Loi d'Iwan pour le comportement cyclique de matériaux granulaires

Résumé :

Le modèle de comportement d'Iwan [1], [2] est un modèle élastoplastique multimécanisme classique pour la description du comportement déviatorique cyclique de matériaux et particulièrement de géomatériaux. L'écrouissage est cinématique linéaire pour chaque mécanisme et la règle d'écoulement considérée est associée. Par construction, le modèle vérifie automatiquement les règles de Masing.

Le modèle permet une description aisée du comportement via des paramètres directement obtenus des courbes de variation du module de cisaillement sécant. L'utilisateur doit simplement fournir les paramètres d'une fonction hyperbolique décrivant la variation du module sécant en fonction de la déformation de cisaillement.

Il est implémenté dans l'environnement MFront, ce qui facilite l'implémentation et la maintenabilité du modèle.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des Matières

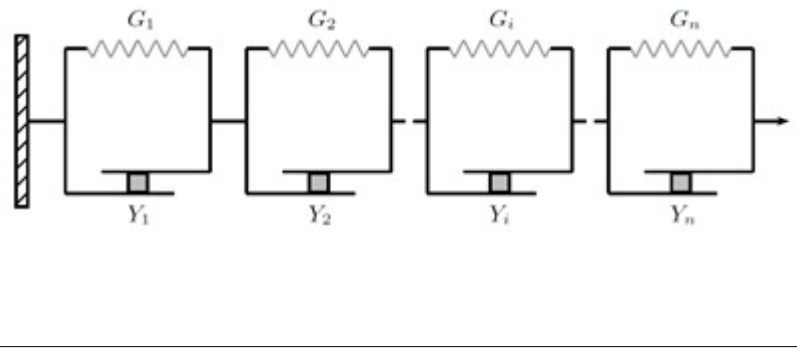
1 Formulation théorique....3
1.1 Vision 1D du comportement du modèle d'Iwan....3
1.2 Formulation 3D du modèle d'Iwan....3
1.2.1 Description de la surface de charge....4
1.2.2 Description de la loi d'écoulement....5
1.2.3 Calcul des paramètres d'écrouissage....5
2 Intégration numérique de la loi de comportement....6
2.1 Étape de prédiction....7
2.2 Étape de correction par algorithme de Newton....7
2.3 Étape de mise à jour....7
2.4 Calcul des termes de la matrice jacobienne....7
3 Implantation dans code_aster....9
3.1 Variables internes....9
3.2 Description du modèle sous MFront....10
4 Fonctionnalités et vérification....11
5 Bibliographie....12

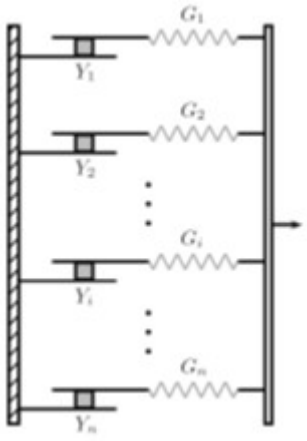
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Formulation théorique

1.1 Vision 1D du comportement du modèle d'Iwan

Une description purement 1D du modèle d'Iwan consiste en un arrangement en parallèle ou en série d'éléments de Jenkin, chaque élément étant composé d'un ressort et d'un patin frottant parfaitement plastique (critère de Coulomb) en série (Figure 1). L'arrangement des éléments et les paramètres du modèle déterminent la forme de la réponse en cisaillement cyclique.





Modèle série-parallèle	Modèle parallèle-série

Figure 1.1-1: Modèles rhéologiques d'Iwan 1D [3]

1.2 Formulation 3D du modèle d'Iwan

Lors de la description 3D du comportement, chaque élément est associé à une surface de charge, définie à partir de la contrainte déviatorique associée à chaque mécanisme. On passe donc d'une description 1D du comportement en cisaillement à une description 3D du comportement déviatorique à partir des invariants de contrainte et de déformation, définis de la manière suivante :

Pression moyenne : $$p=\frac{tr(\boldsymbol{\sigma})}{3} \quad (1)$$

Tenseur déviateur de contraintes : $$\mathbf{S}=\boldsymbol{\sigma}-p\mathbf{I} \quad (2)$$

Déviateur de contraintes : $$q=\|\mathbf{S}\|_{VM}^{3D}=\sqrt{\frac{3}{2}\mathbf{S}:\mathbf{S}} \quad (3)$$

Déformation volumique : $$\varepsilon_v=tr(\boldsymbol{\varepsilon}) \quad (4)$$

Déformation déviatorique : $$q_n=\|(\mathbf{S}-\mathbf{X}_n)\|_{VM}^{3D}=\sqrt{\frac{3}{2}(\mathbf{S}-\mathbf{X}_n):(\mathbf{S}-\mathbf{X}_n)} \quad (5)$$

Pour un arrangement de type série-parallèle, lorsque la contrainte appliquée dépasse la contrainte limite Y_n du mécanisme n , il y a écrouissage de ce mécanisme et la contrainte associée reste égale à la contrainte limite, i.e. seul un écrouissage cinématique est associé à chaque mécanisme du modèle. Le modèle permet une grande flexibilité dans la description du comportement, notamment par la possibilité d'utilisation directe des données d'essai en laboratoire. L'erreur associée à la description du comportement cyclique dépend directement du nombre de surfaces de charge et de leur disposition. Cependant, plus grand est le nombre de

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

mécanismes, plus le système à résoudre est numériquement cher, malgré le passage d'un système tensoriel à un système scalaire (section 2).

Le modèle est basé sur la théorie de l'élastoplasticité multimécanisme. Dans une description série-parallèle, il assume une décomposition additive et indépendante des déformations sur les mécanismes d'écrouissage :

$$\boldsymbol{\varepsilon}=\sum_{n=1}^{N}\boldsymbol{\varepsilon}_n \tag{6}$$

Pour chaque mécanisme, le modèle considère une décomposition additive du tenseur de déformations totales $\boldsymbol{\varepsilon}$ en une partie élastique $\boldsymbol{\varepsilon}_n^e$ et une partie plastique $\boldsymbol{\varepsilon}_n^p$:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_n=\boldsymbol{\varepsilon}_n^e+\boldsymbol{\varepsilon}_n^p \tag{7}$$

La relation contrainte-déformation est écrite directement à partir du tenseur d'élasticité d'ordre 4, $\boldsymbol{C}$. L'élasticité est donc linéaire et le modèle ne permet pas de prendre en compte l'effet du confinement dans les constantes élastiques.

$$\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{C}\,\boldsymbol{\varepsilon}^e \tag{8}$$

Le modèle décrivant seulement le comportement déviatorique, la réponse volumique est supposée élastique linéaire :

$$\varepsilon_v=\frac{p}{3K} \tag{9}$$

où K est le module de compression.

Dans ce qui suit, les différents ingrédients nécessaires pour décrire la loi de comportement dans un cadre élasto-plastique sont décrits, à savoir :

- Surface de charge f : définie la zone dans l'espace de contraintes à l'intérieur de laquelle le comportement est linéaire élastique ($f<0$ ou $f=0$ et $df<0$) et sur laquelle le comportement est plastique ($f=0$ et $df>0$).
- Loi d'écoulement : règle définissant l'incrément de déformation plastique, de manière générique $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p=\dot{\lambda}\,\boldsymbol{\Psi}$, où $\dot{\lambda}$ est le multiplicateur plastique et $\boldsymbol{\Psi}$ la loi d'écoulement.

1.2.1 Description de la surface de charge

La surface de charge de chaque mécanisme s'écrit de la façon suivante :

$$f_n=q_n-Y_n \tag{10}$$

Avec Y_n une constante limite à partir de laquelle le mécanisme n écroui. Cette valeur est choisie à partir d'un essai de cisaillement pur, en associant à chaque mécanisme d'écrouissage n un couple de valeurs (γ_n,τ_n) avec $\gamma=2\varepsilon_{ij}$, $i\neq j$. Y_n est donc directement obtenu à partir de τ_n par la relation suivante :

$$Y_n=\sqrt{\frac{3}{2}}\tau_n \tag{11}$$

La valeur de q_n est la contrainte déviatorique associée au mécanisme n , définie de la manière suivante :

$$q_n=\left|(\mathbf{S}-\mathbf{X}_n)\right|_{VM}^{3D}=\sqrt{\frac{3}{2}(\mathbf{S}-\mathbf{X}_n):(\mathbf{S}-\mathbf{X}_n)} \tag{12}$$

Le tenseur $\mathbf{X}_n$ représente l'écrouissage cinématique du mécanisme n . Il est obtenu à partir de l'expression définie par Prager :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\boldsymbol{X}_n = C_n \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p \tag{13}$$

Avec C_n un paramètre du modèle déterminé à partir d'un essai de cisaillement monotone. Du fait que C_n soit constant, on considère considère l'écrouissage comme étant linéaire.

1.2.2 Description de la loi d'écoulement

Les incréments de déformation plastique de chaque mécanisme n sont obtenus à partir du multiplicateur plastique $\dot{\lambda}_n$ et de la loi d'écoulement $\boldsymbol{\Psi}_n$:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p = \dot{\lambda}_n \boldsymbol{\Psi}_n \tag{14}$$

Le modèle supposant un écoulement associé, la loi d'écoulement est obtenue directement à partir de la surface de charge :

$$\boldsymbol{\Psi}_n = \frac{\partial f_n}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{3}{2} \frac{\left(\boldsymbol{S} - \boldsymbol{X}_n\right)}{q_n} \tag{15}$$

Le multiplicateur plastique associé à chaque mécanisme est obtenu à partir de l'équation de consistance, i.e. $\dot{f}_n = 0$:

$$\dot{\lambda}_n = \frac{\frac{\partial f_n}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : C_n : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{\frac{\partial f_n}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : C_n : \boldsymbol{\Psi}_n - C_n \frac{\partial f_n}{\partial \boldsymbol{X}_n} : \boldsymbol{\Psi}_n} \tag{16}$$

Avec :

$$\frac{\partial f_n}{\partial \boldsymbol{X}_n} = \frac{3}{2} \frac{\left(\boldsymbol{S} - \boldsymbol{X}_n\right)}{q_n} \tag{17}$$

Le calcul du multiplicateur plastique est explicité dans la section 2.

1.2.3 Calcul des paramètres d'écrouissage C_n

La détermination des paramètres d'écrouissage cinématique C_n est faite à partir d'un chemin de contraintes en cisaillement pur ($\Delta p = 0$). Supposons la réponse connue pour ce chemin de contraintes à partir d'un état initial à contrainte déviatorique nulle et déformation plastique nulle. Dans ce cas :

$$\dot{\gamma} = \left(\frac{1}{2G} + \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{C_n} \right) \dot{\tau} \tag{18}$$

A partir de N couples $\left(\gamma_n, \tau_n\right)$, on peut estimer la valeur de C_n de manière récursive avec l'expression suivante :

$$\frac{1}{C_n} = \frac{\gamma_{k+1} - \gamma_k}{\tau_{k+1} - \tau_k} - \frac{1}{2G} - \sum_{m=1}^{k-1} \frac{1}{C_m} \tag{19}$$

Le calcul des paramètres d'écrouissage cinématique C_n est fait dans le bloc `@InitLocalVars` de Mfront.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Intégration numérique de la loi de comportement

Le choix dans MFront est porté sur l'intégration des systèmes d'équations différentiels écrits de la manière suivante :

$$\dot{\boldsymbol{Y}}=G\left(\boldsymbol{Y},t\right) \tag{20}$$

O ù G est une fonction a priori non linéaire et supposée a minima continûment dérivable. Une intégration implicite de type thêta- méthode est choisie pour l'intégration numérique du système non-linéaire. Dans ce cas le système s'écrit de la manière suivante :

$$\boldsymbol{Y}|_{t+\Delta t}=\boldsymbol{Y}|_t+\Delta t\,G\left(\left(1-\theta\right)\boldsymbol{Y}|_t+\theta\,\boldsymbol{Y}|_{t+\Delta t},t+\theta\,\Delta t\right) \tag{21}$$

Ou de manière équivalente :

$$F\left(\Delta\boldsymbol{Y}\right)=\Delta\boldsymbol{Y}-\Delta t\,G\left(\left(1-\theta\right)\boldsymbol{Y}|_t+\theta\,\boldsymbol{Y}|_{t+\Delta t},t+\theta\,\Delta t\right)=0 \tag{22}$$

La méthode de Newton-Raphson est choisie pour le calcul du zéro de la fonction $F\left(\Delta Y\right)$. Soit :

$$\boldsymbol{F}\left(\Delta\boldsymbol{Y}\right)=\boldsymbol{F}\left(\Delta\boldsymbol{Y}^{-}\right)+\left(\frac{d\,\boldsymbol{F}}{d\,\Delta\boldsymbol{Y}}\right)_{\Delta\boldsymbol{Y}=\Delta\boldsymbol{Y}^{-}}\left(\Delta\boldsymbol{Y}+\Delta\boldsymbol{Y}^{-}\right) \tag{23}$$

Où $\boldsymbol{J}=\frac{d\,\boldsymbol{F}}{d\,\Delta Y}$ est la matrice jacobienne de la fonction $\boldsymbol{F}$. L'approximation $\Delta\boldsymbol{Y}^{+}$ est obtenue en considérant $\boldsymbol{F}\left(\Delta\boldsymbol{Y}^{+}\right)=0$, soit :

$$\Delta\boldsymbol{Y}^{+}=\Delta\boldsymbol{Y}^{-}-\left(J^{-1}\left(\Delta\boldsymbol{Y}^{-}\right)\right)\boldsymbol{F}\left(\Delta\boldsymbol{Y}^{-}\right) \tag{24}$$

La difficulté de la méthode de Newton-Raphson repose sur le calcul de la matrice jacobienne, dont le calcul analytique est fourni dans le section 2.4. Un schéma purement implicite est choisi pour l'intégration des équations ($\theta=1$), afin de donner des résultats physiquement satisfaisants.

Suivant la démarche présentée dans le document [4], pour un écrouissage cinématique linéaire il est possible de réduire le système tensoriel à un système scalaire, grâce à la colinéarité entre l'incrément de déformation plastique $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p$ et la différence $\boldsymbol{S}-\boldsymbol{X}_n$ en absence de déformation plastique, $\boldsymbol{S}_n^e$. Cela peut s'écrire de la manière suivante pour un écrouissage cinématique multiple :

$$\boldsymbol{S}_n^e=\boldsymbol{S}^{-}+\dot{\boldsymbol{S}}-\boldsymbol{X}_n^{-}=\boldsymbol{S}^{-}+2\,\mu\,\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^e-\boldsymbol{X}_n^{-} \tag{25}$$

Donc :

$$\boldsymbol{S}-\boldsymbol{X}_n=\boldsymbol{S}_n^e-\dot{\boldsymbol{X}}_n=\boldsymbol{S}_n^e-C_n\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p \tag{26}$$

L'incrément de déformation plastique du mécanisme n s'écrit donc :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p=\frac{3}{2}\frac{\dot{\lambda}_n}{q_n}\left(\boldsymbol{S}_n^e-C_n\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p\right)=\frac{3}{2}\frac{\dot{\lambda}_n}{q_n^e}\boldsymbol{S}_n^e \tag{27}$$

Avec q_n^e la norme de $\boldsymbol{S}_n^e$. En remplaçant $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p$ dans l'expression (26), on obtient :

$$\boldsymbol{S}-\boldsymbol{X}_n=\boldsymbol{S}_n^e\left(1-\frac{\frac{3}{2}C_n\dot{\lambda}_n}{q_n^e}\right) \tag{28}$$

En injectant l'expression de $\boldsymbol{S}-\boldsymbol{X}_n$ dans la condition $f=0$, on obtient :

$$\left(q_n^e-\frac{3}{2}C_n\dot{\lambda}_n\right)-Y_n=0 \tag{29}$$

Dans la mesure où $Y_n>0$ et $q_n^e>0$, cette équation admet la solution suivante pour le multiplicateur plastique :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\dot{\lambda}_n = \frac{q_n^e - Y_n}{\frac{3}{2} C_n} \tag{30}$$

Donc, forcément :

$$0 < \dot{\lambda}_n < \frac{q_n^e}{\frac{3}{2} C_n} \tag{31}$$

Le système à résoudre est donc directement basé sur le multiplicateur plastique et non sur le tenseur d'écrouissage, qui est une variable auxiliaire (`@AuxiliaryStateVariable`) dans la routine MFront.

Dans la mesure où la mise à jour du tenseur de contraintes dans le bloc `@ComputeStress` s'effectue avant l'itération de Newton de l'algorithme de résolution, dans la routine MFront q_n^e est obtenu directement à partir de la valeur mise à jour du tenseur déviatorique $\mathbf{S}$, q_n .

2.1 Étape de prédiction

L'étape de prédiction est gérée à partir du mot-clé facteur `PREDICTION` du mot-clé `NEWTON` dans l'opérateur de résolution non linéaire, le bloc `@Predictor` sur MFront n'ayant pas besoin d'être renseigné pour une résolution avec **code_aster**.

2.2 Étape de correction par algorithme de Newton

Le vecteur d'inconnues étant donné par $\boldsymbol{Y} = \left(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \dot{\lambda}_n\right)$, les itérations de l'algorithme de Newton consistent à résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} f_\varepsilon^e = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \sum_{n=1}^{N} \dot{\lambda}_n \boldsymbol{\Psi}_n = 0 \\ f_{\dot{\lambda}_n} = \dot{\lambda}_n - \frac{q_n - Y_n}{\frac{3}{2} C_n} \end{cases} \tag{32}$$

L'écriture des équations en forme scalaire permet de réduire la taille du système d'équations à résoudre et de cette manière d'améliorer la performance du modèle.

2.3 Étape de mise à jour

Une fois la convergence de la résolution locale achevée, le vecteur des inconnues est mis à jour classiquement de la manière suivante :

$$\boldsymbol{Y}^+ = \boldsymbol{Y}_{j+1} = \boldsymbol{Y}_j + \delta \boldsymbol{Y}_{j+1} \tag{33}$$

On profite également pour mettre à jour les variables auxiliaires $\boldsymbol{X}_n$ et $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ dans le bloc `@UpdateAuxiliaryStateVars` .

2.4 Calcul des termes de la matrice jacobienne

Afin de calculer l'opérateur tangent cohérent (directive **`@TangentOperator`** de MFront), il faut disposer des termes de la matrice jacobienne $\boldsymbol{J}$ du système d'équations à résoudre. Dans le cas présent, la matrice jacobienne s'écrit de la manière suivante :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\boldsymbol{J}=\begin{bmatrix} \frac{\partial f_{\dot{\lambda}_n}}{\partial \dot{\lambda}_n}\boldsymbol{I_4} & \frac{\partial \boldsymbol{f}^e_\varepsilon}{\partial \dot{\lambda}_n}\otimes\boldsymbol{I} \\ \frac{\partial f_{\dot{\lambda}_n}}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e}\otimes\boldsymbol{I} & \frac{\partial \boldsymbol{f}^e_\varepsilon}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e} \end{bmatrix} \tag{34}$$

MFront permet d'obtenir ces termes numériquement par l'utilisation de l'algorithme **NewtonRaphson_NumericalJacobian** . Mais la version développée ici utilise une matrice analytique, plus performante. D ans ce qui suit, on propose une description analytique des dérivées partielles en considérant $\theta=1$.

Les termes à calculer sont les suivants : $\frac{\partial f_{\dot{\lambda}_n}}{\partial \dot{\lambda}_n}$ (scalaire), $\frac{\partial f_{\dot{\lambda}_n}}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e}$ (tenseur d'ordre deux), $\frac{\partial \boldsymbol{f}^e_\varepsilon}{\partial \dot{\lambda}_n}$ (tenseur d'ordre deux) et $\frac{\partial \boldsymbol{f}^e_\varepsilon}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e}$ (tenseur d'ordre quatre). Les dérivées partielles par rapport au multiplicateur plastique $\dot{\lambda}_n$ pour chaque mécanisme n sont immédiates :

$$\frac{\partial f_{\dot{\lambda}_n}}{\partial \dot{\lambda}_n}=1 \tag{35}$$

Et :

$$\frac{\partial \boldsymbol{f}^e_\varepsilon}{\partial \dot{\lambda}_n}=\boldsymbol{\Psi}_n \tag{36}$$

Il reste à calculer les dérivées par rapport à la déformation élastique $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e$ **.** On obtient l'expression suivante pour $\frac{\partial \boldsymbol{f}^e_\varepsilon}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e}$:

$$\frac{\partial \boldsymbol{f}^e_\varepsilon}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e}=\frac{2\mu\,\dot{\lambda}_n}{q_n}\left(\boldsymbol{M}-\boldsymbol{\Psi}\otimes\boldsymbol{\Psi}\right) \tag{37}$$

Avec l'expression suivant e pour le tenseur d'ordre 4 $\boldsymbol{M}$:

$$\boldsymbol{M}=\frac{3}{2}\left(\boldsymbol{I_4}-\frac{1}{3}\boldsymbol{I}\otimes\boldsymbol{I}\right) \tag{38}$$

$\boldsymbol{I_4}$ étant le tenseur identité d'ordre quatre et $\otimes$ le produit tensoriel. Le calcul de $\frac{\partial f_{\dot{\lambda}_n}}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e}$ pour chaque mécanisme n est plus délicat, car il dépend si le mécanisme est actif ou pas pendant les itérations de Newton.

Si le mécanisme n'est pas actif ($f_{\dot{\lambda}_n}<0$) :

$$\frac{\partial f_{\dot{\lambda}_n}}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e}=0 \tag{39}$$

Si le mécanisme est actif ($f_{\dot{\lambda}_n}>0$) :

$$\frac{\partial f_{\dot{\lambda}_n}}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e}=-\frac{4}{3}\frac{\mu}{C_n}\boldsymbol{\Psi}_n:\boldsymbol{I}_4 \tag{40}$$

En vérifiant les valeurs obtenues pour la jacobienne numérique (option **@CompareToNumericalJacobian**), il a été observée que pour des valeurs de $f_{\dot{\lambda}_n}$ proches de zéro (positives ou négatives), $\frac{\partial f_{\dot{\lambda}_n}}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e}$ vaut la moitié de l'expression obtenue analytiquement. Le traitement dans ce cas est fait en considérant une valeur critique de la valeur de la surface de charge de 10^{-6} .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Implantation dans *code_aster*

Le nombre de surfaces d'écrouissage cinématique du modèle est fixé à douze. Les premières onze surfaces permettent de couvrir la gamme de déformations de cisaillement entre 10^{-5} et $2{,}0\times10^{-2}$. On considère un comportement linéaire élastique pour des déformations plus petites que 10^{-5} et une déformation de cisaillement maximale de $2{,}0\times10^{-2}$. Les valeurs d'interpolation utilisées sont les suivantes :

γ_1=1.00000000e-05
γ_2=2.15443469e-05
γ_3=4.64158883e-05
γ_4=1.00000000e-04
γ_5=2.15443469e-04
γ_6=4.64158883e-04
γ_7=1.00000000e-03
γ_8=2.15443469e-03
γ_9=4.64158883e-03
γ_{10}=1.00000000e-02
γ_{11}=2.00000000e-02

Au-delà d'une déformation de cisaillement de $2{,}0\times10^{-2}$, les résultats du modèle seront approximatifs car la dernière surface, positionnée à une déformation de cisaillement de $1{,}0\times10^{-1}$, permet simplement de faire en sorte que le modèle fournisse une réponse entre $2{,}0\times10^{-2}$ et $1{,}0\times10^{-1}$.

3.1 Variables internes

Les variables internes (`StateVariable` et `AuxiliaryStateVariable` dans le langage MFront) suivantes sont disponibles lors d'un calcul avec la loi de comportement de Iwan :

`Eel (1-6)`	Tenseur de déformations élastiques
`pp (7-18)`	Vecteur de multiplicateurs plastiques scalaires $\dot{\lambda}_n$
`X (19-91)`	Vecteur de tenseurs d'écrouissage cinématique $\mathbf{X}_n$
`fn (92-103)`	Vecteur de valeurs de la surface de charge

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.2 Description du modèle sous MFront

Le comportement est défini dans le fichier `Iwan.mfront`.

Parser/DSL	`Implicit`
Algorithm	`NewtonRaphson`

	`@Theta 1.`
	`@IterMax 50`
	`@Epsilon 1.E-12`

Variables internes (@StateVariable)	`real pp[1:12]`
Variables internes auxilliaires (@AuxiliaryStateVariable)	`Stensor X[1:12]` `real fn[1:12]`
Variables de commandes (@ExternalStateVariable)	***aucune***

Modélisations	`'3D'`
	`'AXIS'`
	`'D_PLAN'`

Déformations	`'PETIT'`
	`'PETIT_REAC'`
	`'GDEF_LOG'`

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Fonctionnalités et vérification

Voici la liste des cas de vérification disponibles :

SSNV205 b	[V6.04.205]	essai de cisaillement cyclique contrôlé en déformation.
SSNV207 b	[V6.04.207]	cisaillement cyclique contrôlé en déformation avec micro-décharge.
COMP012 d	[V6.07.112]	Essai de cisaillement cyclique avec la commande CALC_ESSAI_GEOMECA

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Bibliographie

1) IWAN W. D., A distributed element model for hysteresis and its steady state dynamic response, *Journal of Applied Mechanics*, 88 (14), pp. 893-900, 1966.

2) IWAN W. D., On a class of models for the yielding behaviour of continuous and composite systems, *Journal of Applied Mechanics*, 89 (13), pp. 612-617, 1967.

3) GONDOMZADEH A. : Interaction dynamique sol-structure : influence de non-linéarités de comportement du sol, 2011.

4) «Relation de comportement élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire et isotrope non linéaire. Modélisations 3D et contraintes planes ». Documentation de référence de *Code_Aster* [R5.03.16].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)