Utilisation de méthodes de résolution transitoires pour les problèmes quasi-statiques fortement non linéaires

Résumé :
Ce document présente l'utilisation de méthodes de résolution transitoires (implicites ou explicites) pour la simulation numérique de problèmes quasi-statiques présentant de fortes non-linéarités matériaux. On ne cherche qu'à obtenir des solutions où les effets dynamiques sont négligeables.
Ces méthodes de résolution (basées sur l'usage de DYNA_NON_LINE) sont conçues comme une alternative aux approches quasi-statiques habituelles de *Code_Aster* (basées sur STAT_NON_LINE) lorsqu'elles s'avèrent incapables de converger en un temps acceptable. Cela peut être le cas pour des applications mettant en œuvre des matériaux endommageants.
Les méthodes qui sont l'objet de ce document sont de deux types :

1) résolution transitoire implicite,
2) résolution explicite pseudo-dynamique.

Le choix sera dépendant de la nature du problème à traiter, en particulier, en lien avec l'échelle de temps considérée. L'usage de ces stratégies étant plus délicat que l'approche quasi-statique, elles sont à réserver aux cas les plus problématiques.
La lecture de la documentation U2.06.13 constitue un pré-requis fortement conseillé : les conseils généraux d'utilisation de DYNA_NON_LINE restent pertinents.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table de matières

Table des Matières

1 Introduction....3
2 Fonctionnalités disponibles en quasi-statique et absentes en transitoire....3
3 Passage d'un calcul quasi-statique à un calcul transitoire....4
4 Mise en œuvre numérique....5
4.1 Discrétisation en temps....5
4.2 Choix des schémas d'intégration en temps....6
4.3 Modèles d'amortissement....6
4.3.1 Amortissement de Rayleigh....6
4.3.2 Amortissement dû au schéma en temps [bib2]....7
4.4 Adaptation des méthodes explicites....7
5 Contrôle de la qualité des solutions calculées....8
5.1 Quantités d'intérêt issues du quasi-statique....8
5.2 Grandeurs complémentaires dynamiques à analyser....8
5.3 Exemples d'analyse....8
6 Optimisation des performances....12
7 Conclusion....13
8 Bibliographie....13

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Introduction

De nombreux problèmes de mécanique nécessitent la prise en compte, au niveau matériau, de comportements endommageants : structures en béton armé, modèles de sols…
La relation de comportement peut alors présenter de l'adoucissement et les méthodes de résolution quasi-statiques implicites connus éprouvent des difficultés à converger (l'opérateur de raideur tangent devient singulier). Dans certains cas, même le recours à des stratégies très performantes comme la recherche linéaire mixte ou le pilotage est insuffisant.
Afin de pouvoir s'affranchir de ces limitations, il existe des stratégies alternatives qui se base sur des méthodes inspirées par les outils de l'analyse transitoire directe [bib1].
On précise clairement qu'il n'est pas question ici de vouloir simuler une réponse dynamique de type vibratoire ou avec propagation d'ondes : on cherche à obtenir des solutions en évolution lente, donc en cohérence avec l'hypothèse de quasi-staticité. Les méthodes dynamiques habituelles doivent donc être adaptées à ce cadre et la solution ainsi obtenue devra vérifier les hypothèses d'évolution suffisamment lente.
Enfin, il convient de bien garder à l'esprit que ces approches transitoires, de part leurs spécificités, doivent être utilisées en dernier recours, lorsque toutes les parades disponibles dans STAT_NON_LINE ont échoué.
Le préalable à l'utilisation des méthodes présentées dans cette documentation est donc d'avoir déjà mis au point et testé exhaustivement les options disponibles dans STAT_NON_LINE pour l'application considérée. Il va de soi qu'une bonne connaissance de STAT_NON_LINE et DYNA_NON_LINE est aussi fortement recommandée de même que la lecture des documentations correspondantes : R5.03.01, R5.05.05 et surtout U2.06.13.
En particulier, les conseils généraux d'utilisation de l'opérateur DYNA_NON_LINE donnés dans la documentation U2.06.13 restent valables et ils constituent donc un préalable indispensable à la bonne mise en œuvre des méthodes qui font l'objet de cette documentation.

2 Fonctionnalités disponibles en quasi-statique et absentes en transitoire

On va aborder ici, principalement, la problématique des lois endommageantes, en version locale. En effet, les approches non locales, comme GRAD_VARI ne sont pas disponibles en dynamique. Il conviendra donc de faire particulièrement attention à se définir une taille de maille minimale adaptée pour ne pas observer de phénomènes de localisation excessifs.

Ensuite, les méthodes de type recherche linéaire (mixte ou pas) ne sont pas autorisées en dynamique. Ce manque est à relativiser, sachant que les tentatives d'applications de ces méthodes sur des études de structures en béton armé en dynamique n'ont pas mis en avant d'apport significatif sur la convergence, contrairement à ce que l'on observe en quasi-statique. Signalons, néanmoins, qu'aucun argument théorique n'interdirait l'usage de ces méthodes en dynamique.

Enfin, les techniques de pilotage disponibles dans STAT_NON_LINE (longueur d'arc, par exemple) sont interdites en dynamique car elles n'ont alors pas de sens.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Passage d'un calcul quasi-statique à un calcul transitoire

Loin de se limiter à remplacer le terme STAT_NON_LINE par DYNA_NON_LINE dans un fichier de commande (ainsi que de définir les masses volumiques, *a minima*…), le passage du quasi-statique au transitoire doit s'accompagner d'un certain nombre de précautions indispensable, sous peine de fortement dégrader la qualité de la solution numérique obtenue.
Ces adaptations, décrites en détail dans la documentation U2.06.13, portent sur :

- la régularisation en temps des conditions aux limites,
- la définition de conditions initiales qui n'introduisent pas d'oscillations numériques.

En complément de ces aspects généraux, l'utilisateur devra porter attention à d'autres adaptations plus spécifiques.

- Définition des masses volumiques :
  d'un point de vue physique, il faut, bien évidemment, définir la masse volumique en tout point du modèle. Si le modèle comprend des éléments discrets, il faudra leur attacher une masse discrète. L'opérateur de masse assemblé doit être inversible. Les artifices parfois employés en quasi-statiques comme des raidissements sur des zones du modèle (ancrages…) avec des matériaux ayant des modules d'Young très grands (ou des raideurs ponctuelles très grandes) sont à manier avec précaution. En effet, ces zones très raides vont engendrer en dynamique des perturbations hautes fréquences. De plus, avec un schéma en temps explicite, ces zones très raides risquent de faire chuter la valeur du pas de temps critique (*cf.* R5.05.05).
- Définition des tailles de maille et des pas de temps :
  comme préalable au calcul transitoire, il est fortement recommandé de mener un calcul modal (avec CALC_MODES) pour obtenir des informations modales qui vont permettre de qualifier la qualité du modèle en dynamique et d'ajuster certains paramètres. L'objectif n'étant pas de rentrer dans les détails de l'analyse modale, on peut néanmoins rappeler quelques règles.
  On cherche des solutions basses fréquences, donc seuls les premiers modes sont pertinents. Leur bonne représentation peut donner des indications sur les tailles de mailles à employer, en plus des considérations déjà prises en compte pour les calculs quasi-statiques précédents. En gros, une dizaine de mailles par longueur d'onde la plus petite est suffisant.
  L'analyse modale va aussi permettre de vérifier que le modèle est exempt de problèmes comme des contributions non définies à l'inertie ou à la raideur.

Enfin, l'analyse modale est indispensable pour l'utilisation de l'amortissement modal dans DYNA_NON_LINE ou pour recaler l'amortissement de Rayleigh, comme on va le voir dans ce qui suit.

- Définition de l'amortissement :
  l'utilisateur devra aussi se poser la question de l'amortissement intrinsèque au modèle qu'il veut utiliser.
  Dans DYNA_NON_LINE, en dehors des éléments discrets, on peut introduire un amortissement global de type Rayleigh ou modal. Étant donné que l'on cherche à simuler des évolutions lentes, on peut être tenté d'utiliser des valeurs d'amortissement plus élevées que pour les calculs dynamiques classiques. Un compromis reste cependant à trouver, au cas par cas, entre un problème insuffisamment amorti (qui présentera des oscillations) et un problème trop amorti (amortissement critique voire sur-critique).
  On conseille donc de commencer par mettre en œuvre un amortissement « réaliste » (donc de valeur identique à ce que l'on rencontre en dynamique transitoire). Ensuite, si cet amortissement est jugé insuffisant, de l'augmenter progressivement.
  Sur différentes applications [bib1], on a pu constater qu'un amortissement de type Rayleigh, recalé sur un amortissement modal équivalent de l'ordre de 20 %, voire 30 % était convenable.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Mise en œuvre numérique

Ce chapitre va aborder les choix à privilégier au niveau des méthodes numériques de DYNA_NON_LINE [bib2].
D'une manière générale, on conseille de suivre la logique suivante :

1) une fois les possibilités de résolution quasi-statique au travers de STAT_NON_LINE épuisées (y compris la recherche linéaire et le pilotage),
2) commencer les approches dynamiques par une résolution implicite,
3) en cas d'échec des stratégies implicites transitoires (y compris en combinant différents amortissements comme Rayleigh et un schéma de type HHT [bib2] et [bib3]), on bascule en explicite (en ayant au préalable vérifié que l'amortissement global ne dépend pas de la matrice de raideur).

Pour chaque approche transitoire, il convient de commencer avec le moins d'amortissement possible, donc, en particulier, avec des schémas en temps non dissipatifs (comme Newmark ou les différences centrées [bib4]).

4.1 Discrétisation en temps

Contrairement au quasi-statique, le temps a un sens physique. Sa discrétisation en est d'autant plus sensible.
On peut énoncer quelques règles :

- l'évolution des chargements imposés doit être échantillonnée de manière suffisamment fine (entre 5 à 10 pas de temps par période la plus courte des signaux considérés),
- le comportement modal de la structure doit être bien représenté (comme ci-dessus, on doit avoir entre 5 et 10 pas de temps par période la plus faible des modes considérés).

Etant donné le caractère basse fréquence des problèmes que l'on veut aborder ici, ces deux règles ne sont en général pas très pénalisantes. Néanmoins, comparé aux pas de temps des calculs quasi-statiques précédents, les pas de temps dynamiques peuvent être assez nettement plus faibles.

En explicite, il faut en plus respecter la condition de Courant (CFL *cf.* [bib5], [bib2] et R05.05.05) sous peine de divergence numérique. Pour un schéma d'intégration de type différences centrées, le pas de temps critique vaut $2/\omega$ avec ω qui est la plus haute pulsation propre du système.
On peut calculer cette pulsation avec CALC_MODES en choisissant l'option 'PLUS_GRANDE'.
Pour plus de détails, le lecteur pourra se reporter à la documentation U2.06.13.

Pour la plupart des structures, la condition de Courant est très pénalisante : la célérité des ondes étant souvent de l'ordre de quelques milliers de m / s, on arrive à des pas de temps de moins de 10^{-5} s.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.2 Choix des schémas d'intégration en temps

On peut classer les schémas implicites en deux catégories (on met de côté, volontairement, les schémas d'ordre 1 et / ou en vitesse qui sont plus spécifiquement adaptés aux problèmes très irréguliers) :

- accélération moyenne (NEWMARK [bib4]) d'ordre 2 et qui n'apporte pas de dissipation numérique : à utiliser en premier,
- HHT complet (MODI_EQUI = 'OUI' [bib3]) qui reste d'ordre 2, contrairement au cas de l'accélération moyenne modifiée (MODI_EQUI = 'NON', option par défaut). Ce schéma est spécifiquement développé pour introduire un amortissement numérique haute fréquence et donc ne pas perturber la réponse physique basse fréquence. L'amortissement est directement piloté par le paramètre ALPHA du schéma.

Si l'on observe des oscillations hautes fréquences dans la solution numérique (en gros, des oscillations dont la période est de l'ordre de quelques pas de temps), on peut choisir le schéma HHT complet, pour commencer avec une valeur de l'ordre de –0,1 pour le paramètre ALPHA. Une valeur de –0,3 constitue une limite haute encore utilisable.
Si l'on désire plus d'amortissement en moyenne fréquence, alors le schéma d'accélération moyenne modifié peut être employé.

En explicite, on dispose de deux schémas :

- différences centrées (DIFF_CENT [bib4]) qui est non dissipatif,
- Tchamwa-Wielgosz (TCHAMWA [bib6]) qui est dissipatif, d'une manière comparable à HHT.

Ici encore, on préconise de commencer par utiliser un schéma non dissipatif.

4.3 Modèles d'amortissement

L'ordre d'introduction et d'utilisation de la dissipation dans le modèle discrétisé est le suivant :

1) dissipation intrinsèque liée aux relations de comportement non linéaire, aux liaisons (frottement),
2) dissipation globale de type amortissement structurale (Rayleigh ou modal),
3) dissipation numérique du schéma en temps.

Idéalement, la première catégorie devrait être suffisante, mais en pratique, pour des raisons de simplification du modèle, il est souvent indispensable d'ajouter de l'amortissement structural, l'amortissement du schéma étant le dernier recours.
Nous n'aborderons ici que l'usage de l'amortissement structural, au sens de Rayleigh, et celui lié au schéma.
Rappelons juste que plus on va multiplier les sources de dissipation, plus leur maîtrise et leur interprétation physique seront ardues.

4.3.1 Amortissement de Rayleigh

Ce modèle permet de définir la matrice globale d'amortissement C comme étant une combinaison linéaire des matrices de rigidité et de masse (pour avoir une matrice d'amortissement diagonale sur la base des modes dynamiques habituels) :

$$\boldsymbol{C} = \alpha \boldsymbol{K} + \beta \boldsymbol{M}$$

La documentation U2.06.13 le présente en détail.

Les coefficients d'amortissement de Rayleigh sont définis, au niveau des caractéristiques du matériau (commande DEFI_MATERIAU), par les paramètres AMOR_ALPHA et AMOR_BETA. Les valeurs à imposer pour obtenir l'amortissement souhaité dans l'intervalle des fréquences propres f1 et f2 se déduisent des équations suivantes :

Equation 1 : $$\alpha = \frac{\xi}{\pi(f1 + f2)}$$

Equation 2 : $$\beta = \frac{4\xi\pi\ f1 f2}{f1 + f2}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Où f1 et f2 sont les deux fréquences propres bornant l'intervalle d'étude considéré. Dans le cadre de ce document, on cherche des solutions basses fréquences, donc les fréquences f1 et f2 seront associées aux premières fréquences du modèle, dont les modes sont cohérents avec le chargement imposé.

4.3.2 Amortissement dû au schéma en temps [bib2]

Les documentations R05.05.05 et U2.06.13 présentent cet aspect. On va ici se borner à en rappeler les grandes tendances.
Pour résumer, on peut rappeler que, parmi les schémas implicites :
- le schéma d'accélération moyenne ne dissipe pas,
- seul le schéma HHT complet ne perturbe pas le domaine basse fréquence,
- pour une même valeur du paramètre ALPHA l'accélération moyenne modifiée introduit beaucoup plus de dissipation que le schéma HHT.

Afin de mettre en exergue l'influence de l'amortissement haute fréquence des schémas implicites, la documentation U2.06.13 présente des exemples d'applications.

Enfin, en ce qui concerne les schémas explicites, l'allure de l'amortissement du schéma de Tchamwa est qualitativement proche de celle de l'accélération moyenne modifiée.

4.4 Adaptation des méthodes explicites

La stabilité conditionnelle des schémas explicites les rend très peu adaptés à la simulation de phénomènes lents. Les méthodes explicites de résolution ne sont pas utilisées ici pour capter des phénomènes rapides comme la propagation d'ondes, mais il faut percevoir leur usage comme un solveur particulier que l'on adapte pour des problèmes lents.
Afin de pouvoir augmenter le pas de temps critique [bib2], on peut augmenter la masse volumique de la structure (ce qui fait baisser la célérité des ondes proportionnellement à sa racine carrée) :

$$c_p = \sqrt{E/\rho}$$

Il faut cependant le faire progressivement.
En effet, deux risques existent :
- si le pas de temps devient trop grand, la solution calculée pourra manquer certains phénomènes comme l'apparition de bandes de cisaillement et aller jusqu'à bifurquer vers une branche très différente de la réponse attendue,
- l'augmentation de la masse volumique peut être limitée par le mauvais conditionnement de la matrice de masse.

A titre d'indication, le pas de temps maximal en explicite (et donc la masse volumique maximale) peut être du même ordre de grandeur que le pas de temps nécessaire au calcul transitoire implicite, en tout cas, il doit rester inférieur au pas de temps quasi-statique. Ce sont des tendances grossières, qui ne dispensent pas d'une étude paramétrique sur le pas de temps explicite.

Si le modèle présente de fortes hétérogénéités de raideur (définition de plusieurs matériaux), il peut être pertinent de modifier les masses volumiques séparément, de manière à avoir une condition de Courant relativement homogène entre les zones ayant des matériaux différents.

Remarque importante

Si l'on impose des conditions aux limites en déplacement qui évoluent au cours du temps, il faut tenir compte du fait que ces conditions sont en fait imposées en accélération en explicite (car c'est l'inconnue primale). Cela signifie que l'on doit entrer dans DYNA_NON_LINE la dérivée seconde du signal en déplacement que l'on veut imposer. Cette évolution du déplacement imposé doit donc être dérivable au moins deux fois en temps…

Pour finir, il est recommandé d'utiliser une matrice de masse diagonale (lumpée), ce qui s'obtient par le mot-clé MASS_DIAG = 'OUI' de DYNA_NON_LINE. Cette option de calcul n'étant pas disponible pour tous les éléments finis, l'utilisateur peut être contraint d'utiliser la masse consistante, le cas échéant, comme en implicite.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Contrôle de la qualité des solutions calculées

5.1 Quantités d'intérêt issues du quasi-statique

Comme pour les calculs quasi-statiques, on peut classer les quantités pertinentes pour le post-traitement en deux catégories [bib1] :

1) évolutions de type force / déplacement : quantités permettant d'interpréter la réponse globale de la structure,
2) isovaleurs de champs comme l'endommagement ou la déformation plastique cumulée.

5.2 Grandeurs complémentaires dynamiques à analyser

En plus de ces analyses, pour les calculs dynamiques, il est indispensable de vérifier que l'hypothèse d'évolution lente est respectée. Pour cela, il faut s'assurer que les forces d'inertie restent faibles devant les autres efforts dans le système (efforts extérieurs et intérieurs). Un moyen simple pour avoir une évaluation de l'évolution des forces d'inertie au cours du calcul consiste à observer le champ d'accélération au cours du temps.
Un premier critère simple peut se baser sur une norme (infinie) de l'accélération à chaque instant. En cas d'augmentation notable et durable de l'accélération (par exemple au-delà de 1 m/s^2 sur plusieurs pas de temps de suite), cela signifie que des phénomènes dynamiques (donc non pris en compte par une résolution quasi-statique) se produisent :

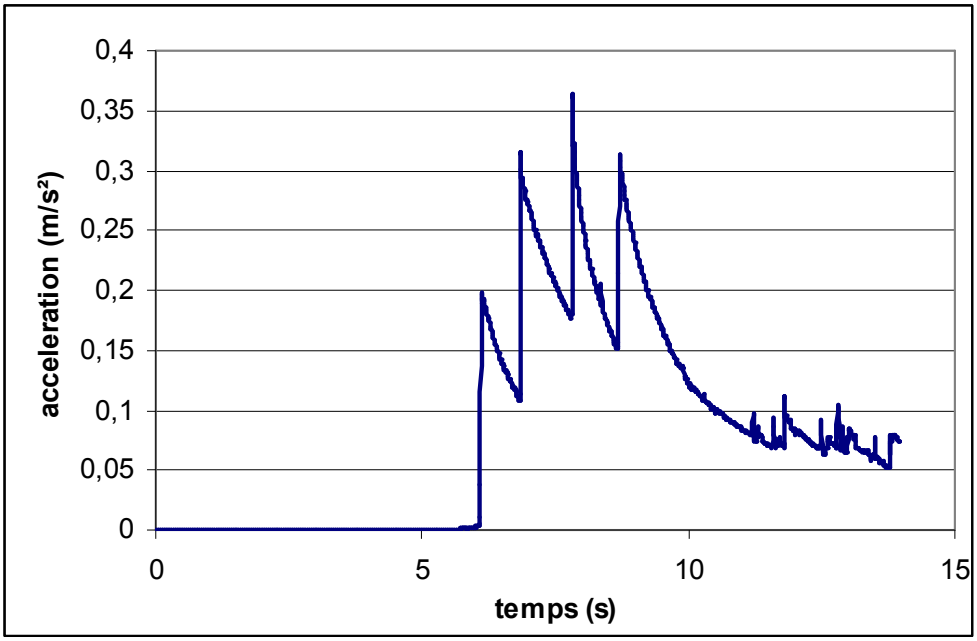
- si l'on est dans un cadre physique, donc avec une masse volumique réaliste, la solution calculée est donc soumise à des phénomènes dynamiques non négligeables ;
- si l'on est dans un cadre explicite où la masse volumique à été multipliée pour augmenter le pas de temps critique, alors les effets d'inertie constatés sont le signe que la méthode de résolution n'est pas adaptée. Il est alors impératif de modifier les paramètres, comme baisser la masse volumique, modifier l'amortissement…

Dans le premier cas, on peut tenter de relancer un calcul avec un pas légèrement plus fin et éventuellement un amortissement de Rayleigh un peu plus élevé, voire avec un schéma type HHT. Si, même avec toutes ces modifications, la solution présente encore des effets d'inertie, alors toute approche quasi-statique est inadaptée.

5.3 Exemples d'analyse

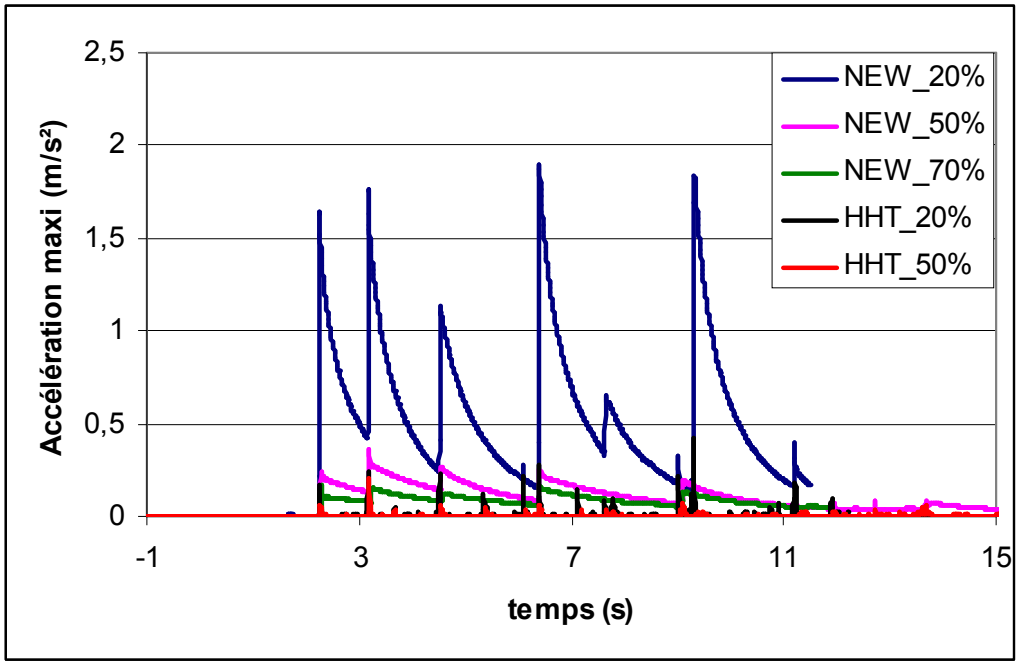
Sur le graphe ci-dessous (petite structure en béton armé), on présente un cas où l'accélération va devenir non négligeable, à partir de 6 s. La valeur maximale reste inférieure à 0,4 m/s^2 et nous sommes dans un cas avec masse volumique réaliste. De plus, l'accélération va redevenir faible après 10 s : de tout cela on peut conclure que le calcul reste compatible avec l'hypothèse d'évolution lente.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

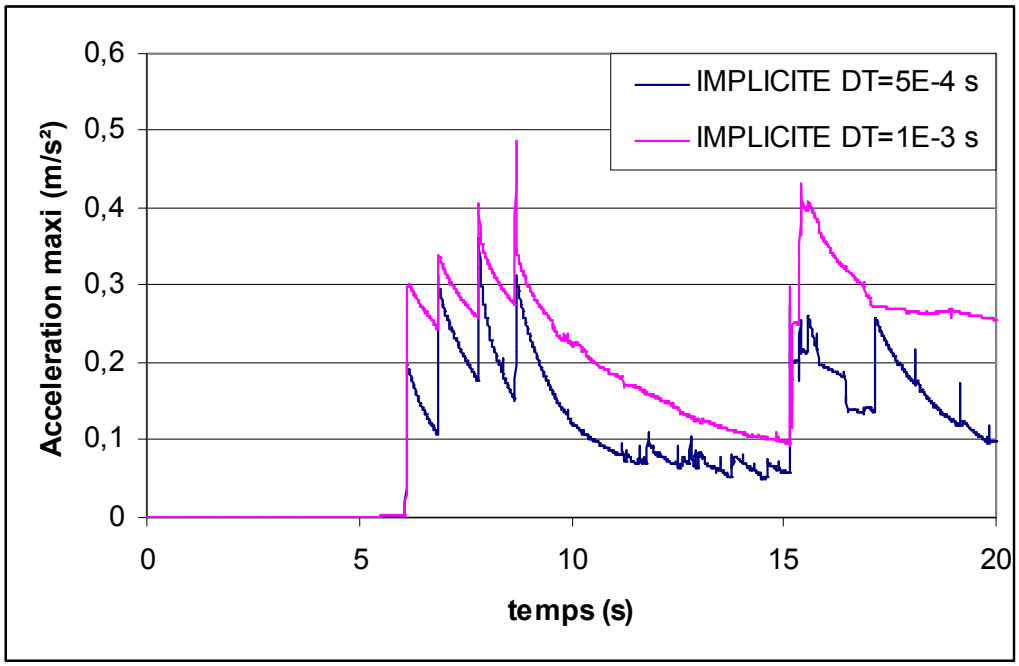


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Sur le graphe suivant, on peut quantifier l'influence de l'amortissement (dû à Rayleigh et au schéma) sur l'accélération maximale. Globalement, sur cet exemple, l'utilisation d'un schéma de type HHT avec un amortissement de Rayleigh calé sur une valeur modale équivalent de 20 % est bien adaptée (courbe noire). En revanche le schéma d'accélération moyenne (Newmark) ne permettra de contrôler l'accélération que si on le couple avec un amortissement de Rayleigh très important : 50 % d'amortissement modal équivalent. La solution calculée risque alors d'être trop dissipative.

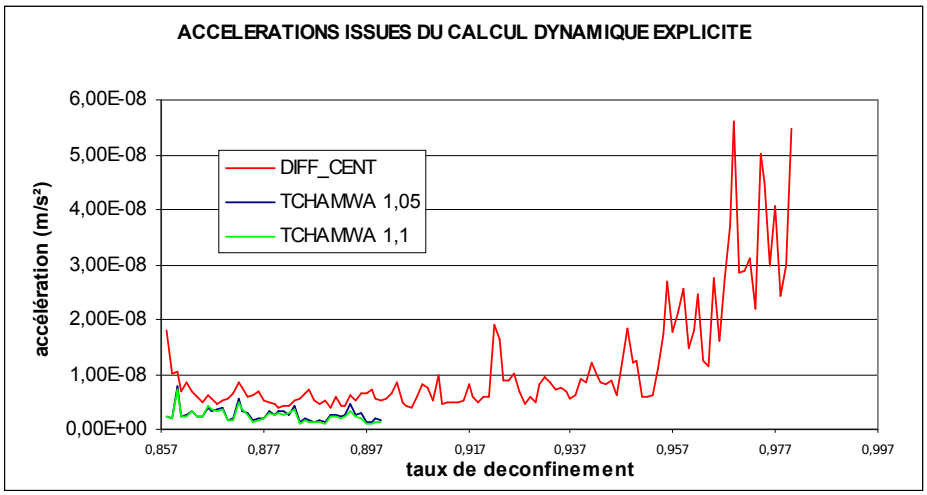


Sur la figure suivante, on peut juger de l'influence d'un paramètre de la discrétisation : le pas de temps, en terme de maîtrise de l'accélération maximale. La valeur de 10^{-3} s pour le pas de temps n'est pas bien choisie et il est alors préférable de diviser le pas de temps par deux. Pour analyser ce comportement, il est indispensable de mener une étude paramétrique sur le pas de temps.

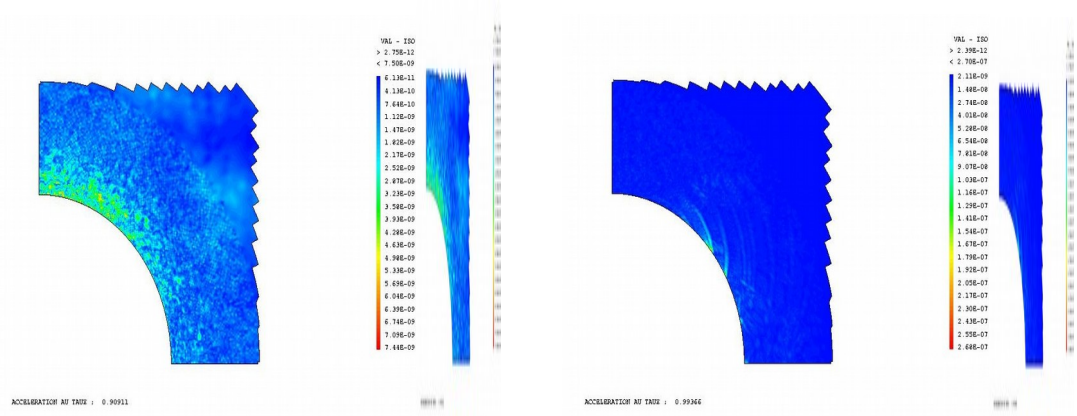


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Dans le cas d'une résolution explicite (sur un exemple très différent des précédents : excavation d'une galerie circulaire [bib1]) on compare différents schémas en temps : les différences centrées (donc sans amortissement induit) et le schéma de Tchamwa pour deux valeurs du paramètre `PHI`. Plus ce paramètre est grand, plus on introduit d'amortissement haute fréquence et cet amortissement devient nul pour `PHI=1`.



En complément des courbes précédentes, il est instructif de visualiser quelques isovaleurs de norme d'accélération (pour le même exemple d'excavation en explicite) :



Sur la figure de gauche, on est dans une phase d'accélération faible (la non-linéarité liée au taux de déconfinement est encore faible). L'allure du champ d'accélération est assez aléatoire : on ne peut percevoir de « motif » trahissant un phénomène dynamique réel.
Sur la figure de droite, la non-linéarité est établie et l'on observe une répartition d'accélération très différente : on voit se dessiner l'allure de bandes de cisaillement sur le pourtour de l'excavation. Mais même dans ce cas, les valeurs maximales d'accélération restent très faibles (y compris en tenant compte du facteur d'augmentation de la masse volumique). La solution obtenue explicitement est donc pertinente au sens d'une évolution lente.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Optimisation des performances

Dans la plupart des cas il est recommandé de mener le calcul en quasi-statique lorsque les non-linéarités sont modérées, puis, dès que le nombre d'itération à convergence pour l'équilibre augmente significativement, de basculer en dynamique (implicite, puis explicite si besoin est). Plus précisément on conseille de basculer avant l'apparition de fortes non-linéarités, de manière à ce que le calcul dynamique s'initie sur une évolution encore assez «régulière ».

En quasi-statique, il n'est pas rare de devoir effectuer plus de 10 itérations pour avoir la convergence au sens du résidu en équilibre. En dynamique implicite cette valeur de 10 itérations constitue, en général, une bonne valeur de départ pour le paramètre ITER_GLOB_MAXI de CONVERGENCE. Si l'on ne peut converger en moins de 10 à 20 itérations, il est alors préférable de diminuer le pas de temps plutôt que d'augmenter le nombre maximal d'itérations autorisé.

En explicite, il n'y a pas d'itérations pour l'équilibre, le coût de calcul de chaque pas de temps sera donc constant, quel que soit le niveau de non-linéarité (hormis, éventuellement, la vérification locale du comportement). Dans le cas d'un calcul quasi-statique où la non-linéarité va en croissant avec le temps, on peut donc trouver un point de croisement, au niveau du temps CPU, pour lequel l'efficacité des méthodes explicites (voire implicite suivant les cas) devient plus grande que de continuer en quasi-statique. Le gain apporté par un pas de temps plus grand en quasi-statique est annulé par la nécessité de faire de plus en plus d'itérations à chaque pas. De même, le coût de calcul en explicite restant constant, on peut aussi évaluer assez précisément le temps de calcul total nécessaire à la résolution du cas complet, alors qu'en quasi-statique, le nombre d'itérations à chaque pas étant très variable et pouvant aussi entraîner un nombre inconnu de subdivision du pas, le temps de calcul total est parfois très difficile à prédire.

L'utilisation, même courante, des méthodes explicites semble donc très séduisante au vu du temps CPU qui reste maîtrisé. Il faut cependant tempérer cet optimisme en gardant bien à l'esprit que l'on se prive du garde-fou qu'est la vérification précise de l'équilibre et que, par conséquent, la qualité de la solution explicite obtenue doit être analysée avec plus de précautions. L'algorithme explicite ne divergera pas (si l'on respecte la condition de Courant), mais la solution obtenue n'est pas garantie par un critère de vérification de l'équilibre. En particulier une étude paramétrique sur le pas de temps est indispensable car l'allure de la solution peut varier fortement lorsque ce pas devient trop grand.
Cette obligation de contrôle de la solution explicite est d'autant plus grande que l'on cherche en plus à vérifier l'hypothèse fondamentale d'évolution lente.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Conclusion

Ce document présente l'utilisation de méthodes dynamiques transitoires pour la simulation d'évolutions lentes et fortement non linéaires [bib1]. Les opérateurs dynamiques ainsi employés pour la résolution peuvent être vus comme des solveurs particuliers permettant, dans certains cas, d'obtenir des solutions pour lesquelles l'algorithmie quasi-statique disponible dans *Code_Aster* (autour de l'opérateur STAT_NON_LINE) montre de grandes difficultés de convergence (au sens de la vérification de l'équilibre).
Ces méthodes dynamiques sont à utiliser en dernier recours car leur maîtrise est plus délicate que le cadre quasi-statique. C'est encore plus marquant avec les méthodes explicites puisque la qualité de la solution n'est pas garantie par une vérification précise de l'équilibre à chaque instant.
La première étape est l'adaptation du modèle aux méthodes dynamiques. Il s'agit principalement de s'assurer de la bonne régularité des conditions imposées et de la définition correcte de la masse volumique et de l'amortissement global (Rayleigh). Les méthodes de pilotage, les approches non locales et la recherche linéaire ne sont pas utilisables en dynamique. De plus, il est nécessaire d'introduire un modèle d'amortissement global (Rayleigh ou modal) dont le niveau est plus fort qu'en dynamique classique (couramment 20 % d'amortissement modal équivalent).
Ensuite, il est recommandé de commencer par utiliser une méthode transitoire implicite (DYNA_NON_LINE avec un schéma en temps de type NEWMARK, ou HHT). D'un point de vue optimisation du temps de calcul, on préconise de mener toutes les phases faiblement non linéaires en quasi-statique et de ne basculer en transitoire (implicite pour commencer) que lors de l'apparition de non-linéarités notables (cela peut se traduire par une nette augmentation du nombre d'itérations à convergence, voire une subdivision du pas de temps).
En cas d'échec, y compris avec un schéma HHT complet et un amortissement structural relativement fort (jusque vers 30 % d'amortissement modal équivalent), l'utilisateur peut basculer en explicite. Il faut alors faire d'autres adaptations, comme augmenter la masse volumique pour obtenir un pas de temps critique suffisamment grand et modifier l'amortissement.
Dans tous les cas dynamiques, il est indispensable d'analyser l'évolution de l'accélération au cours du temps, afin de s'assurer de la validité de l'hypothèse d'évolution lente. Les effets d'inertie doivent rester faibles.

8 Bibliographie

[1] N. Greffet, *Evaluation des méthodes transitoires pour les calculs d'excavation* , Note EDF R&D H-T62-2007-02878-FR, 2008.

[2] N. Greffet, *Vers de nouvelles méthodes numériques pour l'intégration temporelle dans le Code_Aster,.* Note EDF R&D HT-62/04/016/A, 2004.

[3] H.M. Hilber, T.J.R. Hughes & R.M. Taylor, *Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics* , Earthquake Eng. Struct. Dyn. , Vol. 5, 283-292, 1977.

[4] M.N. Newmark, *A Method of Computation for Structural Dynamics* , Proc. ASCE 85, EM3, 1959.

[5] R. Courant, K. Friedrichs & H. Lewy, *Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik, Mathematische Annalen* , Vol. 100, No. 1, 32–74, 1928.

[6] B. Tchamwa, C. Wielgosz, *Une nouvelle méthode explicite d'intégration directe précise et à dissipation numérique contrôlable* , Actes du 13e Congrès Français de Mécanique, VOL 1, Poitiers, pp 251-254, septembre 1997.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)