Méthode automatisée des bielles-tirants pour le calcul du ferraillage

Résumé :

Ce document présente la macro-commande de post-traitement CALC_BT, une alternative d'aide par ordinateur pour l'application de la Méthode Bielles-Tirants qui sert pour calculer l'armature d'un élément de structure en béton-armé par la méthode des bielles-tirants. Celle-ci consiste à trouver un treillis inscrit dans la structure dont on veut calculer l'armature en partant d'un calcul sur matériau homogène (béton). Les bielles de ce treillis sont en béton, les tirants en acier.

L'originalité de la routine est celle d'automatiser la recherche du treillis, opération qui traditionnellement est réalisée à la main.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des Matières

1 Introduction....3
2 Description de la méthode Bielles-Tirants....3
2.1 Introduction et motivation....3
2.2 Régions de discontinuité....3
2.3 Principes fondamentaux....4
2.4 Application....4
2.4.1 Zonage....4
2.4.2 Définition des conditions aux limites....4
2.4.3 Définition du modèle....5
2.4.3.1 Analyse du modèle BT et section des éléments....5
2.4.4 Vérification des nœuds....5
3 Méthode d'aide au calcul des modèles BT en 2D....6
3.1 Description de l'algorithme....6
3.2 Introduction du modèle continu....6
3.3 Construction de la structure de base....6
3.4 Définition des conditions aux limites....8
3.5 Définition des conditions aux limites....8
3.6 Schémas d'optimisation....10
3.7 Finalisation du modèle Bielles-Tirants....11
4 Conclusion....11
5 Bibliographie....11
6 Fonctionnalités et vérification....12

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Introduction

Dans le domaine de l'ingénierie civile, et plus spécifiquement dans le domaine des structures en Béton Armé (BA), pour la conception d'éléments massifs et peu sollicités en flexion tels que corbeaux, poutres et plaques avec de changements abrupts dans leur section, les poutres-voiles ou les voiles drapeaux, la Méthode Bielle-Tirant (MBT) peut être privilégiée par rapport aux algorithmes classiques de calcul de ferraillage qui s'appuient sur une résistance flexionnelle aux différents états limites (par exemple Wood-Armor ou Capra-Maury [Capra et al, 1978]).

La MBT reste une alternative adaptée pour la conception de structures en béton présentant un comportement élastique ou plastique dont le cadre d'application est bien défini dans les codes de conception des structures en béton comme les Eurocodes (§5.6.4 et 6.5 de [EN 1992-1-1]). Néanmoins, cette méthode présente l'inconvénient majeur de nécessiter un investissement important en ressources humaines ou en capacité de calcul pour, respectivement, son application manuelle ou une approche automatique par optimisation de topologie.

La commande CALC_BT présente une méthode de mise en œuvre semi-automatique de la MBT, qui est cohérent avec l'[EN 1992-1-1] qui rappelle que des modèles bielles-tirants adaptés peuvent être définis à partir des isostatiques de contrainte et des répartitions de contraintes obtenues en application de la théorie de l'élasticité linéaire. A ce titre la macro-commande exploite pour les bielles et les tirants les directions des contraintes principales, σ_I et σ_{III}, obtenues à partir d'un calcul préliminaire sur un modèle éléments finis de l'élément structurel étudié.

2 Description de la méthode Bielles-Tirants

2.1 Introduction et motivation

Dans les zones de discontinuités (voir §2.2) d'éléments structuraux, i.e. soumises à des charges ponctuelles ou possédant des changements abruptes de géométrie, les méthodes conventionnelles d'analyse en flexion semblent ne plus être suffisantes [Thompson, 2002]. Ces zones sont généralement ferraillées en utilisant des règles de bonnes pratiques basées sur l'expérience ou sur des directives empiriques.

La méthode Bielles-Tirants (BT) est une procédure de conception rationnelle pour le calcul de ferraillage de régions locales des structures en béton armé (appelées zones D pour discontinuité); la procédure est basée sur des formulations et hypothèses mécaniques simples pour être facilement appliquées dans la conception.

De manière générale, la méthode BT concerne l'idéalisation de zone de discontinuité par le biais d'un treillis interne capable de représenter la distribution et le cheminement des forces à l'intérieur de la structure. Le treillis est composé des :

- Bielles (éléments en compression) qui modélisent les zones de compression du béton,
- Tirants (éléments en traction) qui modélisent la traction dans l'armature en acier,
- Nœuds qui représentent les zones d'interconnexion des éléments ou les zones ancrage dans le béton.

Les bielles ainsi que les tirants sont des éléments linéaires qui portent uniquement des forces axiales. Ce mécanisme de treillis doit équilibrer correctement les charges appliquées au système. La défaillance du système est donc dictée par la rupture d'un ou plusieurs de ses éléments ou également définie par des contraintes de compression excessives dans les bielles ou dans les nœuds. Idéalement, seul le premier mode de défaillance devrait se produire.

2.2 Régions de discontinuité

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Les principes de base de la théorie des structures curvilignes impliquent qu'une distribution linéaire des déformations se produit à travers la profondeur d'un élément, à savoir que : les sections planes restent planes. L'élément est donc dominée par le comportement en flexion, et la conception peut procéder section par section; ce type d'éléments sont couramment référés comme régions B. Pour la conception des éléments en flexion, les contraintes de compression sont classiquement supposées sur un bloc de contraintes rectangulaire, tandis que les contraintes de traction sont supposées être reprises par les armatures longitudinales.

De façon contraire, les régions D ("D" signifiant discontinuité) se produisent dans la proximité de charges ou de discontinuités géométriques. Les charges appliquées, les réactions de support et les changements géométriques abrupts sont des discontinuités qui "perturbent" la distribution des contraintes au sein du membre près des lieux où ils agissent. Les poutres épaisses, les ouvertures et les corbeaux sont des exemples des discontinuités géométriques qui correspondent à l'existence de régions D.

Une caractéristique des régions D, porte sur le fait que les efforts à travers la profondeur de membre présentent un profil non-linéaire, donc, les hypothèses sous-jacentes aux méthodes de conception en flexion ne sont pas validées. Selon le principe de Saint-Venant, une analyse des contraintes élastiques indique que les contraintes dues aux efforts axiaux et à la flexion, se rapprochent d'une distribution linéaire à une distance approximativement égale à la profondeur du membre, h, loin de la discontinuité. En d'autres termes, une distribution non-linéaire des contraintes existe selon la profondeur d'un membre à partir du point où la discontinuité est introduite [Schlaich et al., 1987].

2.3 Principes fondamentaux

Une conception de modèle BT adhère à deux principes:

1) le modèle en treillis résultant doit être en équilibre avec le système de forces externes

2) l'élément en béton doit présenter une capacité de déformation suffisante pour garantir la répartition supposée des forces [Schlaich et al., 1987]; la bonne longueur d'ancrage du ferraillage est une exigence implicite afin de garantir la ductilité nécessaire.

De façon complémentaire, les contraintes de compression développées dans le béton ne doivent pas dépasser la résistance du béton, et la traction développée aux armatures doit être inférieure à la force résistante de la section d'acier. Si toutes les exigences mentionnées sont satisfaites, l'application de la Méthode BT devrait aboutir à une conception conservatrice [Williams et al., 2012].

2.4 Application

Les paragraphes suivants décrivent l'application manuelle de la méthode BT.

2.4.1 *Zonage*

La première étape consiste à définir si la méthode BT est une bonne alternative pour résoudre le problème. Sur le principe de Saint-Venant, la structure peut être divisée en régions B et D. Le processus de conception de la MBT doit être utilisé pour concevoir les sections qui sont qualifiées en tant que régions D.

2.4.2 Définition des conditions aux limites

La deuxième étape consiste à déterminer les cas de charge que la structure doit supporter. Si la structure est composée à la fois de régions B et de régions D, seules les régions D seront conçues à l'aide de la méthode BT. De cette façon, chaque région D doit être traitée comme un élément isolé dont les conditions aux limites nodales proviennent de leur interaction avec les éléments adjacents et de la réaction globale des supports de la structure pour les cas de charge considérés (figure 2.4.2-a) : les forces agissant aux limites de la région D concrétisent les conditions aux limites pour la conception du modèle BT.

Les efforts internes et les moments aux interfaces entre régions B et D peuvent être supposés ponctuellement concentrées et doivent être appliqués à la limite de la région D (figure 2.4.2-a).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Comme on peut en déduire, une analyse élastique globale de la structure doit être effectuée afin de déterminer les réactions de support et les charges d'interface pour les différentes régions D.

En considérant que les éléments du modèle BT ne peuvent pas résister à certains types de charges (par exemple, moments et charges réparties), certaines modifications peuvent être nécessaires pour produire un système de chargement équivalent.

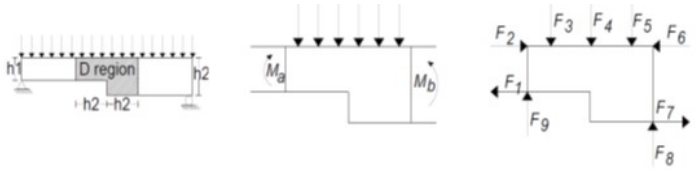


Figure 2.4.2-a : Zone locale d'une poutre à épaisseur variable. Élément global (gauche), Limites de la région D (centre) et modèle isolé (droite).

2.4.3 Définition du modèle

Sur la base du système de charges ponctuelles équivalentes dérivées de l'étape précédente, l'ingénieur projette les bielles et les tirants en tant qu'éléments droits d'un nœud à un autre dans le but de développer une structure stable. Ce processus peut éventuellement inclure l'interaction de tous les nœuds initiaux et peut en outre inclure des nœuds secondaires en fonction des critères du concepteur. Pour cette étape, un modèle d'éléments finis continus, résolu en élasticité linéaire, est couramment utilisé afin de visualiser la direction des contraints principales dans la structure et aligner les éléments du modèle BT en fonction des trajectoires de contrainte [Schlaich et al., 1987].

2.4.3.1 Analyse du modèle BT et section des éléments

La section de chaque élément du modèle BT doit être suffisante pour résister en toute sécurité à la force qui y transite, sans dépasser la limite d'élasticité de l'acier (pour les tirants) ou la résistance limite dans le béton (pour les bielles). Comme pour une structure conventionnellement renforcée, la section minimale, A_{st} , d'un élément soumise à un effort axial peut être déterminée à l'aide de l'équation suivante :

$$A_{st} = \frac{F_u}{\varphi R}$$

Dans cette expression :

F_u correspond à la plus grande force appliquée dans l'élément

R est la résistance du matériau considéré (σ_y pour l'acier et σ_c pour le béton)

φ un facteur de sécurité indiqué dans la réglementation appropriée

2.4.4 Vérification des nœuds

En raison du niveau de la contrainte qui doit être équilibrée dans un petit volume de béton, les nœuds de la structure treillis sont les régions les plus fortement sollicitées d'un modèle BT. En particulier, les nœuds ne sont qu'une idéalisation simplifiée d'une réalité plus complexe et la définition de leur géométrie repose également sur les critères du concepteur. Idéalement, les nœuds peuvent être conçus de telle sorte que la contrainte sur toutes les faces soit la même. Si la contrainte est la même, le rapport de la surface de la face latérale est proportionnel à la force appliquée. Dans ce cas, le nœud est appelé nœud hydrostatique: les contraintes principales sont égales de tous les côtés et les contraintes de cisaillement disparaissent.

Couramment, une classification du type de nœuds est faite en fonction de la nature des éléments qui convergent vers une zone de connexion. Selon le signe des forces convergentes, le nœud peut être

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

appelé CCC, CCT, CTT ou TTT (C pour les forces de compression et T pour les forces de tension). Si plus que trois éléments convergent en un nœud, il est recommandé de fusionner des groupes de forces afin de réduire leur nombre. Toutefois, cela n'est pas toujours possible et d'autres types possibles de combinaisons nodales sont aussi acceptées (e.g. CCTT, CCCC)

3 Méthode d'aide au calcul des modèles BT en 2D

3.1 Description de l'algorithme

L'algorithme est divisé en cinq sous-routines comprenant l'analyse et le post-traitement d'un modèle. Les sous-routines de l'algorithme général permettent d'accomplir différentes tâches :

1. Introduction du modèle continu (modélisation plane)
2. Construction de la structure de base à partir des extrema locaux des contraintes principales mineure et majeure et de la direction de contraintes principales mineures
3. Définition des conditions aux limites
4. Optimisation de la structure de base
   a. Optimisation des sections selon la méthode FSD « Fully Stressed Design »
   b. Optimisation topologique + FSD
5. Acquisition du modèle Bielles-Tirants (BT)

3.2 Introduction du modèle continu

Pour être lancé, l'algorithme nécessite un champ de résultats de type `evol_elas` ou `evol_noli` , la géométrie (récupérable dans la structure résultat), la liste des matériaux (structure de donné de type `mater`) et les conditions aux limites imposées aux nœuds. Les conditions aux limites doivent être appliquées en considérant les recommandations des § 2.3 et § 2.4.
Etant donné que le modèle BT est défini par des éléments unidirectionnels assemblés dans un repère bidimensionnel, les inclinaisons des bielles et des tirants sont liées à la direction des contraintes planes.

3.3 Construction de la structure de base

La structure de base est construite sur la base des résultats de l'analyse linéaire élastique acquis dans l'étape précédente. Des résultats, tels que le champ de direction et les niveaux de contrainte, sont utilisés comme prédicteurs des caractéristiques géométriques du modèle final.

La première étape de cette sous-routine consiste à délimiter les zones de la structure où des éléments de type bielle ou tirant peuvent être placés. La division de la géométrie est établie selon les principes suivants :

1. La division résultante doit tenir compte des coordonnées des potentiels nœuds structurels (maxima locaux de champs de contraintes).

2. Chaque subdivision doit être suffisamment grande pour pouvoir contenir une bielle dans ses limites.

3. En même temps, les subdivisions doivent être suffisamment petites pour présenter une direction clairement prépondérante de la contrainte mineur σ_{III} (en considérant uniquement les résultats du modèle EF initial situé à l'intérieur de la chaque division).

A cet effet, les valeurs maximales et minimales locales de σ_I et σ_{III} sont recherchées dans la géométrie. Pour effectuer cette tâche, une grille, d'interpolation est superposée au maillage initial (Figure 3.3-a). Le grille présente un pas réglé constant en direction X, `PAS_X`, et un pas en direction Y, `PAS_Y`. Comme recommandation, ces deux valeurs doivent être inférieures ou égales à la plus petite dimension d'éléments dans le modèle.

L'algorithme détermine les dérivées partielles pour donner la pente d'une fonction discrète $f=\sigma(x,y)$ en un point quelconque (a,b) dans les directions parallèles aux axes de

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

coordonnées. D'après la définition des dérivées partielles, la dérivée $\partial f/\partial x$ est obtenue en fixant la valeur y à une constante b et en différenciant la fonction $f(x,b)$ au point $x=a$. De la même manière, la dérivée partielle par rapport à est obtenue en fixant $x=a$ et en différenciant la fonction $f(a,y)$ en. $y=b$ L'évolution de la valeur de la dérivée est utilisée pour trouver les pics et les vallées de la fonction. La première dérivée est calculée sous forme *backward* et *forward* ce qui permet de distinguer les maximums des minimums sans calculer la dérivée seconde [Levy, 2010].

Les positions des maximums de contrainte préconisent la présence des nœuds dans le modèle BT et influencent la taille et la distribution des éléments internes de la structure. De la même façon, la position de ces maximums est utilisée pour définir des zones où la direction de la contrainte principale majeure σ_I présente une direction prépondérante. Dans l'intention de définir ces zones, une division de Voronoï est appliquée à ce stade.

La division de Voronoï est un découpage d'un espace bi- ou tri- dimensionnel en cellules à partir d'un ensemble discret de points appelés « germes » [Aurenhammer, 2013]. Chaque cellule enferme un seul germe, et forme l'ensemble des points du plan plus proches de ce germe que de tous les autres. La cellule représente en quelque sorte la « zone d'influence » du germe.

En utilisant la division de Voronoï et en s'appuyant sur la position des pics de contrainte comme les germes, une division de la géométrie dans un nombre fini de cellules est effectuée. Pour les maximums de contrainte trouvés au bord de la géométrie, les germes associés seront les intersections de la « peau » de la géométrie avec un cercle de rayon infinitésimal dont le centre est situé aux coordonnés du pic de contrainte.

L'étape précédente est destinée à délimiter directement la longueur et la distribution des éléments en compression. Par ailleurs, l'inclinaison de chacun de ses éléments est supposée parallèle aux directions de la contrainte principale (hypothèse classique dans le développement de la méthode BT).

En considérant que les bielles doivent s'approcher de la distribution et de la direction de la contrainte mineure, σ_{III} , l'inclinaison d'un élément traversant une cellule de Voronoï est proposée comme la moyenne angulaire de l'inclination associée au champ de direction de la contrainte mineure des éléments reposant à l'intérieur de cette cellule.

Il a été observé [Mendoza-Chávez, 2018], que la taille et la forme du maillage (spécialement au voisinage des conditions aux limites) sont deux facteurs pouvant amener des résultats qui, du point de vu numérique, représentent des maximums de contrainte à distances très faibles l'un de l'autre. Une distance inférieure à la valeur de la taille minimale des éléments peut engendrer de problèmes numériques vis-à-vis de la génération d'une division de Voronoï contenant de cellules vides. Afin d'éviter l'apparition des maximums très proches, une distance de tolérance de proximité des maximums de contrainte, TOLE_BASE, peut être définie. De cette façon, deux (ou plusieurs) maximums de concentration trouvés à une distance égale ou inférieure à la valeur de tolérance seront fusionnés à la position de la moyenne des cordonnées des nœuds concernés. Si l'un des maximums se trouve aux coordonnées d'un des conditions aux limites, les nœuds proches sont fusionnés au maximum associé à la condition limite.

Une fois que l'inclinaison des bielles a été calculée dans chacune des cellules, un algorithme itératif est implémenté pour la génération des bielles. À partir des coordonnées des germes correspondant à la valeur locale maximale de la contrainte mineure σ_{III} , l'algorithme prend un nœud initial, N_i , et projette une droite, suivant la pente calculée pour la cellule courante. La ligne projetée est délimitée par les limites de la zone en cours, générant un nœud final N_f . L'itération suivante prend le dernier nœud final comme un nouveau nœud initial et procède de la même manière pour calculer un autre nœud final. La procédure se poursuit pour tous les germes jusqu'à ce que les «branches» générées atteignent les limites de la géométrie. Par conséquent, l'algorithme de génération de bielles produit des branches qui commencent aux coordonnées des charges concentrées et des concentrations de contraintes de compression, et se diffusent dans tout le domaine de conception. Même si deux ou plusieurs branches pouvaient traverser les mêmes zones, jusqu'à cette étape, elles ne partagent pas nécessairement des nœuds communs. Par conséquent, une procédure de fusion nodale avec une tolérance de fusion donné, TOLE_BT, est mise en œuvre à cet état.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Comme dans le cas des bielles, les tirants sont censés se rapprocher de la distribution des principales contraintes élastiques σ_I . En outre, ces éléments doivent également être adaptés au chemin de bielles déjà existantes.

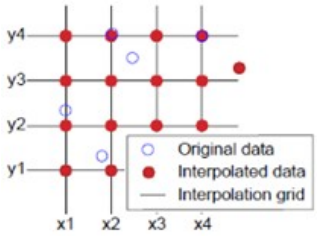


Figure 3.3-a Grille d'interpolation de données [Mendoza-Chávez, 2018]

Partant du principe que les extrema locaux de la contrainte fournissent un indicateur fiable de la position des nœuds du modèle BT, la répartition des éléments secondaires est obtenue en considérant chaque point de concentration de la contrainte majeure σ_I comme un nœud de naissance d'éléments. Ce nœud de naissance est attaché par une ligne droite à chacun de nœuds existants dans le chemin de bielles.

3.4 Définition des conditions aux limites

Les charges et appuis sont assignés aux nœuds du modèle BT les plus proches des coordonnées des points d'application des conditions aux limites du modèle continu. Partant de la position des nœuds contenus dans les groupes associés aux conditions aux limites du modèle continu, le nœud le plus proche du modèle treillis est trouvé pour donner des conditions identiques : les déplacements imposés et forces appliquées aux nœuds seront transportés du modèle continu vers le modèle treillis avec la même intensité et direction. Le processus génère des conditions équivalentes à la représentation avec des éléments plans.

3.5 Définition des conditions aux limites

Les trois premières sous-routines visent à la construction de la structure de base. La structure ainsi créée est caractérisée par la représentation des nœuds et un grand nombre d'éléments potentiels. À ce stade, la quantité d'éléments présents dans la structure ne permet pas d'identifier clairement un modèle BT réalisable. De plus, les éléments barre n'ont pas de caractéristiques élémentaires, particulièrement leur section.

Afin de mettre en évidence un modèle BT réalisable à partir de la structure de base, un schéma d'optimisation itératif permettant de choisir le matériau de chaque élément (`ACIER` ou `BETON`) et, plus important encore, d'évaluer la section de chaque élément a été mis en œuvre.

Le critère d'optimisation choisi est basé sur la technique *Fully Stressed Design* (FSD), un critère d'optimisation simple et intuitif basé sur l'énoncé suivant: « Pour une conception optimale, chaque membre de la structure doit être soumis à une contrainte maximale dans au moins une des conditions de charge de conception » [Ganzreli, 2013] :

$$a_{m,i} = \frac{F_{m,i}}{\sigma_{m,R}}$$

où

$a_{m,i}$ est la section de l'élément m à l'itération i .

$F_{m,i}$ est la force axiale dans l'élément m à l'itération i .

$\sigma_{m,R}$ est la contrainte admissible du matériau associé à l'élément m (`SIGMA_C` pour le béton et `SIGMA_Y` pour l'acier)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Au sein de chaque itération, les éléments augmentent, réduisent ou conservent la valeur de leur section en fonction de la contrainte supportée: lorsque la sollicitation dépasse la contrainte admissible de l'élément, la section est augmentée. De façon similaire, la section est réduite si la contrainte appliquée est inférieure.

Afin d'éviter les problèmes de stabilité dans la matrice de rigidité causés par les éléments à section nulle, une section minimale, SECTION_MIN, peut être adoptée, de sorte que la solution optimale doit accepter que certains membres ne soient pas complètement sollicités.

Une section minimale différente de zéro produit, généralement, des éléments "secondaires" dont le seul but est souvent de garantir la condition de non-singularité sur la matrice de rigidité et d'éviter les mécanismes internes de la structure. Ces éléments peuvent simplement être ignorés à la dernière étape de l'optimisation, [Ohsaki, 2002].

Initialisation (Étape t_0) : La valeur initiale des sections est proposée comme étant unitaire. Compte tenu du fait que la sélection des sections initiales peut affecter la performance de l'algorithme, et même la solution de l'optimisation, l'utilisateur peut choisir une valeur initiale différente.

Le modèle initial considère que tous les éléments sont en acier. Cette considération n'est faite qu'une fois.

Pendant la première itération, l'algorithme associe les matériaux selon le signe de la force transitant en chaque élément ; les éléments soumis à des efforts de traction sont associés aux caractéristiques de l'acier et les éléments subissant des efforts en compression, ou des efforts nuls, sont associés aux caractéristiques du béton.

Sélection de section transversale (Étape t_1) : La section de chaque élément est appliquée en tant que variable de conception avec une condition de borne inférieure non nulle [Li, 1990].



Figure 3.5-a : Optimisation de sections. Réduction de section des éléments

D'une manière générale, compte tenu du fait que les éléments résistants à la compression possèdent un faible coefficient d'élancement, les effets de flambement sont négligés. À chaque itération, l'équilibre est vérifié par la relation $Ku=P$ et les sections évoluent en correspondance au rapport de contrainte axiale à l'itération courante.

Elimination des éléments secondaires- Optimisation topologique (Étape t_2) : Au fur et à mesure que l'étape t_1 avance, la section de certains éléments de la structure diminue jusqu'à atteindre la limite de la borne inferieure non-nulle. En considérant que l'énergie de déformation individuelle de ces éléments est faible (par rapport aux éléments de section plus importante dans le modèle), leur apport à la rigidité globale de la structure est négligeable. Ces éléments peuvent être qualifiés d'éléments « secondaires ».



Figure 3.5-b : Optimisation topologique. Elimination d'éléments

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Afin de supprimer les éléments « secondaires » sans avoir de répercussions sur la stabilité du treillis BT (à savoir, éviter un mauvais conditionnement de la matrice de rigidité globale), une sous-routine de sélection et d'élimination d'éléments est mise en place. L'assemblage de la matrice de rigidité globale, K_G , est divisée en deux étapes : lors de la première étape, on boucle sur l'assemblage des éléments principaux ; lors de la deuxième étape, on boucle sur les éléments secondaires. A l'intérieur de la deuxième boucle, une évaluation du conditionnement de la matrice est faite lors de l'addition d'un élément ou d'un groupe d'éléments de faible section. Si la matrice de rigidité est bien conditionnée, l'algorithme efface les éléments non ajoutés selon le pseudo code suivant :

```
FOR all principal elements:
    Assemble K_G = ∑ k_ei

WHILE cond (K_G) < 1/(os precision):
    Add a secondary element K_G + k_ei
```

Fin : La fin de l'algorithme peut se produire de deux manières différentes:

1) L'évolution de la convergence à l'itération courante, C , atteint le seuil prescrit RESI_RELA_SECTION

$$C=\sqrt{\sum\left(\frac{a_{m,i-1}-a_{m,i}}{a_{m,i}}\right)^2}$$

où $a_{m,i}$ est la section de l'élément m à l'itération i .

2) Le nombre d'itérations a atteint le maximum, NMAX_ITER, prescrit.

3.6 Schémas d'optimisation

En adoptant la même méthode que dans la référence [Mendoza-Chávez, 2018] la réduction du volume du modèle est effectuée à l'aide d'un schéma hybride d'optimisation qui comporte une optimisation des sections (étape t_1) et une optimisation topologique (étape t_2). L'utilisateur a la possibilité de lancer l'algorithme de construction d'un modèle BT optimisé, en utilisant l'un de deux schémas différents :

SECTION : Optimisation des sections

TOPO : Optimisation des sections + optimisation topologique

Le processus itératif est représenté avec le pseudo-code suivant :

```
t_0 :
Initial sections
Considered material (steel)
Solve for displacements
IF sigma <= 0
       Assign material steel

t_1  :
Initial sections
Updated material
WHILE i <= #Iterations and C <= C*:
       Solve for displacements
       IF abs(sigma) > sigma limit :
             Increase section
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

```
        ELSE IF abs(sigma) < sigma limit:
              Decrease section
```

t_2 :

If C <= C_2 :

```
Topology optimization
FOR all principal elements:
      Assemble

WHILE cond() < 1/(os precision):
      Add a secondary element
```

3.7 Finalisation du modèle Bielles-Tirants

À ce stade, les sections transversales et le matériau associé à chaque élément sont connus. Une structure treillis est déjà définie à partir de la réduction de la structure de base mais cette structure possède parfois des éléments "superposés" ; des éléments qui partagent les mêmes nœuds initial et final. Même si ces éléments n'affectent pas le modèle, leur existence peut entraîner des erreurs d'interprétation car ils représentent des corps différents occupant le même espace. Ceci est évité en recherchant ces groupes d'éléments partageant des nœuds et, le cas échéant, en fusionnant chaque groupe en un seul élément dont la surface est égale à la somme du groupe. Néanmoins, cette fusion n'est toujours pas possible ; l'utilisateur devra donc vérifier l'existence d'éléments concomitants dans la structure.

Vérification des sections : Basée sur une conception FSD (*Fully Stressed Design*), la section de chacun des éléments est calculée en prenant en compte les efforts obtenus à la dernière itération. Le dimensionnement garantit la résistance axiale des éléments.

4 Conclusion

La commande CALC_BT permet d'effectuer le calcul de ferraillage en utilisant la méthode Bielles-Tirants [U4.4208].

L'utilisateur donne en entrée de cette commande les concepts résultats associés à un calcul linéaire – élastique effectué, la géométrie et conditions aux limites du modèle ainsi que les matériaux à utiliser et des paramètres de l'optimisation souhaitée.

L'utilisateur peut choisir entre deux schémas itératifs d'optimisation ; un schéma d'optimisation des sections des éléments (SCHEMA = 'SECTION') et un deuxième schéma d'optimisation (SCHEMA = 'TOPO') que considère aussi la quantité des éléments comme une des variables à optimiser.

Les grandeurs déterminées par la commande CALC_BT sont reportées dans une table dans laquelle on trouve la valeur des paramètres par éléments tel que la force, la section, la longueur et le type d'élément associé (bielle ou tirant).

5 Bibliographie

1 [Almeida, 2013] Almeida, V. S., Simonetti, H. L., & Neto, L. O. (2013). Comparative analysis of strut-and-tie models using smooth evolutionary structural optimization. Engineering Structures, 56, 1665-1675

2 [Aurenhammer, 2013] Aurenhammer, F., Klein, R., & Lee, D. T. (2013). Voronoi diagrams and Delaunay triangulations. World Scientific Publishing Company.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 [Capra et al, 1978] Capra, A. and Maury, J. (1978). Calcul automatique du ferraillage optimal des plaques ou coques en béton armé. Annales de l'Institut technique du bâtiment et des travaux publics, 367.

4 [Ganzereli, 2013] Ganzreli, S. (2013). Direct fully stressed design for displacement constraints. In 10th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, pages 19–24.

5 [Levi, 2010] Levy, D. (2010). Introduction to numerical analysis. Department of Mathematics and Center for Scientific Computation and Mathematical Modeling (CSCAMM), University of Maryland.

6 [Li, 1990] Li, X. (1990). Truss structure optimum design and its engineering application. Computers & Structures, 36(3):567–573.

7 [Lövgren, 2011] Lövgren, S., & Norberg, E. (2011). Topology Optimization of Vehicle Body Structure for improved Ride & Handling.

8 [Mendoza-Chávez, 2018] Mendoza-Chávez G. (2018). *Strut-and-Tie models for the design of non-flexural elements: computational aided approach*. Université Paris-Est. Thèse de doctorat.

9 [EDF R&D, 2018] EDF R&D Spécifications fonctionnelles de l'outil de post-traitement par bielles et tirants 6125-172018-02375 FR Version 0.3

10 [EN 1992-1-1] Normes Européennes - Eurocode 2 Calcul des structures en béton Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments

11 [Ohsaki, 2002] Ohsaki, M. and Swan, C. (2002). Topology and geometry optimization of trusses and frames. Recent advances in optimal structural design.

12 [Schlaich et al, 1987] Schlaich, J., Schäfer, K., & Jennewein, M. (1987). Toward a consistent design of structural concrete. PCI journal, 32(3), 74-150.

13 [Thompson, 2002] Thompson, K. (2002). *The anchorage behavior of headed reinforcement*

14 *in CCT nodes and lap splices.* PhD thesis.

6 Fonctionnalités et vérification

L'outil de calcul de modèles Bielles-Tirants CALC_BT est vérifié par les tests suivants :

ssnp105	Voile de dimensions unitaires	[V6.03.105]
ssnp106	Poutre voile avec trémie	[V6.03.106]

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)