plastifié, car il n'est plus possible de représenter la fissure comme une surface de discontinuité des déplacements et des contraintes. La dissipation se trouve concentrée en fond de fissure et il est difficile de séparer la dissipation plastique de la dissipation de rupture. En rupture ductile, une « approche locale » basée sur une démarche mécanique est souvent nécessaire.

Quand une approche devient générique et applicable dans une gamme assez large de situations, elle devient également complexe.

5.1 Approche classique

La mécanique de la rupture élastique linéaire repose sur le facteur d'intensité de contrainte qui caractérise les champs de contrainte et de déformation au voisinage d'une fissure. En plasticité, la mécanique de la rupture classique ne possède des bases rigoureuses que par analogie avec des comportements élastiques non linéaires (dans le cas de chargements non proportionnels et isotropie), pour lesquels l'intégrale de contour J ou le taux de restitution d'énergie est le paramètre fondamental.

En élasticité linéaire ou non linéaire (cf. § 7.1 et § 7.2), trois paramètres peuvent êtres calculés :

- J, l'intégrale de Rice : intégrale de contour – le calcul expérimental de J est obtenu par l'aire sous la courbe force-ouverture des éprouvettes (CT ou $SENB$ en général). Ce paramètre n'est pas disponible dans *Code_Aster*.
- G, le taux de restitution d'énergie : intégrale de domaine adaptée au calcul par éléments finis (cf. [54],[55]),
- K, les coefficients d'intensité de contrainte correspondant aux 3 modes, associés aux champs singuliers en fond de fissure. Ces derniers n'ont un sens qu'en élasticité linéaire (cf. [57], [59]).

En élastoplasticité, ce paramètre n'est strictement valide que lorsque l'élastoplasticité peut être assimilée à l'élasticité non linéaire, c'est à dire **pour un chargement monotone radial**.

L'approche classique présente plusieurs limitations quand elle est appliquée en dehors de son domaine de validité (« effet petit défaut », « effet de triaxialité », « effet de préchargement à chaud », …) ou dans le cas de chargement non proportionnel, ce qui a conduit aux développements de nouvelles approches globales ou énergétiques ou des approches locales. Il s'avère que dans certains cas particuliers J_{1C} ou K_{1C} peuvent dépendre de la géométrie et ne sont pas intrinsèques au matériau.

Effet petit défaut :

Il s'avère que la ténacité, qui est supposée intrinsèque au matériau, semble dépendre de la taille du défaut, ou plus exactement du rapport de la taille du défaut sur la taille du ligament (en fait, c'est le taux de triaxialité affectant le voisinage du défaut qui est responsable de cet effet). La ténacité dans le cas d'un petit défaut est supérieure à celle d'un grand défaut.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Effet de géométrie :

La géométrie du milieu 'éprouvette ou structure' influence la nature de la rupture, en particulier en zone de transition. À une température donnée, pour un même matériau et à chargement équivalent, une éprouvette CT rompt en fragile alors qu'un tuyau fissuré rompt en ductile. Pour des éprouvettes AE entaillées homothétiques, la dispersion et la valeur moyenne de la déformation diamétrale à rupture diminuent lorsque le diamètre de l'éprouvette augmente. Plus a/w est faible, plus la valeur apparente de J_{1C} est élevée.

Effet « mismatch » :

En présence de deux matériaux, l'approche classique est valable quand la plasticité reste confinée dans une zone homogène. Quand le domaine de plastification couvre deux matériaux, l'approche classique n'est plus valable.

Effet de triaxialité « constraint effect » :

Pour pouvoir utiliser l'approche classique en élastoplasticité, il faut supposer que le chargement est proportionnel ce qui est souvent loin d'être le cas pour les structures réelles. Le chargement et la géométrie influencent le type de champ de contraintes en fond de fissure dans une structure. Le champ des contraintes en fond de fissure peut devenir complexe par rapport aux conditions habituelles de chargement proportionnel adoptées sur une éprouvette.

Effet de préchargement à chaud :

Effet de préchargement à chaud ou « WPS : Warm Pre-Stressing », suite à une montée en température, le matériau passe du domaine fragile au domaine ductile, et un chargement mécanique est alors appliqué (préchargement à chaud). Après refroidissement de l'éprouvette et essai de mesure de ténacité, on trouve une valeur de la ténacité supérieure à celle du matériau testé sans le préchargement. Le préchargement à chaud a un effet bénéfique induit par l'émoussement de la fissure et l'apparition de contraintes résiduelles.

Effet de chargement non proportionnel :

Plusieurs situations induisent un chargement non proportionnel en point de fissure ce qui rend l'approche classique non valable :

- problème de décharge suite à un choc thermique, bien que dans certains cas la correction Bêta puisse être appliquée pour supposer que le comportement après décharge est élastique (cf. [71]),
- problème de chargement non monotone ou non proportionnel, suite à une propagation, à un transitoire thermique, à la présence de contraintes résiduelles ou à un mode mixte.

Si le chargement est quelconque, on peut utiliser une approche locale (Beremin (cf. [57]) ou Bordet (cf. [58]) ou une approche énergétique (cf. [61]) en cas de clivage, ou Rousselier pour la déchirure (cf. [63] et [64]) qui n' ont pas besoin de l'hypothèse de chargement proportionnel.

5.2 Approche à 2 paramètres

Cette approche est développée pour répondre à la dépendance de la ténacité avec la triaxialité. Elle repose sur l'extension de l'expression des champs en fond de fissure avec des termes d'ordre supérieur. Plus complexe que l'approche classique, elle l'enrichit par l'introduction d'un second paramètre qui tient compte de la triaxialité, de la stabilité et de la zone de plasticité. Elle perd sa validité quand le chargement n'est plus proportionnel : charge suivie d'une décharge, propagation de fissures, contraintes résiduelles, mode mixte ... ou quand le matériau est visqueux ou soumis à un transitoire thermique. Cette approche nécessite la mise en place d'un très grand nombre d'essais pour construire le lieu géométrique de la rupture (cf. § 7.11). L'approche globale à deux paramètres n'est pas développée dans *Code_Aster* (cf. [47]).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5.3 Approche énergétique

Dans un cadre élastique ou élastique non linéaire, l'approche énergétique conduit au calcul du paramètre G , taux de restitution d'énergie. Dans le cas d'une plasticité confinée, elle a donné lieu au développement de l'approche Gp (cf . [61], [69]) qui est une approche énergétique évitant le paradoxe de Rice par l'utilisation d'une entaille (cf. §7.3).

Dans un cas d'un matériau ductile ou en plasticité étendue, elle se décline au calcul du paramètre Gtp (cf. § Error: Reference source not found), (cf. [Error: Reference source not found]).

Cette approche a été appliquée dans le cadre du projet européen VOCALIST sur le cas effet petit défaut et dans le cadre du projet européen SMILE sur le cas préchargement à chaud WPS.

Il est possible d'employer cette approche dans les cas de chargements non proportionnels.

5.4 Approche locale de la rupture

La description de la rupture passe par une modélisation locale de l'endommagement. La rupture est caractérisée par une variable intrinsèque au matériau. Elle permet la définition d'un critère local de la rupture basée sur des considérations matériaux et géométriques au niveau du fond de fissure.

En rupture fragile :

Dans ce cas, il suffit d'analyser la nocivité du défaut à l'amorçage. Les modèles sont en général des critères en post-traitement d'un calcul.

Pour la rupture fragile ou clivage, le modèle le plus utilisé est le modèle de Beremin (cf. [8], [57], [65]), basé sur la théorie du maillon le plus faible, avec une contrainte de Weibull et une loi statistique de répartition de micro-défauts (cf. § 7.4). Ce modèle permet également de rendre compte de l'effet d'échelle, c'est à dire de la variation du risque de rupture vis à vis de la taille de l'éprouvette. Les utilisateurs de l'approche Beremin préconisent l'utilisation d'une fissure ou plus récemment d'une entaille, avec une taille de maille de $50\,\mu m$ comme cela a été longtemps admis. En effet, l'entaille a une morphologie plus adaptée que la fissure pour capter les champs en élastoplasticité. L'avantage de l'approche Beremin est qu'elle est largement testée. La prise en compte de la triaxialité est intrinsèque à la méthode. L'approche locale de Bordet (cf. § 7.5), introduite récemment dans *Code_Aster* (cf. [58], [66], [80]) est une extension de Beremin. Elle permet en plus un traitement amélioré dans le cas du pré-chargement à chaud grâce à la prise en compte de la plasticité active. Alors que la plasticité active est prise en compte dans Beremin modifié, le modèle de Bordet permet en plus de prendre en compte l'effet de la plasticité sur les micro-défauts à l'origine du clivage.

En rupture ductile :
Les modèles pour la déchirure ductile soulèvent plusieurs difficultés. La détermination des paramètres matériaux n'est pas normalisée et s'effectue au cas par cas. Les approches proposées dans la littérature sont classées en 3 familles :

- **Les modèles découplés** : l'endommagement du matériau n'affecte pas son comportement global. La rupture de la structure se produit lorsque l'endommagement atteint une valeur critique qui est supposée intrinsèque au matériau. Ces modèles sont utilisés pour analyser l'amorçage de la fissure.
- **Les modèles couplés** : basés sur des potentiels élastoplastiques endommageables ou sur des approches micro-mécaniques. Le comportement du matériau et l'endommagement sont liés. La rupture de la structure est décrite implicitement par l'adoucissement de la réponse globale de la structure.
- **Les modèles semi-couplés** : modèles intermédiaires aux deux familles précédentes. Le comportement global n'est pas affecté par l'endommagement mais il y a un couplage local de l'endommagement avec le comportement. La rupture de la structure a lieu lorsque l'adoucissement local est atteint.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Les modèles découplé de Rice & Tracey (cf. [58] et § 7.10), ou couplé de Gurson ou de Rousselier (cf. [63] et § 7.9) sont destinés à la rupture ductile. Les limitations relatives à ces approches proviennent de la difficulté d'identification des paramètres et de la transférabilité éprouvette-structure.

5.5 Approche alternative - CZM

C'est une approche largement développée dans la littérature qui est globale sur la minimisation de l'énergie et locale par la description fine des forces résiduelles en fond de fissure. Elle permet de prédire d'une façon robuste la cinétique de propagation (cf. [76], [48]). L'ambition de ces modèles de fissuration est de représenter l'évolution des surfaces d'endommagement et ou de rupture d'un solide en 2D ou en 3D sain ou partiellement fissuré soumis à une large gamme de sollicitations (mode mixte, cyclique à amplitude quelconque, thermique, ...). La caractérisation des paramètres matériaux, notamment la contrainte critique, est une étape primordiale pour la bonne utilisation de ces éléments. C'est une approche qui permet de prédire l'amorçage et la propagation selon un trajet connu a priori (cf. 7.8). Toutefois, la taille de la fissure à l'amorçage n'est pas précise car elle est dépendante de la taille de l'élément cohésif dans le maillage. Elle est moins influente sur le résultat attendu dans l'analyse de la propagation.

Tableau 5.5-1 . Documentations dans Code_Aster

Méthodes		Documents R	Documents U	Documents U2
Approche classique	G	R7.02.01	U4.82.03	U2.05.01
	K	R7.02.05 R7.02.08	U4.82.05	U2.05.01
	G_{ENL}	R7.02.03	U4.82.03	U2.05.01
2 paramètres	$K-T / J-Q$	Approche non disponible dans Code_Aster		
Approche énergétique	Gp	R7.02.16	U4.82.31	U2.05.08
	Gtp	R7.02.07	U4.82.03	U2.05.09
	$J-Gfr$	Approche non disponible dans Code_Aster		
Approche locale	Rousselier	R5.03.06	U4.51.11	Non disponible
	Beremin	R7.02.04	U4.81.22	U2.05.08
	Bordet	R7.02.06	U4.81.41	U2.05.08
	Rice&Tracey	R7.02.06	U4.81.22	Non disponible
	Contrainte critique	Documentations de COMPORTEMENT (U4.51.11) et de DEFI_MATERIAU (U4.43.01)		
	Modèles d'endommagement (ENDO_FRAGILE, ENDO_SCALAIRE, ENDO_CARRE)	U2.05.06 et U4.51.11 qui aiguillent vers les lois d'endommagement en quasi statique (rupture fragile) et les techniques de régularisation		
Approche alternative	CZM	R7.02.11	U3.13.14	U2.05.07

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Tableau 5.5-2 . Quel type de paramètre ou approche pour un domaine donné ?

Approche	élasticité linéaire	élasticité non linéaire	plasticité confinée	plasticité étendue	limitations
classique ou énergétique	K , G	G_{ENL}	G_{ENL} si chargement monotone radial sinon 'effet' ou Gp	Gtp	domaine de validité restreint identification des paramètres critiques conservatisme
2 paramètres	$K-T$	$J-Q$	$J-Q$ si chargement monotone radial sinon 'effet'	$J-Q$ si chargement monotone radial sinon 'effet'	identification des paramètres critiques conservatisme
locale			Beremin, -Bordet Contrainte critique ENDO_FRAGILE ENDO_SCALAIRE ENDO_CARRE	Rice et Tracey, Rousselier	mise en œuvre lourde identification des paramètres
CZM	Prédiction identique à l'approche classique si σ_c est suffisamment grand (pour la propagation)		Prédiction très sensible au ratio $\frac{\sigma_c}{\sigma_y}$	Modèle très utilisé dans la littérature – en développement dans Code_Aster	identification des paramètres

Pour chaque type d'approche répertoriée dans le §5, on donne ces références documentaires dans Code_Aster dans le Tableau 5.5-1 et on récapitule son domaine de validité et ses limitations dans le Tableau 5.5-2 .

6 Démarche pour une étude en mécanique de la rupture

Un document important à consulter avant de démarrer une étude en mécanique de la rupture avec Code_Aster est la documentation U2.05.01 citée en [75].

6.1 Maillage

6.1.1 Fissure ou entaille

Le maillage constitue une part importante de l'étude et surtout en mécanique de la rupture quand il faut mailler très précisément le défaut. Dans tous les cas, un calcul précis des champs mécaniques en pointe de la fissure/entaille est primordial. Pour ce faire, il est largement préconisé de mailler finement en fond de fissure ou d'utiliser des éléments quadratiques avec éléments de Barsoum en pointe de fissure si le calcul est élastique, et d'employer des éléments sous-intégrés ou des éléments incompressibles si le calcul est élastoplastique. Il est connu qu'un maillage rayonnant en fond de fissure conduit à une qualité de la solution en terme de taux de restitution d'énergie supérieure à celle obtenue avec d'autres types de maillages et à moindre coût en terme de performance en temps de calcul.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Les maillages de fissures sont largement utilisés dans les outils métiers quand il faut utiliser les approches classiques des calculs de G, taux de restitution d'énergie. Les fissures sont nettement plus faciles à modéliser que les entailles sur des maillages en 3D.
Quand on s'intéresse à un résultat global obtenu sur une éprouvette CT ou AE, le défaut peut être représenté par une fissure ou une entaille. En revanche, pour connaître précisément les champs mécaniques autour de la pointe du défaut, il est préconisé de mailler une entaille. En effet, l'entaille permet de lisser les champs mécaniques singuliers en fond de fissure et de réduire la zone dans laquelle les contraintes sont chahutées.

Le maillage d'une entaille en 3D est fastidieux. Comme les calculs avec Gp nécessitent des maillages d'entailles avec copeaux, sur lesquels repose cette méthode, des scripts Gibi ont été développés à cet effet. La définition du bloc fissuré défini avec Gibi, il y a une vingtaine d'années, est inhérente à la présence d'un tore autour du fond de fissure avec un maillage rayonnant.

En développement :
- Une procédure d'insertion de fissure avec maillage rayonnant dans une structure saine avec Salomé.
- Une procédure d'insertion de fissure avec maillage libre avec l'outil Zcracks.
- Une bibliothèque de maillages d'éprouvettes fissurées en 3D est prévu dans Salomé-Meca. Le maillage paramétrique d'une éprouvette CT en 3D est d'ores et déjà disponible (en surcharge) sous forme de plug-in.

6.1.2 XFEM

Cette méthode permet d'éviter de mailler la fissure. Elle se base sur la définition et l'enrichissement du modèle par des level-sets (cf. [77]). La mise en œuvre d'un calcul avec XFEM est rappelée dans le document [75]. Les critères et méthode de raffinement pour les calculs ainsi qu'une synthèse des développements et applications font l'objet des références [52] et [53]. Cette méthode est opérationnelle à l'heure actuelle sur des structures élastiques. L'extension de la validation de son domaine à la plasticité est en voie de développement.

6.2 Évaluer le risque d'amorçage : La fissure va t-elle se propager?

6.2.1 En thermoélasticité

En **thermoélasticité linéaire**, les approches globales classiques sont applicables :
- Calcul du taux de restitution d'énergie G (cf. [67], [54]),
- Calcul des facteurs d'intensité de contrainte K (cf. [57],[68]),
- Comparaison du facteur d'intensité de contrainte avec la ténacité ou le taux de restitution d'énergie avec l'énergie critique,

En **thermoélasticité non linéaire**, les approches globales classiques sont applicables seulement dans le cas d'un chargement radial et proportionnel. Elles sont basées sur le calcul du taux de restitution d'énergie G_{ENL} en post-traitement d'un calcul thermo-élastique non linéaire (cf. [67],[55]),

En **rupture fragile**, calcul de G_{ENL} en comparaison à G_c ou calcul de K_G à partir de G_{ENL} et comparaison à la ténacité du matériau K_{1C}. Estimation de la probabilité de la rupture via la « Master Curve » (cf.[23]),

En **rupture ductile**, G_{ENL} est comparé à $J_{0,2}$ pour étudier le risque d'amorçage de la déchirure,

Ces approches sont applicables dans un domaine de validité bien défini (élasticité non linéaire donc chargement proportionnel, et quand la fissure est suffisamment grande), en dehors duquel nous observons des effets :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- chargement non proportionnel suite à :
  - une décharge,
  - une propagation,
  - un transitoire thermique,
  - une présence de contraintes résiduelles,
  - un « constraint effect » ou effet de triaxialité
- Effet mismatch (2 matériaux)
- Effet « petit défaut »
- Effet de préchargement à chaud ou « WPS »

6.2.2 En élastoplasticité - rupture fragile

Pour un milieu où la plasticité reste confinée, le milieu restant élastique dans sa globalité, les approches globales et locales de la mécanique de la rupture ou énergétiques permettent d'appliquer les critères de la mécanique de la rupture. Cependant, selon les paramètres matériaux dont on dispose, le temps qu'on peut accorder pour la réalisation de l'étude, la disponibilité d'un maillage adéquat ou la capacité à le faire sont des arguments qui militent pour une approche ou pour une autre (cf. Tableau 6.2.2-1) :

- Approche énergétique Gp (cf. [69]) : L'avantage de l'approche Gp est qu'elle est déterministe et se rapproche de l'approche classique de l'ingénieur J. Une relation entre les deux paramètres Gpc, la valeur critique de Gp et le rayon de l'entaille a pu être établie, ce qui facilite la mise en donnée des paramètres. La prise en compte de la triaxialité est directe avec cette approche. Notons qu'il reste des points à améliorer dans l'approche Gp pour la rendre encore plus accessible à l'ingénieur :
  - Bien que l'approche énergétique Gp se rapproche de l'approche globale de part son fondement sur des principes énergétiques, elle dépend du rayon de l'entaille dans le cas des chargements non proportionnels/non monotones et donc de l'épaisseur de la zone en copeaux.
  - Le maillage des copeaux n'est pas facilement réalisable, et est obligatoire en 3D. Il faut en plus maîtriser des techniques de raffinement de maillage pour éviter l'étirement des mailles en fond d'entaille provoquant des concentrations de contraintes.
  - On suppose que l'approche Gp est valide pour tous les chargements non proportionnels. Les calculs réalisés dans ces conditions ne peuvent être validés sans les accompagner de larges campagnes d'essais.
- Approche locale de Beremin : Cette approche présente l'avantage d'être largement utilisée. Cependant, c'est une approche probabiliste donc les résultats sont difficiles à interpréter et elle n'est pas recommandée dans le haut de la zone de transition. Les paramètres matériaux doivent être finement identifiés en dépendance à la température.
- Approche locale de Bordet : Cette approche nécessite un grand nombre de paramètres non évidents à identifier. La macro `POST_BORDET` est développée dans Code_Aster.
- Approche basée sur la contrainte critique (Hajjaj [9], Ritchie, Knott, Rice, [15], Dahl [12]): Approche développée pour le traitement de l'arrêt de fissures en viscoplasticité. Le critère de rupture est une comparaison entre la contrainte principale maximale et la contrainte critique. Cette approche permet de simuler l'avancée de la fissure par annulation de la rigidité des éléments en fond de fissure, quand le critère est atteint.
- Approche avec éléments cohésifs (cf.[60],[68]). Cette approche a été comparée à l'approche classique dans la note citée en [19], n'est pas souvent utilisée en rupture fragile par manque de paramètres matériaux. Toutefois, l'identification de ces paramètres (2 seulement) peut se faire par confrontation à d'autres modèles ou aux résultats expérimentaux. C'est une approche qui permet de prédire le clivage sur un trajet connu.
- Approche à 2 paramètres $K-T$ en fragile et $J-Q$ en ductile qui permet de prendre en compte de l'effet de la triaxialité d'une façon qualitative (cf. [47], [27]). Ces approches ne sont pas encore développées dans *Code_Aster*.
- Des lois d'endommagement en quasi statique peuvent être utilisées en rupture fragile (cf. [79]). Toutefois, elles sont plutôt utilisées pour la simulation de la fissuration des géomatériaux, ce qui

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

n'empêche pas leur utilisation pour simulation de l'endommagement des matériaux métalliques avec les paramètres matériaux et de régularisation adéquats.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Tableau 6.2.2-1 . Avantages et inconvénients des approches en rupture fragile

Approches		Avantages	Inconvénients/limitations
Approche classique	G / G_{ENL}	• Facile à utiliser	• Domaine de validité restreint au chargement monotone
Approche à 2 paramètres	$K-T$ [1]	• Prise en compte de la triaxialité • Présente dans le code Anglais $R6$ • Branchement de fissures en mode mixte • Préconisée pour fissures courtes	• Deuxième paramètre difficile à identifier nécessitant une base expérimentale importante • Non valable si chargement non proportionnel
Approche énergétique	Gp	• Approche énergétique déterministe (cohérence avec J) • Pas de restrictions vis à vis des « effets » dans certains cas • Utilisée par l'ingénierie	• Mise en œuvre difficile • Maillage lourd • Méthode intra EDF
Approche locale	Beremin	• Diffusée à l'international	• Paramètres spécifiques, connus pour quelques matériaux standards • Approche probabiliste
	Bordet	• Prise en compte de la plasticité active comme dans Beremin modifié • Possibilité de la prise en compte d'arrêt de propagation des microfissures	• Nombreux paramètres • Validations à faire
	Contrainte critique (RKR, Hajjaj et Dahl)	• Bonne adéquation entre les résultats numériques et expérimentaux • Facile à mettre en œuvre	• Validation à poursuivre notamment pour élucider la dépendance de la contrainte critique à la forme de l'éprouvette
	Modèles d'endommagement (`ENDO_FRAGILE`, `ENDO_SCALAIRE`, `ENDO_CARRE`)	• Tout type de chargement • Prédiction du trajet de fissure	• Identification des paramètres
Approche alternative	CZM	• Traite à la fois l'amorçage et la propagation du défaut • Calculs performants • Facile à mettre en œuvre	• Paramètres matériaux à identifier • Trajet de fissuration connu a priori (même inconvénient pour les autres méthodes

1 Approche non disponible dans Code_Aster

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6.2.3 En élastoplasticité - rupture ductile

Les modèles pour la déchirure ductile soulèvent plusieurs difficultés. La détermination des paramètres matériaux n'est pas normalisée et s'effectue au cas par cas. Même remarque que pour la rupture fragile, selon les paramètres matériaux dont on dispose, le temps qu'on peut accorder pour la réalisation de l'étude, la disponibilité d'un maillage adéquat ou la capacité à le faire sont des arguments qui militent pour une approche ou pour une autre (cf. Tableau 6.2.3-1) :

- Approche énergétique Gtp : Cette approche se base sur le calcul de l'énergie totale en post traitement d'un calcul élastoplastique avec l'opérateur CALC_G (cf. [Error: Reference source not found], [67]). Cette approche a été utilisée il y a une dizaine d'années et a montré un avantage par rapport à l'approche classique $J-\Delta a$, du fait de son applicabilité dans le cas des chargements complexes. Son point faible réside dans la définition du critère qui englobe la rupture et la plasticité, ce qui peut surestimer l'énergie liée à la rupture. Elle a été confrontée récemment aux CZM sur une étude d'amorçage de fissure dans un milieu élastoplastique (cf. 19).

- Approche locale découplée – Rice et Tracey : C'est un critère d'amorçage ductile simple car il repose sur une formule analytique en fonction des contraintes et vitesses de déformation à chaque instant de calcul. L'avantage de cette approche est qu'elle est simple et largement utilisée. Son emploi doit rester limité à des analyses préliminaires (cf. [58])

- Approche locale couplée de Rousselier : ROUSS_PR, ROUSS_VISC (cf. [64]) et modèle de ROUSSELIER en grandes déformations (cf.[63]). Ces modèles présentent plusieurs difficultés de mise en œuvre numérique : identification des paramètres, adaptation de maillage autour de la fissure, adaptation des conditions aux limites, non convergence de la loi de comportement. Des recommandations qui aident à surmonter ces difficultés (éléments incompressibles – grandes déformations – adaptation de maillage pour prendre en compte la décharge) doivent faciliter la convergence.

- Approche à 2 paramètres (cf. [47]) : L'approche $J-Q$ est prometteuse car elle permettra une application dans les trois domaines fragile, ductile et transition et elle permet de représenter le branchement de fissures. Elle reste néanmoins applicable dans un cadre de chargement proportionnel uniquement. Cette approche n'est pas disponible dans *Code_Aster*.

- Les modèles cohésifs (cf. [76],[60]). La prise en compte de la triaxialité s'est avérée nécessaire pour leur bonne représentativité en 3D.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

•

Tableau 6.2.3-1 . Avantages et inconvénients des approches en rupture ductile

Approche		Avantages	Inconvénients/limitations
Approche à 2 paramètres	$J-Q$ [2]	• Présente dans $R6$ • Préconisée pour fissures courtes • Branchement de fissures en mode mixte	• Identification du deuxième paramètre nécessitant une base expérimentale importante • Non valable si chargement non proportionnel
Approche énergétique	Gtp	• Critère simple • Ressemble à J • Valable si le chargement est complexe • Première comparaison avec les CZM	• Mise en œuvre lourde • Le critère de rupture intègre la plasticité • N'est pas valable en écrouissage cinématique • N'est pas encore valable en grandes déformations
Approche locale	Rousselier	• Bonne représentativité des résultats • Trajet de fissuration quelconque	• Lourdeur des calculs • Sensibilité au maillage/ aux paramètres de régularisation
	Rice_Tracey	• Mise en œuvre simple	• Approche simplifiée pour l'amorçage
Approche alternative	CZM	• Calculs performants • Facile à mettre en œuvre	• Prise en compte de la triaxialité en cours • Paramètres à identifier/ Approche à valider • Trajet de fissuration connu a priori (même inconvénient pour les autres méthodes)

2 Approche non disponible dans Code_Aster

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6.2.4 En élastoplasticité - zone de transition fragile/ductile

Certains types de chargements thermomécaniques placent la rupture potentielle dans la zone de transition fragile/ductile. On fait un récapitulatif des approches testées ou en cours de tests dans cette zone (cf. Tableau 6.2.4-1) :

- Le chaînage Rousselier/Beremin est mis en œuvre dans l'étude sur le passage de la résilience à la ténacité (cf. [29]). Dans ce cas, la rupture ductile est décrite par le modèle d'endommagement couplé de Rousselier et le modèle de post traitement de la rupture fragile par clivage de Beremin. Pas de couplage entre les deux phénomènes de rupture ductile et fragile.

- Le chaînage Rousselier/Rice et Tracey et Rousselier/Beremin a été mis en œuvre dans une étude de rupture des lignes de tuyauteries soudées de type ASG N4 (cf. [32]).

- Le couplage de Le Corre/ Gp : Gp pour la prédiction du moment de l'amorçage, Le Corre pour la prédiction du clivage. Ce couplage s'effectue avec une représentation du défaut par une entaille. La simulation de la propagation ductile reste à déterminer, l'approche Gtp semblant légitime puisque basée sur une entaille. La capacité de couplage doit encore être vérifiée.

- Le chaînage $J-Gfr$ /Le Corre : $J-Gfr$ pour la propagation ductile et Le-Corre pour la prédiction de la nature de l'amorçage. Le modèle Le-Corre proposé au CEA (cf. 7.6) utilise la notion de contrainte seuil, couplée à une valeur de volume seuil. Ce modèle se base sur le calcul de J, donc ne peut prédire l'amorçage que dans le cas de chargements monotones/proportionnels (cf. [45],[80]). Ce modèle n'est pas disponible dans *Code_Aster*.

Tableau 6.2.4-1 . Avantages et inconvénients des approches en zone de transition

Approche		Commentaires
Approche énergétique	Couplage Le Corre/ Gp	• Validité de Gp en zone de transition n'est pas encore garantie • Simulation de la propagation non définie
	Chaînage $J-Gfr$ / Le-Corre	• Facile à mettre en œuvre sur des études industrielles • Endommagement et propagation découplé • Trajet connu de la propagation • Valide pour chargements proportionnels • Validité de cette approche en zone de transition n'est pas encore garantie
Approche locale	Chaînage Rousselier/ Beremin ou Chaînage Rousselier/ Rice&Tracey	• Modèle à affiner dans le haut de la transition pour prise en compte de la triaxialité • Tailles des éléments différentes entre les deux approches

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6.3 Évaluer la taille de la fissure : Si la fissure se propage, de combien ? dans quelle direction ? Va t-elle s'arrêter ?

6.3.1 Clivage

En rupture fragile, parmi les approches citées au § 6.2.2 :

- L'approche CZM peut évaluer l'avancée de la fissure, selon un trajet connu a priori. Elle a été également utilisée dans le cadre du projet Cuve pour simuler l'arrêt de fissure d'un défaut sous revêtement (cf.[52]).
- Approche basée sur la contrainte critique (Hajjaj [9], Ritchie, Knott, Rice, [15], Dahl [12]): Approche développée pour le traitement de l'arrêt de fissures en viscoplasticité. Le critère de rupture est une comparaison entre la contrainte principale maximale et la contrainte critique. Cette approche permet de simuler l'avancée de la fissure par annulation de la rigidité des éléments en fond de fissure, quand le critère est atteint.

Les travaux de thèse de S. Cuvilliez (cf. [51]) visent à réaliser une transition entre un modèle d'endommagement et les éléments cohésifs dans le béton. C'est la seule référence de modèle de prédiction du trajet de fissuration par clivage.

6.3.2 Déchirure

En cas de plasticité étendue en rupture ductile, l'évaluation du risque de propagation ne rentre pas dans le cadre de la théorie de Griffith, d'autres approches existent, basées dans la plupart des cas sur des notions de contraintes et énergies critiques. De même, nous ne disposons pas d'outils permettant la simulation de la propagation ductile dans une zone de transition : propagation ductile suivie du clivage. Plusieurs pistes sont envisageables mais restent à consolider :

- L'approche Gtp pour la simulation de la propagation selon un trajet connu par creusement de copeaux. Une seule application existe à présent (cf.[35]).
- L'approche $J-Gfr$ du CEA, selon un trajet connu.
- L'approche CZM, selon un trajet connu (cf. [30]).
- Le modèle de Gurson ou Rousselier peut prédire le trajet de fissuration. Ce modèle pose un problème de dépendance au maillage ou aux paramètres de régularisation (cf.[28]).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Fiches ID des approches

7.1 Fiche ID de G/K

Type d'approche	Approche classique – élastique linéaire
Type de rupture	Fragile
Type de matériau	Élastique
Type de phénomène	Amorçage
Type de défaut	Fissure / entaille
Type de maillage	Rayonnant / libre
Type de chargement	Monotone et proportionnel
Documents Code_Aster	CALC_G : R7.02.01 / U4.82.03 POST_K1_K2_K3 : R7.02.05 / U4.82.05
Inconvénients	Domaine de validité restreint au chargement monotone et proportionnel Non prise en compte des effets: petit défaut/géométrie/triaxialité/pré-chargement à chaud
Avantages	Facile à utiliser
Champs d'application	Utilisée pour évaluer le risque d'amorçage par comparaison à la ténacité Utilisée pour calculer le taux de propagation en fatigue Utilisée pour estimer la direction de bifurcation en mode mixte
Perspectives	Gain en ergonomie / Choix du lissage / Calcul aux bords

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7.2 Fiche ID de GENL

Type d'approche	Approche classique – élastique non linéaire
Type de rupture	Fragile avec plasticité confinée
Type matériau	Calcul de G en élasticité non linéaire en post-traitement d'un calcul élastique non linéaire
Type de phénomène	Amorçage
Type de défaut	Fissure/Entaille
Type de maillage	Rayonnant/libre
Type de chargement	Monotone et proportionnel
Documents Code_Aster	CALC_G : R7.02.03/U4.82.03
Inconvénients	Domaine de validité restreint au chargement monotone et proportionnel – Au cours d'un calcul il est conseillé d'utiliser les indicateurs de radialité pour être sûr de rester dans son domaine de validité Non prise en compte des effets : petit défaut/géométrie/triaxialité/pré-chargement à chaud
Avantages	Facile à utiliser
Champs d'application	Utilisée pour calculer la nocivité des défauts par comparaison à la ténacité A partir de G_{ENL}, possibilité d'estimer la probabilité de rupture sur la Master Curve Peut être comparée à J
Perspectives	Gain en ergonomie / Choix du lissage / Calcul aux bords

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7.3 Fiche ID de GP

Type d'approche	Énergétique
Type de rupture	Rupture fragile ou en zone de transition (plasticité confinée)
Type matériau	Élastoplastique (plasticité confinée) – un seul paramètre matériau Gpc critique à identifier avec un calcul de traction sur CT
Type de phénomène	Amorçage
Type de défaut	Entaille
Type de maillage	Maillage en copeaux en fond d'entaille en 3D ; libre raffiné en 2D
Type de chargement	Chargement non proportionnel, décharge
Documents Code_Aster	CALC_GP : R7.02.16 / U4.82.09 qui fait appel à POST_ELEM. U2.05.08
Inconvénients	Mise en œuvre laborieuse reposant sur maillage en copeaux Lourdeur des maillages en 3D L'usage de la méthode est limitée jusqu'à présent à EDF Validité à étendre en décharge et chargement non proportionnel Validité à confirmer en zone de transition
Avantages	Similitude avec l'approche en J Utilisée par l'ingénierie Pas de restriction vis à vis des « effets » Approche générique – pas de paramètres matériaux spécifiques à identifier sauf Gpc la valeur critique de Gp Pas de restrictions d'utilisation dans le cas de chargement monotone ou proportionnel Utilisée dans plusieurs Benchmarks internationaux
Champs d'application	Transition fragile/ductile sur tuyau [18]/Éprouvettes [17] Comparée à l'expérience sur des études [41], [44]
Perspectives	Poursuite de la validation de l'approche en zone de transition

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7.4 Fiche ID de Beremin

Type d'approche	Approche locale probabiliste – Rupture fragile ou en zone de transition
Type matériau	Élastoplasticité (plasticité confinée) – paramètres spécifiques à identifier : m , σ_u et V_0
Type de phénomène	Amorçage
Type de défaut	Entaille/fissure – préconisations pour une entaille de rayon dépendant de Kj à rupture
Type de maillage	Rayonnant ou réglé raffiné sur une zone autour de la pointe de fissure
Type de chargement	Chargements non proportionnels
Documents Code_Aster	Weibull - R7.02.04 / POST_ELEM – U4.81.22 et U2.05.08
Inconvénients	Matériaux spécifiques à identifier Interprétation d'un résultat probabiliste
Avantages	Diffusée à l'international Utilisée sur des cas industriels Effet de structure [32] Corrélation entre résilience et ténacité [29] Utilisée dans les études [37]
Champs d'application	Éprouvettes CT , Charpy – Matériau de Cuve dans la zone de transition
Perspectives	RAS

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7.5 Fiche ID de Bordet

Type d'approche	Approche probabiliste – Rupture fragile ou en zone de transition
Type matériau	Élastoplasticité (plasticité confinée) – un grand nombre de paramètres matériaux
Type de phénomène	Amorçage
Type de défaut	Entaille/fissure
Type de maillage	Rayonnant ou réglé sur une zone autour de la pointe de fissure
Type de chargement	Chargements non proportionnels
Documents Code_Aster	POST_BORDET - R7.02.06/U4.81.41 et U2.05.08
Inconvénients	Nombreux paramètres difficiles à identifier Approche non encore validée sur un cas industriel à EDF/R&D Très proche de Beremin mais avec un plus grand nombre de paramètres
Avantages	Prise en compte de l'histoire du chargement Appliquée dans un cas de préchargement à chaud [11]
Champs d'application	Idem que pour Beremin
Perspectives	Validation du modèle

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7.6 Fiche ID de Le-Corre

Type d'approche	Approche locale / rupture fragile, ductile ou en zone de transition
Type matériau	Élastoplasticité
Type de phénomène	Amorçage – détermine la nature de l'amorçage
Type de défaut	Entaille/fissure
Type de maillage	Maillages libres quadratiques
Type de chargement	Chargements proportionnels
Documents Code_Aster	U2.05.08
Inconvénients	N'est pas valable si chargement complexes Ne permet pas de prédire le moment d'amorçage Se base sur des résultats locaux en fond de fissures qui peuvent présenter de fortes singularités
Avantages	Facilité de l'utilisation de l'approche qui se base sur un calcul élastoplastique
Champs d'application	Essai de flexion sur tuyau [45]
Perspectives	Prise en compte du volume critique en plus que de la contrainte critique

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7.7 Fiche ID de l'approche en contrainte critique

Type d'approche	Approche locale / rupture fragile, basée sur un critère de comparaison entre contrainte locale et contrainte critique
Type matériau	Viscoplasticité
Type de phénomène	Propagation et arrêt de fissure
Type de défaut	fissure
Type de maillage	Maillages hexaédriques
Type de chargement	Chargements non proportionnels
Documents Code_Aster	Documentations de COMPORTEMENT (U4.51.11) et de DEFI_MATERIAU (U4.43.01) et le cas test (V6.04.226)
Inconvénients	Ne permet pas de prédire le moment d'amorçage Se base sur des résultats locaux en fond de fissures qui peuvent présenter de fortes singularités
Avantages	Facilité de l'utilisation de l'approche qui se base sur un calcul élastoplastique ou viscoplastique
Champs d'application	Arrêt de fissure [12]
Perspectives	Indépendance de la contrainte critique par rapport au type de l'éprouvette

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7.8 Fiche ID des CZM

Type d'approche	Approche alternative basée sur les éléments cohésifs
Type matériau	Élastoplasticité (plasticité confinée ou étendue) – plusieurs formes de lois existent selon l'ouverture de la fissure avec 2 paramètres matériaux σ_c la contrainte critique et G_c l'énergie critique
Type de phénomène	Amorçage et propagation sur un trajet connu a priori
Type de défaut	Éléments cohésifs (en tête de fissure ou d'entaille) mais utilisable aussi sans défaut pour l'initiation
Type de maillage	Maillage spécifique avec éléments cohésifs pour représenter le plan de la fissure crée par CREA_MAILLAGE et CREA_FISS le long d'une ligne de nœuds prédéfinie
Type de chargement	Chargements non proportionnels
Documents Code_Aster	R7.02.11 / U2.05.07
Inconvénients	Paramètres à identifier expérimentalement pour les matériaux des composants. Validation encore insuffisante
Avantages	Utilisée pour faire de la propagation quasi statique et dynamique Utilisée pour simuler un arrêt de fissure
Champs d'application	En rupture fragile sur éprouvette [19] En rupture ductile sur éprouvettes [30] Arrêt de fissure après propagation statique ou dynamique
Perspectives	Prise en compte de la triaxialité en rupture ductile Transition entre endommagement et fissure en fragile [51] et ductile

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7.9 Fiche ID de Rousselier

Type d'approche	Approche locale couplée – rupture ductile
Type matériau	Élastoplasticité (plasticité étendue) – endommagement local ou non local en grandes déformations – paramètres spécifiques à identifier : σ_1 , D_1 , f_0 et A_n
Type de phénomène	Amorçage et propagation
Type de défaut	Fissure ou de préférence entaille / la rupture est décrite par l'adoucissement du comportement global du matériau
Type de maillage	Éléments quadratiques incompressibles et de préférence des éléments incompressibles en grandes déformations _INCO_UPG valables si loi de Rousselier en non local
Type de chargement	Chargements non proportionnels
Documents Code_Aster	R5.03.06/R5.03.07
Inconvénients	Paramètres à identifier expérimentalement sur différents types d'éprouvettes CT et AE Dépendance de la loi Rousselier en local à la taille des mailles Dépendance de la loi Rousselier en non local au paramètre de régularisation Calculs numériques très lourds en temps de calcul
Avantages	Description fine de la rupture ductile
Champs d'application	Éprouvettes Charpy en 3D [29] Éprouvettes AE , $CT3D$ [30] Rousselier non local sur éprouvettes CT [28] Round – Robin, comparaison avec GTN
Perspectives	Validation avec adaptation de maillage en grandes déformations et éléments incompressibles sur une éprouvette 2D en matériau ductile

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7.10 Fiche ID de Rice et Tracey

Type d'approche	Approche locale découplée probabiliste – rupture ductile
Type matériau	Élasto-plasticité (plasticité étendue) un seul paramètre à recaler $(R/R_0)_c$
Type de phénomène	Amorçage
Type de défaut	Fissure ou entaille / la rupture se produit si l'endommagement atteint une valeur critique intrinsèque au matériau – même maillage préconisé pour Beremin : maille carrée de $50\mu m$.
Type de maillage	Maillage valable en thermo-élastoplasticité – très fin en fond de fissure
Type de chargement	Valable pour les taux de triaxialité très grands (>0.5)
Documents Code_Aster	R7.02.06/POST_ELEM- U4.81.22– post-traitement d'un calcul élasto-plastique
Inconvénients	Critère simplifié
Avantages	Approche simple à utiliser
Champs d'application	Vieillissement sous sollicitations mécaniques dans un acier $C-Mn$ [7] Calcul des effets de structures sur ASG [32]
Perspectives	RAS

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7.11 Fiche ID de K-T/J-Q

Type d'approche	Approche globale à 2 paramètres
Type matériau	$K-T$: rupture fragile ; $J-Q$: rupture ductile
Type de phénomène	Amorçage
Type de défaut	Fissure ou entaille
Type de maillage	Maillage valable en thermoélasticité/thermoplasticité
Type de chargement	Chargements monotones et prise en compte de la triaxialité
Documents Code_Aster	Non disponibles
Inconvénients	Non valable si chargement non proportionnels Nécessité de nombreux essais pour identifier le second paramètre
Avantages	Connue à l'international – dans le code $R6$ Approche globale facile à utiliser
Champs d'application	Motivée dans [27]
Perspectives	Opportunité des développements des approches dans *Code_Aster* Application fissure courte Comparaison entre approches

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Conclusions

Après un rappel des notions de base et un aperçu sur les différentes approches qui existent en mécanique de la rupture, une démarche de réalisation d'une étude en mécanique de la rupture est proposée, permettant d'aiguiller l'utilisateur à chaque étape vers le choix qui est le plus adéquat pour le cas traité en faisant référence aux documents de *Code_Aster*. Comme on ne peut pas être exhaustif vis à vis de toutes les particularités et difficultés rencontrées lors d'une étude en mécanique de la rupture, on propose un aiguillage vers les notes et documentations dédiées pour approfondir chaque sujet. Dans chacun des cas, on essaie de préciser les limitations des approches ou des modélisations. Pour une lecture rapide et ponctuelle, on ajoute des tableaux qui permettent de cibler certaines informations clés.

Les approches sur la stabilité et l'amorçage sont dominantes dans ce document au détriment de celles qui traitent de la déchirure. Les méthodes de propagation sous chargement monotone pour simuler la déchirure ductile seront développées ultérieurement.

9 Références

9.1 Livres

[1] B. Barthelemy, Notions pratiques de mécanique de la rupture, Eyrolles, Paris, 1980

[2] H.D. Bui, Mécanique de la rupture fragile, Masson, Paris, 1978

[3] S. Forest, G. Cailletaud J. Besson, J.L. Chaboche, Mécanique non linéaire des matériaux, Hermès, Paris, 2001

[4] D. François, A. Pineau, A. Zaoui, Comportement mécanique des matériaux, Hermès, Paris 1993

[5] J.B. Leblond, Mécanique de la rupture fragile et ductile, Lavoisier, Paris 2003

[6] P. Suquet, Rupture et Plasticité, Cours Ecole Polytechnique

9.2 Articles et thèses

[7] J. Belotteau-Schroeder, Comportement et rupture d'un acier au C-Mn en présence d'un vieillissement sous déformation, thèse ECP, janvier 2009

[8] F. Beremin, A local criterion for cleavage fracture of a nuclear pressure vessel steel, Metall. Trans. 14A, pp 2277-2287, 1981

[9] C. Berdin, M. Hajjaj, P. Bompard, S. Bugat, Local approach to fracture for cleavage crack arrest prediction, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 75, Issue 11, Pages 3264-3275, juillet 2008

[10] J. Besson, D. Steglich, W. Brocks, Modeling of crack growth in round bars and plane strain specimens, International Journal of Solids and Structures, Vol. 38, Issues 46-47, Pages 8259-8284, novembre 2001

[11] S. Bordet, B. Tanguy, J. Besson, S. Bugat, D. Moinereau, A. Pineau, Cleavage fracture of RPV steel following warm-prestressing: micromechanical analysis and interpretation through a new model, Fatigue and Fracture Mechanics, Vol. 29, n° 9-10 – 2006

[12] A. Dahl, Etude de l'arrêt de fissure de clivage d'un acier bainitique par l'approche locale, thèse

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

à l'Ecole Centrale de Paris, janvier 2012

[13] V. Le Corre, Etude de la compétition déchirure ductile / rupture fragile : application à la tenue mécanique des tubes en acier C-Mn et de leurs joints soudés, thèse de Doctorat de l'Université de Lille 1, 2006

[14] S. Marie, Approche énergétique de la déchirure ductile, thèse de l'Ecole de l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique, 1999

[15] R.O. Ritchie, J.F. Knott, J.R. Rice, On the relationship between critical tensile stress and fracture toughness in mild steel, Journal of Mechanics and Physics of Solids, Vol. 21, Issue 6, Pages 395-410, novembre 1973

[16] I. Scheider, W. Brocks, Simulation of cup-cone fracture using the cohesive model, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 70, Issue 14, Pages 1943-1961, septembre 2003

9.3 Notes

[17] R. Bargellini, Synthèse des travaux de Le Hoai Nam sur la comparaison des approches Gp et Beremin, H-B30-2010-02909-FR

[18] R. Bargellini & Y. Wadier, Synthèse des actions menées en 2009-2010 sur le sujet de la transition ductile/fragile dans le cadre du projet ANODE, H-T64-2010-02298-FR, décembre 2010

[19] G. Debruyne, Prédictions comparatives de l'amorçage d'une fissure par un modèle cohésif et le critère de Griffith, dans un milieu élastique et élastoplastique, H-T64-2011-00278-FR

[20] G. Debruyne, Proposition d'un paramètre énergétique de rupture ductile en thermoplasticité, HI-74/95/027/0, février 1996

[21] E. Galenne, Projet ANODE – Cartographie des approches disponibles en mécanique de la rupture, H-T64-2008-02200-FR

[22] P. Le Delliou, Mise en évidence sur des éprouvettes minces sollicitées en traction - Mise au point des essais, H-T24-2009-01398, décembre 2009

[23] P. Le Delliou, Projet PHYRIS : Expertise sur les normes et règles en mécanique de la rupture, H-T26-2007-01961-FR, février 2008

[24] P. Le Delliou, Méthode analytique d'estimation de J pour un défaut de surface dans un joint soudé circonférentiel sur un tube droit soumis à des chargements mécaniques, Note H-T26-2008-02027, juillet 2009

[25] P. Le Delliou, Calcul de J pour un défaut circonférentiel soumis à des chargements mécaniques, Note H-T26-2008-00180, octobre 2008

[26] P. Le Delliou, Produits moulés du CPP : compte rendu de l'essai en flexion 4 points à 100°C d'un tube moulé comportant un défaut en ZAT de soudure, H-T24-2010-00174-FR, mai 2010

[27] E. Meister, Approche à deux paramètres en mécanique de la rupture, HI-74/94/020/0, juin 1994

[28] S. Michel-Ponnelle et R. Bargellini, Validation d'éléments finis à 3 champs pour traiter les grandes déformations plastiques et régulariser le modèle de Rousselier, H-B30-2009-00094-FR, mai 2009

[29] A. Parrot, Passage de la résilience à la ténacité dans la zone de transition ductile-fragile de l'acier de cuve, H-T26-2003-0004-FR, février 2003

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

[30] A. Parrot, Projet ANODE : Tests de mise en oeuvre du modèle de zones cohésives appliqué à la rupture ductile développé dans Code_Aster, HT24-2010-168/APR

[31] N. Sellali, J. Messier, S. Géniaut, Méthodologie de simulation du comportement mécanique d'une fissure en épreuve hydraulique primaire, H-T64-2008-03360-FR, janvier 2009

[32] P. Sémété, O. Heurtebize, Interprétation numérique des essais de flexion sur tuyauteries soudés de type ASG N4 et d'essais sur éprouvettes CT – Étude de l'effet de structure sur le comportement à rupture avec l'approche locale, HT-26/00/040/A, novembre 2000

[33] A. Yaméogo, Modélisation 3D de l'allongement total d'un tube de gainage sous pression en présence d'un gradient thermique azimutal, H-T24-2008-03231-FR

[34] Y. Wadier, Synthèse de l'état de l'art sur les approches globale et locale en mécanique de la rupture élastoplastique. Contribution au projet Gala, H-I70-2001-02348-FR, septembre 2001

[35] Y. Wadier, M. Bonnamy, Utilisation de l'approche énergétique pour modéliser les grandes déchirures. Contribution au projet Gala, HI-74/01/024/A, décembre 2001

[36] Y. Wadier, Bilan du projet GALA : « Lien entre les approches globale et locale en mécanique de la rupture », HT-64/03/011/A, juin 2003

[37] Y. Wadier, Synthèse des études relatives à la rupture par clivage, réalisées dans le cadre du projet GALA, H-T64-2003-0002, mars 2003

[38] Y. Wadier, Bilan des études préliminaires réalisées dans le cadre du projet GALA, HT-64/02/012/A, décembre 2002

[39] Y. Wadier, Synthèse des études relatives à la déchirure ductile, réalisées dans le cadre du projet GALA, H-T64-2003-00484-FR, mars 2003

[40] Y. Wadier, Présentation succincte de l'approche énergétique de la rupture élastoplastique appliquée à la rupture par clivage, H-T64-2003-00078-FR, juillet 2010

[41] Y. Wadier, Lien entre les approches globale et locale en mécanique de la rupture élastoplastique, H-T64-2007-00213, juin 2007

[42] Y. Wadier, Etudes exploratoires en mécanique de la rupture élastoplastique : grandes déformations, effet WPS, correction K-bêta, mode mixte, H-T64-2009-02867, mai 2010

[43] Y. Wadier, Premiers calculs dans la zone de transition fragile / ductile à l'aide de l'approche énergétique en mécanique de la rupture élastoplastique, H-T64-2009-03918-FR, septembre 2010

[44] Y. Wadier, Prévision par l'approche énergétique de la mécanique de la rupture élastoplastique de la propagation/arrêt de défauts situés dans une cuve soumise à un choc thermique, H-T64-2006-04214-FR, juin 2007

9.4 Comptes rendus

[45] R. Bargellini, Projet ANODE : Simulation d'un essai de flexion échelle 1 d'un tuyau représentatif du tronçon ARE-ASG, CR-AMA-10.139

[46] R. Bargellini, Comparaison Gp Beremin : bilan de la réunion d'avancement du post doctorat au 21 avril 2010, CR-AMA-10.112

[47] L. Flandi, Projet ANODE - livrable L2.2b : étude bibliographique sur les approches à deux paramètres en rupture fragile, CR-AMA-10.371

[48] J. Laverne, Point technique sur les différentes approches en modélisation de la rupture ductile, CR-AMA-10.360

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

[49] J. Laverne, Rupture ductile avec les modèles cohésifs : bibliographie et proposition d'une loi, CR-AMA-09.074

[50] J. Laverne, Bilan sur les modélisations éléments finis surfaciques pour la fissuration cohésive, CR-AMA-10.252

[51] S. Michel-Ponnelle et S. Cuvilliez, Transition entre endommagement continu et représentation discrète de la fissure – Réunion de suivi de la thèse de Sam Cuvilliez, CR-AMA-2010.366

[52] S. Géniaut, Critères et méthodes de raffinement pour les calculs X-FEM, CR-AMA-11.139

[53] S. Géniaut, X-FEM dans Code_Aster – Synthèse des développements et applications, CR-AMA-11.279

9.5 Documentations Code_Aster

[54] R7.02.01, Taux de restitution de l'énergie en thermo élasticité linéaire

[55] R7.02.02, Taux de restitution de l'énergie en thermo élasticité non linéaire

[56] R7.02.04, Modèle de Beremin

[57] R7.02.05, Calcul des facteurs d'intensité de contraintes en thermo élasticité linéaire plane

[58] R7.02.06, Modèle de Bordet, de Rice et Tracey

[59] R7.02.08, Calcul des coefficients d'intensité de contraintes par extrapolation du champ de déplacements

[60] R7.02.11, Lois de comportement cohésive CZM et pilotage de chargement

[61] R7.02.16, Méthode Gp : une approche énergétique de la prédiction du clivage

[62] R5.03.15, Comportement viscoplastique de Chaboche

[63] R5.03.06, Modèle de Rousselier en grandes déformations

[64] R5.03.07, Modèle de Rousselier en rupture ductile

[65] U4.81.22, Opérateur POST_ELEM

[66] U4.81.41, Opérateur POST_BORDET

[67] U4.82.03, Opérateur CALC_G

[68] U4.82.05, Opérateur POST_K1_K2_K3

[69] U4.82.09, Opérateur CALC_GP

[70] U4.82.06, Opérateur RECA_WEIBULL

[71] U4.82.07, Opérateur POST_K_BETA

[72] U4.82.08, Opérateur DEFI_FISS_XFEM

[73] U4.82.11, Opérateur PROPA_FISS

[74] U4.81.01, Opérateur DEFI_FOND_FISS

[75] U2.05.01, Domaine d'utilisation des opérateurs de mécanique de la rupture

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

[76] U2.05.07, Notice d'utilisation des modèles de zones cohésives

[77] U2.05.02, Notice d'utilisation de la méthode X-FEM

[78] U2.05.04, Notice d'utilisation pour le calcul de charge limite

[79] U2.05.06, Réalisation de calculs d'endommagement en quasi statique

[80] U2.05.08, Réalisation d'un calcul de prédiction de rupture par clivage

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)