Relations de comportement des éléments discrets

Résumé :

Ce document décrit les comportements non linéaires des éléments discrets qui sont appelés par les opérateurs de résolution de problèmes non linéaires STAT_NON_LINE ou DYNA_NON_LINE.

Plus précisément, les comportements décrits dans ce document sont :
- le comportement de type Von-Mises à écrouissage isotrope utilisé pour la modélisation des assemblages filetés, accessible par les mots clés DIS_GOUJ2E_PLAS et DIS_GOUJ2E_ELAS du mot-clé COMPORTEMENT,
- le comportement de type contact avec choc et frottement de Coulomb, accessible par le mot-clé DIS_CHOC du mot-clé COMPORTEMENT,
- le comportement de type Von-Mises à écrouissage cinématique non linéaire, accessible par le mot-clé DIS_ECRO_CINE,
- le comportement rhéologique viscoélastique non linéaire, accessible par le mot-clé DIS_VISC,
- le comportement non-linéaire, accessible par le mot-clé DIS_ECRO_TRAC,
- le comportement élastique bilinéaire, accessible par le mot clé DIS_BILI_ELAS,
- le comportement de type contact unilatéral avec frottement de Coulomb, utilisé pour modéliser le comportement en translation et rotation de l'ensemble des ressorts de liaison grille-crayon des assemblages combustibles, accessible par le mot clé DIS_GRICRA.
- le comportement d'armement de ligne , accessible par le mot clé ARME ,

L'intégration des modèles de comportement mentionnés ci-dessus est détaillée dans ce document. D'autres comportements relatifs aux éléments discrets sont disponibles, mais non détaillés ici :

- Assemblage non linéaire de cornières de pylônes (Relation ASSE_CORN) [R5.03.32].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des Matières

1 Principes généraux des relations de comportement des éléments discrets....4
1.1 Relations de comportement non linéaires (des éléments discrets)....4
1.2 Calcul des déformations (petites déformations)....5
1.3 Calcul des efforts et des forces nodales....6
1.4 Notations générales....6
2 Relation de comportement des assemblages filetés....7
2.1 Équations du modèle DIS_GOUJ2E_PLAS....7
2.2 Intégration de la relation DIS_GOUJ2E_PLAS....7
2.3 Variables internes....8
3 Comportement élastique bi-linéaire : DIS_BILI_ELAS....9
3.1 Définition....9
3.2 Variables internes....9
4 Comportement DIS_ECRO_CINE....10
4.1 Définition....10
4.2 Intégration du comportement....10
4.3 Variables internes....11
5 Comportement viscoélastique non linéaire DIS_VISC....12
5.1 Définition....12
5.2 Formulation du comportement....13
5.3 Mise en données....14
5.4 Intégration du comportement....15
5.5 Variables internes....16
6 Comportement non-linéaire DIS_ECRO_TRAC....17
6.1 Définition....17
6.2 Mise en données....17
6.3 Formulation du comportement....17
6.4 Intégration locale du comportement....18
6.5 Variables internes....18
7 Modélisation des chocs et du frottement : DIS_CHOC....19
7.1 Relation de contact unilatéral....19
7.2 Loi de frottement de Coulomb....20
7.3 Modélisation approchée des relations de contact par pénalisation....21
7.4 Définition des paramètres de contact....23
8 Modélisation de la liaison grille-crayon : DIS_GRICRA....24
8.1 Présentation générale....24
8.2 Définition du repère local....25
8.3 Comportement en translation....26
8.4 Comportement en rotation....27

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8.5 Remarque....29
8.6 Utilisation....30
9 Comportement ARME....32
9.1 Définition....32
9.2 Variables internes....33
10 Bibliographie....34
11 Historique des versions du document....34

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Principes généraux des relations de comportement des éléments discrets

1.1 Relations de comportement non linéaires (des éléments discrets)

Les relations disponibles dans *Code_Aster* pour les éléments discrets sont des relations de comportement incrémentales données sous le mot-clé facteur COMPORTEMENT par le mot-clé RELATION dans les opérateurs non linéaires STAT_NON_LINE et DYNA_NON_LINE. On distingue :

- le comportement de type Von-Mises à écrouissage isotrope utilisé pour la modélisation des assemblages filetés, mis en œuvre dans MACR_GOUJ2E_CALC et accessible par les mots clés DIS_GOUJ2E_PLAS et DIS_GOUJ2E_ELAS,
- le comportement de type contact avec choc et frottement de Coulomb, accessible par le mot-clé DIS_CHOC,
- le comportement de type Von Mises à écrouissage cinématique non linéaire, accessible par le mot clé DIS_ECRO_CINE,
- le comportement viscoélastique linéaire, accessible par le mot clé DIS_VISC,
- le comportement non-linéaire, accessible par le mot-clé DIS_ECRO_TRAC,
- le comportement élastique bilinéaire, accessible par le mot clé DIS_BILI_ELAS,
- le comportement de type contact unilatéral avec frottement de Coulomb, utilisé pour modéliser le comportement en translation et rotation de l'ensemble des ressorts de liaison grille – crayon des assemblages combustibles, accessible par le mot clé DIS_GRICRA,
- le comportement d'armement de ligne , accessible par le mot clé ARME ,

Et les comportements suivants, qui ne sont pas détaillés ici :

- Assemblage non linéaire de cornières de pylônes (relation ASSE_CORN) [R5.03.32],

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Les paramètres nécessaires à ces relations sont fournis dans l'opérateur DEFI_MATERIAU par les mots clés :

Comportement dans STAT_NON_LINE DYNA_NON_LINE	Type d'élément (modélisation) dans AFFE_MODELE	Mots clé dans DEFI_MATERIAU	AFFE_CARA_ELEM mots clé sous DISCRET
DIS_GOUJ2E_ELAS DIS_GOUJ2E_PLAS	2D_DIS_T : élément discret 2D à deux nœuds en translation	TRACTION	CARA : 'K_T_D_L'
DIS_ECRO_CINE	DIS_T, D_DIS_T, DIS_TR, 2D_DIS_TR : éléments discrets 2D ou 3D à un ou deux nœuds en translation / rotation	DIS_ECRO_CINE	CARA : 'K_T_D_L' CARA : 'K_TR_D_L' CARA : 'K_T_D_N' CARA : 'K_TR_D_N'
DIS_VISC	DIS_T, 2D_DIS_T, DIS_TR, 2D_DIS_TR : éléments discrets 2D ou 3D à un ou deux nœuds en translation / rotation	DIS_VISC	CARA : 'K_T_D_L' CARA : 'K_TR_D_L' CARA : 'K_T_D_N' CARA : 'K_TR_D_N'
DIS_BILI_ELAS	DIS_T, 2D_DIS_T, DIS_TR, 2D_DIS_TR : éléments discrets 2D ou 3D à un ou deux nœuds en translation / rotation	DIS_BILI_ELAS	CARA : 'K_T_D_L' CARA : 'K_TR_D_L' CARA : 'K_T_D_N' CARA : 'K_TR_D_N'
DIS_CHOC contact et choc avec frottement de Coulomb	DIS_T, 2D_DIS_T : éléments discrets 2D ou 3D à deux nœuds en translation.	DIS_CONTACT	CARA : 'K_T_D_L' CARA : 'K_T_D_N' Pour le calcul de rigidité élastique et de modes propres
DIS_GRICRA	DIS_TR : éléments discrets 3D à deux nœuds en translation / rotation	DIS_GRICRA	CARA : 'K_TR_L' Pour le calcul de rigidité élastique et de modes propres
DIS_ECRO_TRAC	DIS_T, DIS_TR : éléments discrets 3D à un ou deux nœuds en translation / rotation.	DIS_ECRO_TRAC	CARA : 'K_T_D_L' CARA : 'K_T_D_N' Pour le calcul de rigidité élastique et de modes propres.
ARME	DIS_TR : éléments discrets 3D à deux nœuds en translation / rotation	ARME	CARA : 'K_TR_L' Pour le calcul de rigidité élastique et de modes propres

Contrairement aux modèles de comportement 1D [bib3], ces relations lient directement les efforts et les déplacements, au lieu d'être formulées entre contraintes et déformations. Elles ne sont valables qu'en petites déformations. On décrit pour chaque relation de comportement le calcul du champ d'efforts à partir d'un incrément de déplacement donné (cf. algorithme de Newton [R5.03.01]), le calcul des forces **nodales** R et de la matrice tangente.

1.2 Calcul des déformations (petites déformations)

Pour chacun des éléments finis du *Code_Aster*, dans STAT_NON_LINE, l'algorithme global (Newton) fournit à la routine élémentaire, qui intègre le comportement, un accroissement du champ de déplacement [R5.03.01]
Pour les éléments discrets à 2 nœuds, on en déduit l'accroissement d'élongation (en translation) ou de rotation, entre les nœuds 1 et 2 de l'élément : $\Delta\varepsilon = \Delta u_2 - \Delta u_1$.

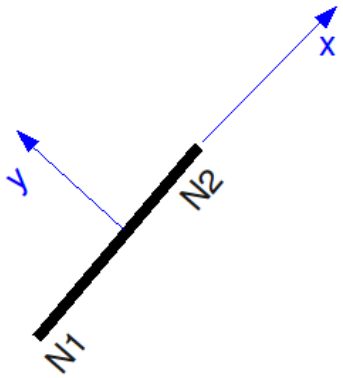
Pour les éléments discrets à un nœud, on obtient simplement : $\Delta\varepsilon = \Delta u_1$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.3 Calcul des efforts et des forces nodales

Après intégration du comportement, il faut fournir à l'algorithme global (Newton) un vecteur contenant les efforts généralisés, d'une part, et d'autre part un vecteur contenant les forces nodales R [R5.03.01] en repère global (X, Y, Z).

Pour les éléments discrets, la résolution du problème local non linéaire fournit directement les efforts dans l'élément (uniformes dans l'élément), en repère local (x, y, z), qui sont de la forme :



$$F=\begin{Bmatrix} F_1(noeud\,1) \\ F_2(noeud\,2) \end{Bmatrix} \quad \text{avec} \quad \text{en 2D : } F_1=F_2=\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix}$$

$$\text{en 3D : } F_1=F_2=\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} \text{ en translation seule,}$$

$$F_1=F_2=\begin{pmatrix} F_x & F_y & F_z & M_x & M_y & M_z \end{pmatrix} \text{ en translation et rotation.}$$

Le vecteur R des forces nodales équivalentes (qui est exprimé dans le repère global) est déduit de F par changement de repère :

$$R=P^T R_{loc} P \quad avec \quad R_{loc}=\begin{Bmatrix} -F_1(noeud\,1) \\ F_2(noeud\,2) \end{Bmatrix}$$

où P est la matrice de changement de repère, permettant le passage du repère global vers le repère local, comme pour les éléments de poutre [R3.08.01].

1.4 Notations générales

Toutes les quantités évaluées à l'instant précédent sont indicées par $^-$.
Les quantités évaluées à l'instant $t+\Delta t$ ne sont pas indicées.
Les incréments sont désignés par Δ. On a ainsi :

$$Q=Q(t+\Delta t)=Q^-(t)+\Delta Q(t)=Q^-+\Delta Q$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Relation de comportement des assemblages filetés

2.1 Équations du modèle DIS_GOUJ2E_PLAS

Elles sont déduites du comportement 3D VMIS_ISOT_TRAC [R5.03.02] : on y représente une relation de comportement de type élastoplastique à écrouissage isotrope, liant les efforts dans l'élément discret à la différence de déplacement des deux nœuds dans la direction y locale.
Dans la direction x locale, le comportement est élastique, linéaire, et le coefficient reliant l'effort Fx au déplacement Dx est la raideur Kx fournie par l'intermédiaire de AFFE_CARA_ELEM.
Le comportement non linéaire ne concerne que la direction y locale.
En notant $\Delta\varepsilon=\Delta u_y^1-\Delta u_y^2$ et $\sigma=F_y^1=F_y^2$.
Les relations s'écrivent sous la même forme que les relations de Von-Mises 1D [R5.03.09] :

$$\dot{e}^p=\dot{p}\frac{s}{|s|}$$
$$s=E\left(e-e^p\right)$$
$$s_{eq}-R\left(p\right)=|s|-R\left(p\right)\leq 0$$
$$s_{eq}-R\left(p\right)<0\Rightarrow\dot{p}=0$$
$$s_{eq}-R\left(p\right)=0\Rightarrow\dot{p}\,{}^3\,0$$

Dans ces expressions, p représente un "déplacement plastique cumulé", et la fonction d'écrouissage isotrope $R(p)$ est affine par morceaux, donnée sous forme d'une courbe effort – déplacement définie point par point, fournie sous le mot clé facteur TRACTION de l'opérateur DEFI_MATERIAU [U4.43.01].
Le premier point correspond à la fin du domaine linéaire, et sert donc à définir à la fois la limite de linéarité (analogue à la limite d'élasticité), et E qui est la pente de cette partie linéaire (E est indépendant de la température). La fonction $R(p)$ est déduite d'une courbe caractéristique de l'assemblage (modélisation de quelques filets) exprimant l'effort sur le goujon en fonction de la différence de déplacement moyen entre le goujon et la bride [bib1] : $F=f(u-v)$.

2.2 Intégration de la relation DIS_GOUJ2E_PLAS

Par discrétisation implicite directe des relations de comportement, de façon analogue à l'intégration 1D [R5.03.09] on obtient :

$$E\Delta\varepsilon-\Delta\sigma=E\Delta p\frac{\sigma^-+\Delta\sigma}{|\sigma^-+\Delta\sigma|}$$
$$|\sigma^-+\Delta\sigma|-R\left(p^-+\Delta p\right)\leq 0$$
$$|\sigma^-+\Delta\sigma|-R\left(p^-+\Delta p\right)<0\Rightarrow\Delta p=0$$
$$|\sigma^-+\Delta\sigma|-R\left(p^-+\Delta p\right)=0\Rightarrow\Delta p\geq 0$$

Deux cas se présentent :
- $|\sigma^-+\Delta\sigma|<R(p^-+\Delta p)$ alors $\Delta p=0$ soit $\Delta\sigma=E\Delta\varepsilon$ donc $|\sigma^-+E\Delta\varepsilon|<R(p^-)$
- $|\sigma^-+\Delta\sigma|=R(p^-+\Delta p)$ alors $\Delta p\geq 0$ donc $|\sigma^-+E\Delta\varepsilon|\geq R(p^-)$

On en déduit l'algorithme de résolution :
posons $\sigma^e=\sigma^-+E\Delta\varepsilon$
si $|\sigma^e|\leq R(p^-)$ alors $\Delta p=0$ et $\Delta\sigma=E\Delta\varepsilon$
si $|\sigma^e|>R(p^-)$ alors il faut résoudre :

$$\sigma^e=\sigma^-+\Delta\sigma+E\Delta p\frac{\sigma^-+\Delta\sigma}{|\sigma^-+\Delta\sigma|}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\sigma^e=(\sigma^-+\Delta\sigma)\left(1+\frac{E\Delta p}{|\sigma^-+\Delta\sigma|}\right)$$

donc en prenant la valeur absolue :

$$|\sigma^e|=|\sigma^-+\Delta\sigma|\left(1+\frac{E\Delta p}{|\sigma^-+\Delta\sigma|}\right)$$

soit, en utilisant $|\sigma^-+\Delta\sigma|=R(p^-+\Delta p)$

$$|\sigma^e|=R(p^-+\Delta p)+E\Delta p$$

En tenant compte de la linéarité par morceaux de $R(p)$, on peut résoudre explicitement cette équation pour trouver Δp

On en déduit : $\frac{\sigma^e}{|\sigma^e|}=\frac{\sigma}{R(p^-+\Delta p)}$

alors : $\sigma=\sigma^-+\Delta\sigma=\frac{\sigma^e}{|\sigma^e|}R(p)=\frac{\sigma^e}{1+\frac{E\Delta p}{R(p)}}$

De plus, l'option FULL_MECA permet de calculer la matrice tangente $\mathbf{K}_i^n$ à chaque itération. L'opérateur tangent qui sert à la construire est calculé directement sur le système discrétisé précédent. On obtient directement :

- Si $|\sigma^e|>R(p^-)$ alors $\frac{\delta\sigma}{\delta\epsilon}=E_t=\frac{ER'(p)}{E+R'(p)}$
- sinon $\frac{\delta\sigma}{\delta\epsilon}=E$

2.3 Variables internes

La relation de comportement DIS_GOUJ2E_PLAS produit deux variables internes : le « déplacement plastique cumulé » p, et un indicateur valant 1 si l'accroissement de déformation plastique est non nul et 0 dans le cas contraire.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Comportement élastique bi-linéaire : DIS_BILI_ELAS

3.1 Définition

Le comportement DIS_BILI_ELAS est utilisé pour modéliser un comportement élastique bilinéaire en translation, dans chaque direction. La loi de comportement a été conçue pour être utilisée avec tous les éléments discrets. Le comportement est caractérisé par 2 pentes (KDEB et KFIN) et par effort (FPRE) qui définit la rupture de pente.

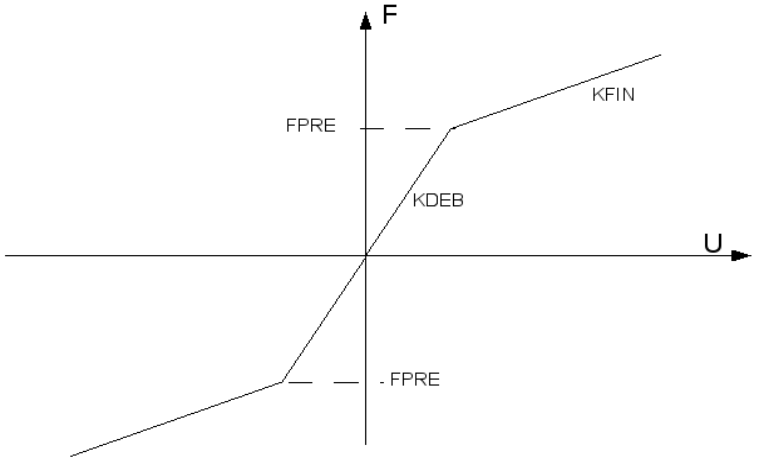


Figure 3.1-a : Comportement élastique bilinéaire

Pour cette loi et cela quel que soit le degré de liberté considéré, le comportement du discret est soit élastique soit élastique-bilinéaire. Si dans une des directions le comportement bilinéaire n'est pas défini, le comportement dans cette direction est alors élastique et ce sont les valeurs données dans la commande AFFE_CARA_ELEM qui sont prises. La loi DIS_BILI_ELAS ne concerne que les degrés de translation, cela implique donc que le comportement est élastique pour les degrés de liberté de rotation qui existent pour ce discret. Ce repère local est défini de façon classique dans la commande AFFE_CARA_ELEM sous le mot clef facteur ORIENTATION.

Les 3 caractéristiques (KDEB, KFIN, FPRE) sont obligatoirement données dans le repère local de l'élément, il est donc nécessaire dans la commande AFFE_CARA_ELEM sous le mot clef facteur DISCRET de préciser REPERE='LOCAL'. Une erreur fatale est émise par *Code_Aster* si cette condition n'est pas respectée.

Les grandeurs KDEB et KFIN sont des fonctions qui dépendent de la température et peuvent être définies sous forme de fonction, de nappe ou de formule.

Les équations incrémentales de la loi de comportement sont simplement :

Si $|F| \leq FPRE \Rightarrow dF = \mathrm{KDEB}.dU$ Sinon $dF = \mathrm{KFIN}.dU$

F étant l'effort à l'instant t considéré dans une des directions de translation, et dU l'incrément de déplacement de translation dans cette direction.

3.2 Variables internes

Il y a une variable interne par degré de liberté de translation. Elle peut prendre 3 valeurs :

- $VI = 0$, le discret n'a jamais été sollicité dans cette direction.
- $VI = 1$, on est dans le cas où $|F| \leq FPRE$
- $VI = 2$, on est dans le cas où $|F| > FPRE$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Comportement DIS_ECRO_CINE

4.1 Définition

Le comportement DIS_ECRO_CINE est une loi de comportement élastoplastique à écrouissage cinématique non linéaire pour éléments discrets. Cette loi est définie pour chaque composante du torseur des efforts résultants. Les coefficients matériau sont fournis sous le mot-clé DIS_ECRO_CINE. Par exemple pour la direction X :

- LIMY_DX : F_e Effort limite élastique suivant l'axe local x de l'élément
- KCIN_DX : k_r Raideur suivant l'axe local x de l'élément
- PUIS_DX : n Coefficient de non-linéarité suivant l'axe local x de l'élément (supérieur à 1)
- LIMU_DX : F_u Effort limite suivant l'axe local x de l'élément.
  - Seuil : $f=\left|F-X\right|-F_e$
  - Si $f\leq 0$ le comportement est élastique $\dot{F}=K_e.\dot{U}$
  - Sinon :

$$f=0 \text{ et } \dot{f}=0$$

$$\dot{U^{an}}=\dot{\lambda}\frac{\partial f}{\partial F} \quad -\dot{\alpha}=\dot{\lambda}\frac{\partial f}{\partial X} \qquad \text{[éq 4.1-1]}$$

$$\dot{F}=K_e(\dot{U}-\dot{U^{an}}) \qquad \text{[éq 4.1-2]}$$

$$X=\frac{k_{r.}\alpha}{\left(1+\left(\frac{k_{r.}\alpha}{F_u}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}} \qquad \text{[éq 4.1-3]}$$

4.2 Intégration du comportement

La résolution est obtenue après discrétisation en temps de la façon suivante :
$\Delta F=K_e(\Delta U-\Delta U^{an})$ où $\Delta F,\Delta U$ peuvent représenter soit des efforts et des translations, soit des moments et des rotations.

En calculant : $F^-=K_e(U^--U_{an}^-)$, on effectue un essai élastique :

Si $\left|F^-+K_e(\Delta U)-X^-\right|\leq 0$ alors $\Delta F=K_e.\Delta U$

Sinon, le système à résoudre est :

$$f=0\Rightarrow\left|F^-+\Delta F-X^--\Delta X\right|=F_e$$

$$\Delta U^{an}=\Delta\alpha=\Delta\lambda\frac{F^-+\Delta F-X^--\Delta X}{F_e} \qquad \text{[éq 4.2-1]}$$

$$\Delta F=K_e(\Delta U-\Delta U^{an})$$

Les 3 inconnues sont : $\Delta F;\Delta U^{an}=\Delta\alpha;\Delta\lambda$ car $\Delta X=\frac{k(\alpha^-+\Delta\alpha)}{\left(1+\left(k(\alpha^-+\Delta\alpha)\right)^n\right)^{1/n}}-X^-$ est une fonction analytique de $\Delta\alpha$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On peut simplifier ce système de la façon suivante :

$$\left|F^- + \Delta F - X^- - \Delta X\right| = F_e$$

$$\Delta U^{an} = \Delta\lambda \frac{F^- + \Delta F - X^- - \Delta X}{F_e}$$

$$\Delta F + F^- - X^- - \Delta X = K_e(\Delta U - \Delta U^{an}) + F^- - X^- - \Delta X$$

$$\left|F^- + \Delta F - X^- - \Delta X\right| = F_e$$

donc : $\Delta U^{an} = \Delta\lambda \frac{F^- + \Delta F - X^- - \Delta X}{F_e}$ [éq 4.2-2]

$$\Delta F + F^- - X^- - \Delta X = K_e \Delta U + F^- - X^- - \Delta X - K_e \Delta\lambda \frac{F^- + \Delta F - X^- - \Delta X}{F_e}$$

La dernière équation fournit :

$(\Delta F + F^- - X^- - \Delta X)(1 + K_e \Delta \frac{\lambda}{F_e}) = K_e \Delta U + F^- - X^- - \Delta X$ où ΔX fonction de $\Delta\alpha$ donc de $\Delta\lambda$ (et du signe de $F - X$). En prenant la norme à droite et à gauche on obtient :

$$F_e + K_e \Delta\lambda = \left|K_e \Delta U + F^- - X^- - \Delta X\right|$$

Cette unique équation scalaire peut être résolue par une méthode classique de recherche de zéro de fonction (Newton, sécante , etc. voir par exemple [R5.03.04]). Dans le cas où l'écrouissage cinématique est linéaire, (seul cas justifié thermodynamiquement [bib 8] on obtient analytiquement la solution $\Delta\lambda$: $F_e + (K_e + k)\Delta\lambda = \left|K_e \Delta U + F^- - X^-\right|$

On calcule ensuite les autres inconnues par :

$$\Delta F = \frac{K_e \Delta U + F^- - X^- - \Delta X}{(1 + K_e \frac{\Delta\lambda}{F_e})} - F^- + X^- + \Delta X \quad \text{et} \quad \Delta U^{an} = \Delta\lambda \frac{F^- + \Delta F - X^- - \Delta X}{F_e}$$

La programmation actuelle résout le système de façon simplifiée :

$f = |F - X| - F_e$ est discrétisé de façon explicite : $f = \left|F - X^-\right| - F_e$

alors : $F_e + K_e \Delta\lambda = \left|K_e \Delta U + F^- - X^-\right|$.

On calcule ensuite $\alpha = \alpha^- + \Delta U^{an}$, ce qui permet d'actualiser : $X = \frac{k_r \alpha}{\left(1 + \left(\frac{k_r \alpha}{F_u}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}}$.

La raideur tangente dans cette direction est approchée par :

$$K_{tgt} = \frac{\Delta F}{\Delta U}$$ [éq 4.2-3]

4.3 Variables internes

Il y a 3 variables internes par degré de liberté :

- $V1$ contient U^{an} à chaque instant
- $V2$ contient α à chaque instant
- $V3$ contient l'énergie totale réactualisée à chaque instant.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Comportement viscoélastique non linéaire DIS_VISC

5.1 Définition

Le comportement DIS_VISC est un comportement rhéologique viscoélastique non linéaire, de type *Zener* étendu, permettant de schématiser le comportement d'un amortisseur uniaxial, seulement suivant le degré de liberté DX local des éléments discrets à deux nœuds (maille SEG2) ou et des éléments discrets à un nœud (maille POI1), dans le cas d'une liaison avec un bâti fixe non maillé (voir des exemples statiques et dynamiques dans le cas test SSND101). L'agencement des composants élastiques linéaires permet de prendre en compte une large gamme de situations d'environnement de la partie amortissante de l'appareil et de ses fixations.

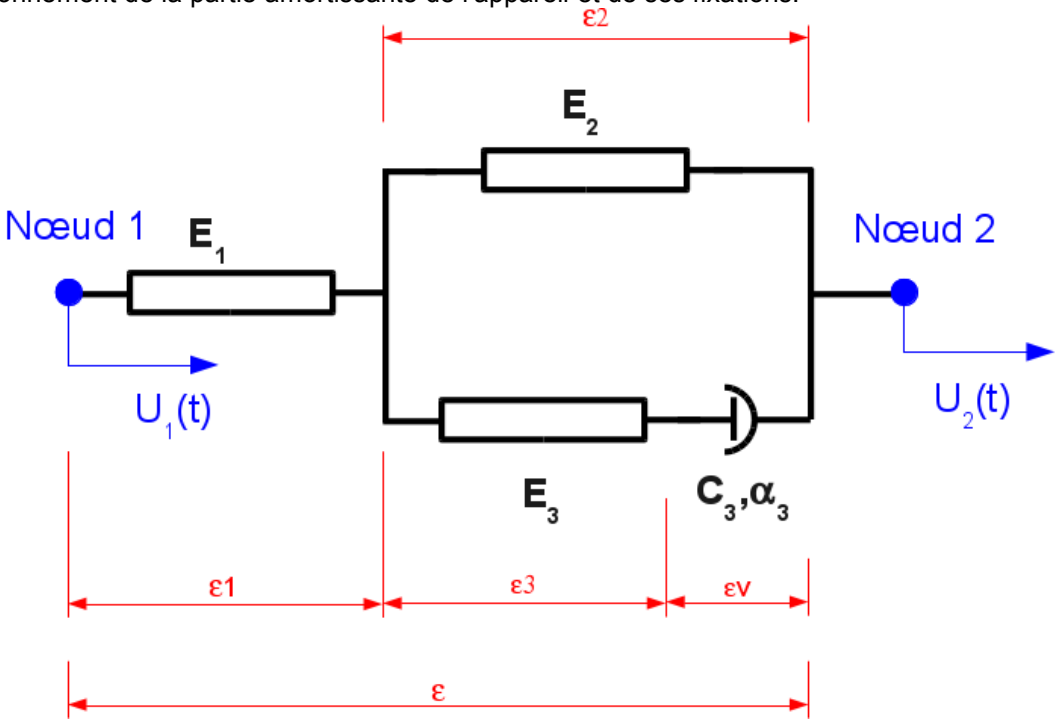


Figure 5.1-a : Modèle rhéologique viscoélastique non linéaire discret.

La loi visqueuse non linéaire s'écrit, pour $\alpha \in]0,\ 1]$:

$$\sigma_3 = E_3 \varepsilon_3 = C.\ sgn\left(\dot{\varepsilon}_v\right).\left|\dot{\varepsilon}_v\right|^{\alpha} \qquad \text{[éq 5.1-1]}$$

la constante d'amortissement C étant positive. Pour $\alpha = 1$, le modèle est visqueux linéaire. On note que la dimension « temps » de ce problème est, par les règles de similitude, directement associée au coefficient C : en effet, en notant le temps réduit par $\tau = \lambda t$, la loi non linéaire s'écrit : $\sigma_3 = C.\lambda^{\alpha} sgn\left(\dot{\varepsilon}_v\right).\left|\dfrac{d\varepsilon_v}{d\tau}\right|^{\alpha}$. Ainsi envisager un chargement dynamique avec une pulsation différente (en rapport λ) est identique à changer en proportion de λ^{α} le coefficient C de la loi. On note que le cas $E_2 \to \infty$ est non-admissible, mais on peut choisir $E_2 = 0$ (système en série pure, type MAXWELL) ; de même on ne prendra pas $E_1 \to \infty$ et $E_3 \to \infty$ en même temps (modèle de KELVIN-VOIGT), faute de quoi la raideur initiale du système serait infinie.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5.2 Formulation du comportement

On note ci-après par ε la « déformation » de l'élément discret, à savoir la différence des déplacements axiaux (direction x dans le repère local) des nœuds aux extrémités de l'élément défini :

$\varepsilon = U_x^{N2} - U_x^{N1}$ sur la maille SEG2 ou $\varepsilon = U_x^{N1}$ sur la maille POI1 [éq 5.2-1]

De même, on note ci-après par σ la « contrainte » de l'élément discret, à savoir l'effort axial transitant dans l'élément défini sur la maille SEG2 ou POI1 :

$$\sigma = F_x^{N2} = F_x^{N1} \quad \text{[éq 5.2-2]}$$

La compatibilité des déformations donne, cf. Figure 5.1-a :

$$\begin{cases} \varepsilon &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_3 + \varepsilon_v \end{cases} \quad \text{[éq 5.2-3]}$$

L'équilibre et les relations de comportement donnent respectivement (en se plaçant ci-après dans le cas $sgn\left(\dot{\varepsilon}_v\right) = +1$, pour ε et σ positifs) :

$$\begin{cases} \sigma &= E_1 \varepsilon_1 \\ \sigma &= \sigma_2 + \sigma_3 = E_2 \varepsilon_2 + E_3 \varepsilon_3 \\ \sigma_3 &= E_3 \varepsilon_3 = C\left(\dot{\varepsilon}_v\right)^{\alpha} \end{cases} \quad \text{[éq 5.2-4]}$$

On déduit respectivement que :

$$\dot{\varepsilon}_2 = \left(\frac{\sigma_3}{C}\right)^{1/\alpha} + \frac{\dot{\sigma}_3}{E_3} \quad \text{[éq 5.2-5]}$$

$$\dot{\sigma} = E_2 . \left(\frac{\sigma_3}{C}\right)^{1/\alpha} + \frac{\dot{\sigma}_3 \left(E_2 + E_3\right)}{E_3} \quad \text{[éq 5.2-6]}$$

Et l'évolution de la déformation est :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{E_1 + E_2}{E_1}\left(\frac{\sigma_3}{C}\right)^{1/\alpha} + \frac{\dot{\sigma}_2 \left(E_1 + E_2 + E_3\right)}{E_1 E_3} \quad \text{[éq 5.2-7]}$$

Donc la loi de comportement globale du système rhéologique s'écrit en vitesse :

$$\dot{\sigma} = \frac{E_1 . \left(E_2 + E_3\right) \dot{\varepsilon} - E_1 E_3 . \dot{\varepsilon}_v}{E_1 + E_2 + E_3} \quad \text{[éq 5.2-8]}$$

La vitesse $\dot{\varepsilon}$ est calculée sur la base des déplacements et l'incrément de temps choisi : $\dot{\varepsilon} = \left(U_x^{N2} - U_x^{N1}\right) / \Delta t$.

Il reste à exprimer $\dot{\varepsilon}_v$ à partir des variables d'état :

$$\dot{\varepsilon}_v = \left(\frac{1}{C}\left(\frac{\sigma\left(E_1 + E_2\right)}{E_1} - E_2 \varepsilon\right)\right)^{1/\alpha} \quad \text{[éq 5.2-9]}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La raideur tangente élastique en vitesse du modèle, qui sert à la phase de prédiction, est :

$$K_t = \frac{E_1.\left(E_2+E_3\right)}{E_1+E_2+E_3} = \frac{1+E_2/E_3}{1/E_1+E_2/(E_1\times E_3)+1/E_3} \qquad \text{[éq 5.2-10]}$$

La puissance dissipée s'exprime par :

$$P_{diss} = C\,|\dot{\varepsilon}_v|^{1+\alpha} \qquad \text{[éq 5.2-11]}$$

Dans le plan vitesse de déformation-contrainte dans le modèle rhéologique, pour différentes valeurs de α , on observe les cycles suivants :

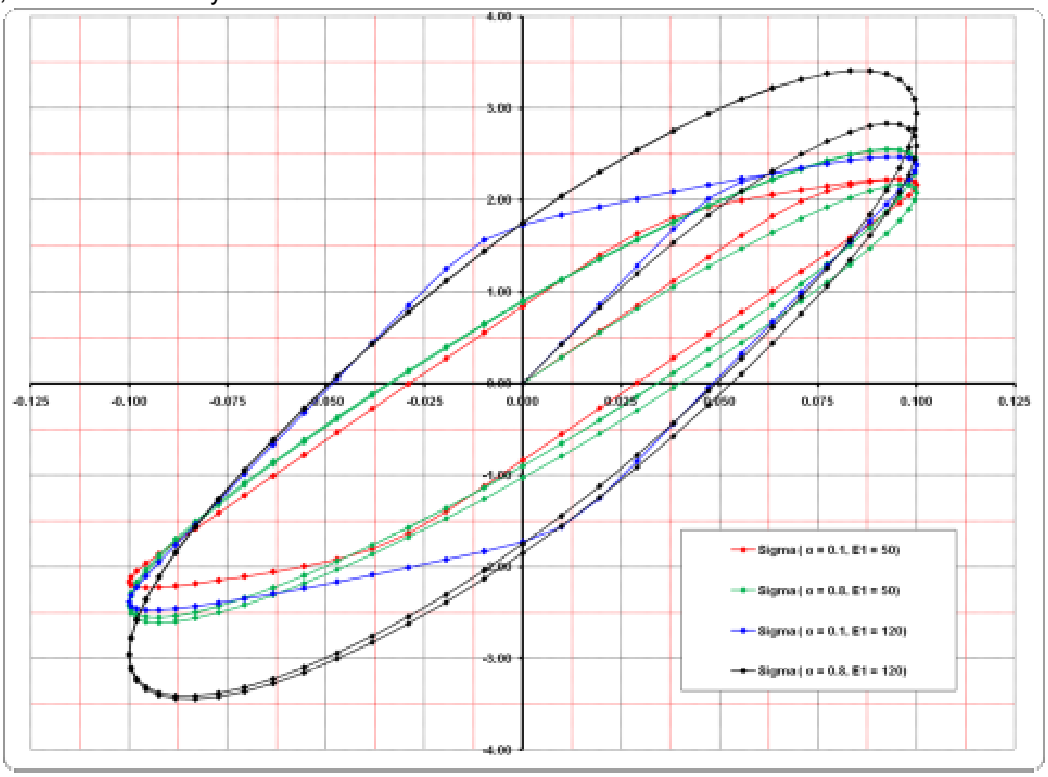


Figure 5.2-a : Cycles de réponse du modèle rhéologique viscoélastique non linéaire discret (modèle Zener généralisé). Force en Newton fonction du déplacement en mètres.

Remarque :
L'inclinaison des cycles provient de l'effet des raideurs en parallèle dans le comportement rhéologique (Kelvin-Voigt ou Zener) ou en série (modèle Maxwell). En effet, dans le cas d'un amortisseur seul sans raideur, les cycles sont nécessairement symétriques par rapport à l'axe des déplacements nuls. Si l'on dispose de courbes expérimentales de comportement d'un tel appareil amortisseur, on pourra par recalage déterminer ainsi les divers coefficients de cette loi `DIS_VISC`.

5.3 Mise en données

Les coefficients matériau sont fournis par le mot-clé `DIS_VISC` de la commande `DEFI_MATERIAU`.
Pour la direction locale x (et seulement celle-là) de l'élément discret, on fournit 5 coefficients, soit les raideurs, soit les souplesses, puis les caractéristiques amortissantes :

- `K1` : raideur élastique E_1 de l'élément 1 du modèle rhéologique,
- `K2` : raideur élastique E_2 de l'élément 2 du modèle rhéologique,
- `K3` : raideur élastique E_3 de l'élément 3 du modèle rhéologique,

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- UNSUR_K1 : souplesse élastique $1/E_1$ de l'élément 1 du modèle rhéologique,
- UNSUR_K2 : souplesse élastique $1/E_2$ de l'élément 2 du modèle rhéologique,
- UNSUR_K3 : souplesse élastique $1/E_3$ de l'élément 3 du modèle rhéologique,

- PUIS_ALPHA : puissance α de la loi non linéaire du comportement visqueux de l'élément,
- C : coefficient du comportement visqueux de l'élément.

Les conditions à respecter pour ces coefficients sont (notamment pour assurer la positivité et la finitude de la matrice tangente) :

$$E_1 \geqslant 10^{-8} \ ; \ 1/E_1 \geqslant 0 \ ; \ E_3 \geqslant 10^{-8} \ ; \ 1/E_3 \geqslant 0$$
$$1/E_2 \geqslant 10^{-8} \ ; \ E_2 \geqslant 0 \ ; \ C \geqslant 10^{-8} \ ; \ 10^{-8} \leqslant \alpha \leqslant 1$$

De plus, on ne peut avoir à la fois : $1/E_1 = 0$, $1/E_3 = 0$ et $E_2 = 0$, c'est-à-dire le cas de l'amortisseur seul.

5.4 Intégration du comportement

5.4.1 Intégration locale

Un schéma d'EULER implicite est bien moins précis (il faudrait calculer l'erreur à l'ordre 2) qu'un schéma de RUNGE-KUTTA d'ordre 5 avec un contrôle de l'erreur. Le schéma RK5 est une combinaison du schéma d'ordre 4 et du schéma d'ordre 6 (bib [9]), pour lequel les coefficients sont déterminés de façon à minimiser l'erreur entre l'ordre 4 et l'ordre 6.
C'est pourquoi dans *Code_Aster*, l'intégration locale de ce modèle utilise le schéma de RUNGE-KUTTA d'ordre 5. De plus, la raideur tangente après discrétisation discrète en temps du comportement dF/dU est obtenue directement via l'expression du schéma RUNGE-KUTTA, à la fin du pas de temps.
L'erreur est connue, il est donc possible de déclencher des subdivisions locales du pas de temps si le critère de convergence n'est pas respecté.

5.4.2 Intégration temporelle et équilibre global

Par ailleurs, si on envisage l'équilibre dynamique d'un système à un degré de liberté, de masse M, comportant un amortisseur seul (sans raideurs) obéissant à la loi [éq 5.1-1], l'équation du mouvement s'écrit, ayant adopté le « temps réduit » $\tau = \lambda t$:

$$M \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + C.\lambda^{2-\alpha}.sgn\left(\frac{\partial u}{\partial \tau}\right).\left|\frac{\partial u}{\partial \tau}\right|^{\alpha} = 0 \qquad \text{[éq 5.4.2-1]}$$

Adoptons par exemple le schéma d'intégration temporelle de Newmark, cf. [R5.05.05], section § 3.1 ; on note à l'instant τ_i les grandeurs déplacement, vitesse et accélération : u_i , v_i , a_i et $\Delta\tau$ le pas de « temps réduit ». On a donc à l'instant τ_{i+1} :

$$\begin{cases} v_{i+1} = \frac{\gamma}{\beta \Delta\tau}\left(u_{i+1} - u_i\right) + \frac{\beta - \gamma}{\beta} v_i + \frac{2\beta - \gamma}{2\beta} \Delta\tau . a_i \\ a_{i+1} = \frac{1}{\beta \Delta\tau^2}\left(u_{i+1} - u_i\right) - \frac{1}{\beta \Delta\tau} v_i + \frac{2\beta - 1}{2\beta} . a_i \end{cases} \qquad \text{[éq 5.4.2-2]}$$

Injectons ces expressions [éq 5.2-4] pour écrire l'équilibre [éq 5.4.2-1] à l'instant τ_{i+1} , dans le cas $v_i \geqslant 0$, développé au premier ordre en Δv :

$$\hat{K}\, u_{i+1} = \frac{M u_i}{\beta \Delta\tau^2} + \frac{M v_i}{\beta \Delta\tau} - \frac{2\beta - 1}{2\beta} . M\, a_i + C.\lambda^{2-\alpha} . \left(\frac{\beta - \gamma}{\beta} v_i + \frac{2\beta - \gamma}{2\beta} \Delta\tau . a_i\right)^{1-\alpha} \qquad \text{[éq 5.4.2-3]}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

la matrice tangente étant :

$$\hat{K}=\frac{M}{\beta\Delta\tau^2}+\frac{\alpha\gamma C.\lambda^{2-\alpha}}{\beta\Delta\tau}.\left(\frac{\beta-\gamma}{\beta}v_i+\frac{2\beta-\gamma}{2\beta}\Delta\tau.a_i\right)^{\alpha-1} \quad \text{[éq 5.4.2-4]}$$

Dans le cas $\alpha=1$ (amortisseur linéaire), on retrouve la matrice tangente $\hat{K}$ et la dépendance au pas de temps Δt habituelles du schéma de Newmark pour le cas linéaire, cf. [R5.05.05].

Dans le cas $\alpha\neq1$ (amortisseur non linéaire), on observe que v_i et a_i ne pouvant être nuls ensemble (sauf en statique), la matrice tangente $\hat{K}$ du schéma de Newmark voit sa dépendance au pas de temps affectée par le facteur $C.\lambda^{2-\alpha}$. Donc si on fait varier le coefficient C de la loi, on devra faire varier le pas de temps d'intégration temporelle. On pourra aussi adopter une technique de subdivision du pas de temps, cf. opérateur STAT_NON_LINE [U4.51.03] et opérateur DYNA_NON_LINE [U4.53.01].

Ce modèle de comportement sur élément discret est aussi disponible à l'identique au sein des opérateurs DYNA_VIBRA [U4.53.03] et DYNA_TRAN_MODAL [U4.53.21], pour une analyse dynamique sur base modale avec non-linéarités localisées sur des nœuds, et des schémas d'intégration en temps de la dynamique de type Euler ou de type Runge-Kutta d'ordre 5 et d'ordre 3, à pas adaptatif. Il y est intégré localement en temps de la même manière : voir § 5.4.1. On devra, comme en dynamique sur base physique, définir le pas de temps du schéma en fonction des paramètres de la loi DIS_VISC, dont les valeurs sont définies directement dans les opérateurs DYNA_VIBRA et DYNA_TRAN_MODAL.

5.5 Variables internes

Le comportement DIS_VISC possède 4 variables internes :

- $V1$: FORCE : contient l'effort σ à chaque instant dans le modèle rhéologique.
- $V2$: UVISQ : déplacement visqueux de l'amortisseur ε_v .
- $V3$: DISSTHER : contient l'énergie dissipée réactualisée à chaque instant :

$$V3=\sum\left|\frac{\sigma^+\left(E_1+E_2\right)}{E_1}-E_2\varepsilon^+\right|.\left|\varepsilon_v^+-\varepsilon_v^-\right|$$

- $V4$: RAIDEUR : raideur tangente au comportement dF/dU .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Comportement non-linéaire DIS_ECRO_TRAC

6.1 Définition

Le comportement DIS_ECRO_TRAC est un comportement non linéaire qui s'applique soit :
- au degré de liberté DX local des éléments discrets à deux nœuds (maille SEG2) ou et des éléments discrets à un nœud (maille POI1). Le comportement est du type "écrouissage isotrope".
- dans le plan tangent YZ local des éléments discrets à deux nœuds (maille SEG2) ou et des éléments discrets à un nœud (maille POI1). Le comportement est du type "écrouissage isotrope" ou "écrouissage cinématique" .

Le comportement non-linéaire est donné par une courbe $F = fonction(\Delta U)$:
- pour un SEG2, ΔU représente le déplacement relatif des 2 nœuds dans le repère local de l'élément.
- pour un POI1, ΔU représente le déplacement absolu du nœud dans le repère local de l'élément.
- pour un SEG2 ou un POI1, F représente l'effort exprimé dans le repère local de l'élément.

6.2 Mise en données

La seule donnée nécessaire est la fonction décrivant le comportement non-linéaire. Cette fonction doit respecter les critères suivant :
- C'est une fonction au sens de code_aster : définie avec l'opérateur DEFI_FONCTION,
- Les interpolations sur les axes des abscisses et des ordonnées sont linéaires,
- Le nom de l'abscisse lors de la définition de la fonction est DX,ou DTAN,
- Les prolongements à gauche et à droite de la fonction sont exclus,
- La fonction doit être définie par au moins 3 points, pour une fonction d'écrouissage isotrope,
- La fonction doit être définie par exactement 3 points, pour une fonction d'écrouissage cinématique,
- Le premier point est $(0.0, 0.0)$ et doit être donné,
- La fonction doit être strictement croissante,
- La dérivée de la fonction doit être inférieure ou égale à sa dérivée au point $(0.0,0.0)$.

Les deux premiers points de la fonction permettent de définir la pente élastique au comportement. Les unités des abscisses et des ordonnées doivent être cohérentes avec celles du problème :
- l'abscisse doit être homogène à un déplacement,
- l'ordonnée (valeur de la fonction) doit être homogène à un effort.

6.3 Formulation du comportement

La formulation est identique à celle que l'on utilise en plasticité isotrope ou cinématique:
- Le seuil est représenté par la fonction décrivant le comportement non-linéaire
- La raideur élastique k_{elas} est définie par la pente initiale de la courbe.

Dans ces conditions : $f = \|F - X\| - R(p)$
Où :
- F : est le vecteur effort (F_x, F_y, F_z).
- X : est le vecteur d'écrouissage cinématique (X_x, X_y, X_z).
- p : l'écoulement plastique.
- R : la fonction d'écrouissage isotrope ou cinématique.

Le comportement est décrit par les équations suivantes, avec i l'axe local (x, y, z) :

$\dot{F}_i = K_{elas}.\left(\dot{U}_i - \dot{U}_i^p\right)$

si $f \leq 0$:

$\dot{\lambda} = 0$

si $f = 0$ et $\dot{f} = 0$:

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\dot{U}_i^p = \dot{\lambda}.\frac{\partial f}{\partial F_i}$$

- cas de l'écrouissage cinématique :

  $\dot{\alpha}_i = -\dot{\lambda}\frac{\partial f}{\partial X_i}$ avec $\dot{X}_i = -C.\dot{\alpha}_i$ et C pente de l'écrouissage cinématique.
- cas de l'écrouissage isotrope

  $\dot{p}_i = -\dot{\lambda}\frac{\partial f}{\partial R}$

L'incrément de dissipation est donné par : $\dot{W} = F.\dot{U}^P$

6.4 Intégration locale du comportement

Le schéma utilisé est celui de RUNGE-KUTTA d'ordre 5 avec un contrôle de l'erreur. Le schéma RK5 est une combinaison du schéma d'ordre 4 et du schéma d'ordre 6 (bib [9]), pour lequel les coefficients sont déterminés de façon à minimiser l'erreur entre l'ordre 4 et l'ordre 6.
Dans c*ode_aster*, l'intégration locale de ce modèle utilise le schéma de RUNGE-KUTTA d'ordre 5.
L'erreur est connue, il est donc possible de déclencher des subdivisions locales du pas de temps si le critère de convergence n'est pas respecté.

6.5 Variables internes

Le comportement DIS_ECRO_TRAC possède 14 variables internes :

	Nom de la variable	
V1	FORCEX	Force suivant l'axe local x de l'élément.
V2	FORCEY	Force suivant l'axe local y de l'élément.
V3	FORCEZ	Force suivant l'axe local z de l'élément.
V4	DEPLX	Déplacement suivant l'axe local x de l'élément.
V5	DEPLY	Déplacement suivant l'axe local y de l'élément.
V6	DEPLZ	Déplacement suivant l'axe local z de l'élément.
V7	DISSTHER	Dissipation.
V8	PCUM	Indicateur plastique.
V9	DEPLPX	Déplacement anélastique suivant l'axe local x de l'élément.
V10	DEPLPY	Déplacement anélastique suivant l'axe local y de l'élément.
V11	DEPLPZ	Déplacement anélastique suivant l'axe local z de l'élément.
V12	FORCXX	Écrouissage cinématique suivant l'axe local x de l'élément.
V13	FORCXY	Écrouissage cinématique suivant l'axe local y de l'élément.
V14	FORCXZ	Écrouissage cinématique suivant l'axe local z de l'élément.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation des chocs et du frottement : DIS_CHOC

Le comportement DIS_CHOC traduit le contact avec choc et frottement entre deux structures, via deux types de relations :

- la relation de contact unilatéral qui exprime la non inter-pénétrabilité entre les corps solides,
- la relation de frottement qui régit la variation des efforts tangentiels dans le contact. On retiendra pour les présents développements une relation simple : la loi de frottement de Coulomb.

7.1 Relation de contact unilatéral

Soient deux structures Ω_1 et Ω_2. On note $d_N^{1/2}$ la distance normale entre les structures, $F_N^{1/2}$ la force de réaction normale de Ω_1 sur Ω_2.

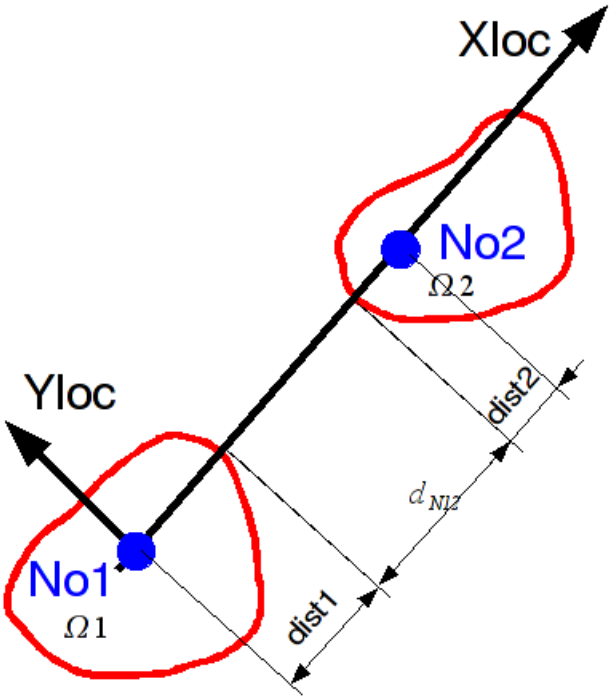


Figure 7.1-a : Définition des distances pour la relation DIS_CHOC.

Dans le repère local à l'élément, la distance normale d_N a pour expression :

$$d_N=((X^0_{loc2}+u_2)-(X^0_{loc1}+u_1))-dist1-dist2$$

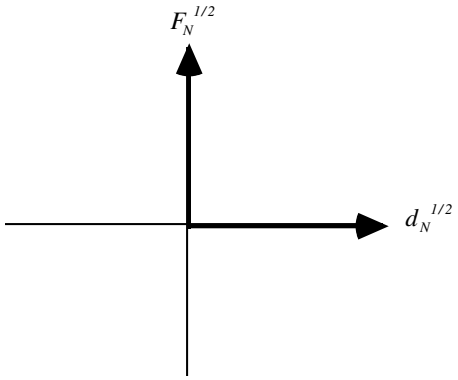
La loi de l'action et de la réaction impose :

$$F_N^{2/1}=-F_N^{1/2} \qquad \text{[éq 7.1-1]}$$

Les conditions de contact unilatéral, encore appelées conditions de Signorini [bib5], s'expriment de la façon suivante :

$$d_N^{1/2}\geq 0\,,\ F_N^{1/2}\geq 0\,,\ d_N^{1/2}\cdot F_N^{1/2}=0 \ \text{ et } \ F_N^{2/1}=-F_N^{1/2} \qquad \text{[éq 7.1-2]}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)



Figu re 7.1-b : Gra phe de la relation de contact unilatéral.

Ce graphe traduit une relation force-déplacement qui n'est pas différentiable. Il n'est donc pas utilisable de façon simple dans un algorithme de calcul dynamique.

7.2 Loi de frottement de Coulomb

La loi de Coulomb exprime une limitation de l'effort tangentiel $\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{1/2}$ de réaction tangentielle de Ω_1 sur Ω_2. Soit $\dot{\mathbf{u}}_{\mathbf{T}}^{1/2}$ la vitesse relative de Ω_1 par rapport à Ω_2 en un point de contact et soit μ le coefficient de frottement de Coulomb, on a [bib5] :

$$s = \|\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{1/2}\| - \mu \cdot F_{N^{1/2}} \leq 0, \quad \exists \lambda \ \dot{\mathbf{u}}_{\mathbf{T}}^{1/2} = \lambda \ \mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{1/2}, \ \lambda \leq 0, \ \lambda . s = 0 \qquad \text{[éq 7.2-1]}$$

et la loi de l'action et de la réaction :

$$\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{2/1} = -\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{1/2} \qquad \text{[éq 7.2-2]}$$

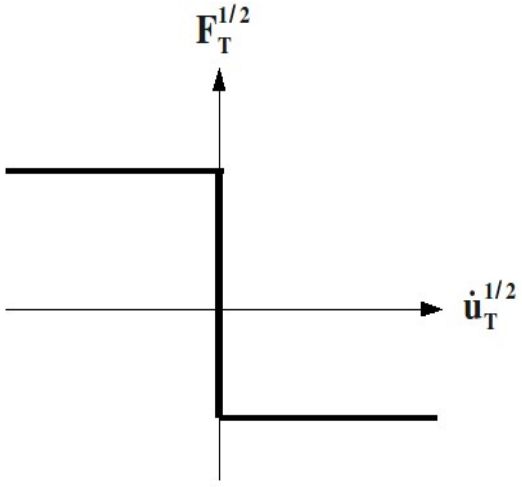


Figure 7.2-a : Graphe de la loi de frottement de Coulomb.

Le graphe de la loi de Coulomb est lui aussi non différentiable et n'est donc pas simple à utiliser dans un algorithme dynamique.

Remarque :

La loi de frottement de Coulomb est écrite en vitesse. Lors d'un calcul statique (cf. §7.3.3), l'écriture sera faite en incrément de déplacement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7.3 Modélisation approchée des relations de contact par pénalisation

7.3.1 Modèle de force normale de contact

Le principe de la pénalisation appliqué au graphe de la [Figure 5.3.1-a] consiste à introduire une relation univoque $F_N^{1/2}=f_\varepsilon\left(d_N^{1/2}\right)$ au moyen d'un paramètre ε. Le graphe de f_ε doit tendre vers le graphe de Signorini lorsque ε tend vers zéro [bib6].
Une des possibilités consiste à proposer une relation linéaire entre $d_N^{1/2}$ et $F_N^{1/2}$:

$$F_N^{1/2}=-\frac{1}{\varepsilon}d_N^{1/2} \text{ si } d_N^{1/2}\leq 0 \;\; ; \;\; F_N^{1/2}=0 \text{ sinon} \qquad \text{[éq 7.3.1-1]}$$

Si l'on note $K_N=\frac{1}{\varepsilon}$ appelée communément "**raideur de choc**", on retrouve la relation classique, modélisant un choc élastique :

$$F_N^{1/2}=-K_N\cdot d_N^{1/2} \qquad \text{[éq 7.3.1-2]}$$

Le graphe approché de la loi de contact avec pénalisation est le suivant :

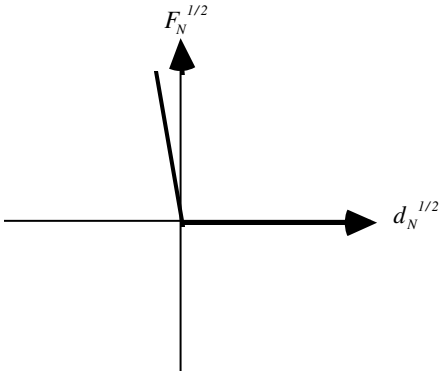


Figure 7.3.1-a : Graphe de la relation de contact unilatéral approchée par pénalisation.

En dynamique, pour tenir compte d'une éventuelle perte d'énergie dans le choc, on introduit un "amortissement de choc" C_N. L'expression de la force normale de contact s'exprime alors par :

$$F_{N}{}^{1/2}=-K_N\cdot d_{N}{}^{1/2}-C_N\cdot \dot{u}_{N}{}^{1/2} \qquad \text{[éq 7.3.1-3]}$$

où $\dot{u}_N^{1/2}$ est la vitesse normale relative de Ω_1 par rapport à Ω_2. Pour respecter la relation de Signorini (pas d'adhérence en contact), on doit par contre vérifier a postériori que $F_N^{1/2}$ est positive ou nulle. On ne prendra donc que la partie positive $\langle\rangle^+$ de l'expression [éq 7.3.1-3] :

$$\langle x\rangle^+=x \quad \text{si} \quad x\geq 0$$
$$\langle x\rangle^+=0 \quad \text{si} \quad x<0$$

La relation complète donnant la force normale de contact qui est retenue pour l'algorithme est la suivante:

$$\left.\begin{array}{ll} si & d_N^{1/2}\leq 0 \quad F_N^{1/2}=\langle -K_N\cdot d_N^{1/2}-C_N\cdot \dot{u}_N^{1/2}\rangle^+ ; \quad F_N^{2/1}=-F_N^{1/2} \\ sinon & F_N^{2/1}=F_N^{1/2}=0 \end{array}\right\} \qquad \text{[éq 7.3.1-4]}$$

7.3.2 Modèle de force tangentielle de contact en dynamique

Le graphe décrivant la force tangentielle avec loi de Coulomb est non-différentiable pour la phase d'adhérence $\dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{T}}^{1/2}=0$. On introduit donc une relation univoque liant le déplacement tangentiel relatif

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$\mathbf{d}_{\mathbf{T}}^{1/2}$ et la force tangentielle $\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{1/2}=f_{\xi}\left(\mathbf{d}_{\mathbf{T}}^{1/2}\right)$ au moyen d'un paramètre ξ. Le graphe de F_{ξ} doit tendre vers le graphe de Coulomb lorsque ξ tend vers zéro [bib6].

Une des possibilités consiste à écrire une relation linéaire entre $\mathbf{d}_{\mathbf{T}}^{1/2}$ et $\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{1/2}$:

en notant a^{0} la valeur d'une quantité a au début du pas de temps :

$$\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{1/2}-\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{1/2\ 0}=-\frac{1}{\xi}\cdot\left(\mathbf{d}_{\mathbf{T}}^{1/2}-\mathbf{d}_{\mathbf{T}}^{1/2\ 0}\right) \qquad \text{[éq 7.3.2-1]}$$

Si l'on introduit une "raideur tangentielle" $K_T=\frac{1}{\xi}$, on obtient la relation :

$$\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{1/2}=\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{1/2\ 0}-K_T\cdot\left(\mathbf{d}_{\mathbf{T}}^{1/2}-\mathbf{d}_{\mathbf{T}}^{1/2\ 0}\right) \qquad \text{[éq 7.3.2-2]}$$

Pour des raisons numériques, liées à la dissipation de vibrations parasites [bib7] en phase d'adhérence, on est amené à ajouter un "amortissement tangentiel" C_T dans l'expression de la force tangentielle. Son expression finale est :

$$\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{1/2}=\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{1/2\ 0}-K_T\cdot\left(\mathbf{d}_{\mathbf{T}}^{1/2}-\mathbf{d}_{\mathbf{T}}^{1/2\ 0}\right)-C_T\cdot\dot{\mathbf{u}}_{\mathbf{T}}^{1/2},\ \mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{2/1}=-\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{1/2} \qquad \text{[éq 7.3.2-3]}$$

Il faut de plus que cette force vérifie le critère de Coulomb, soit :

$$\left\|\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{1/2}\right\|\leq\mu\cdot F_N^{1/2} \text{ sinon on applique } F_T^{1/2}=-\mu\cdot F_N^{1/2}\cdot\frac{\dot{\mathbf{u}}_T^{1/2}}{\left\|\dot{\mathbf{u}}_T^{1/2}\right\|},\ \mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{2/1}=-\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{1/2} \qquad \text{[éq 7.3.2-4]}$$

Le graphe approché de la loi de frottement de Coulomb modélisée par pénalisation est le suivant :

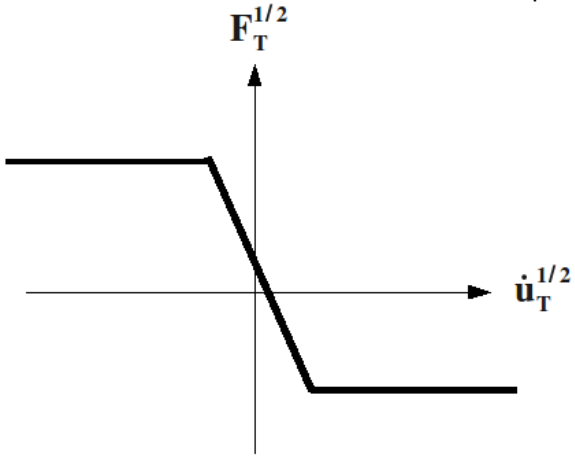


Figure 7.3.2-a : Graphe de la loi de frottement approchée par pénalisation.

7.3.3 Modèle de force tangentielle de contact en statique

En introduisant comme en dynamique une raideur tangentielle :

$\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{1/2}=K_T\cdot\left(\mathbf{d}_{\mathbf{T}}^{1/2}-\delta\right)$,

où δ est le glissement tangentiel.

En notant δ^{0} le glissement tangentiel au début du pas, on commence par évaluer :

$\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{0}=K_T\cdot\left(\mathbf{d}_{\mathbf{T}}^{1/2}-\delta^{0}\right)$

Si $\left\|\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{1/2}\right\|\leq\mu\cdot F_N^{1/2}$ alors $\delta=\delta^{0}$.

Sinon, comme en plasticité, on introduit un multiplicateur λ :

$\Delta\delta=\lambda\,\mathbf{F}_{\mathbf{T}}^{0}/K_T$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

et on obtient $\lambda = 1 - \frac{\mu \dot{F}_N^{1/2}}{\|\mathbf{F}_\mathbf{T}^0\|}$.

7.4 Définition des paramètres de contact

On précise ici les mots-clés permettant de définir les paramètres de contact, amortissement et frottement [U4.43.01] :

L'opérande RIGI_NOR est obligatoire, il permet de donner la valeur de raideur normale de choc K_N.

Les autres opérandes sont facultatifs :

- L'opérande AMOR_NOR permet de donner la valeur d'amortissement normal de choc C_N.
- L'opérande RIGI_TAN permet de donner la valeur de raideur tangentielle K_T.
- L'opérande AMOR_TAN permet de donner la valeur d'amortissement tangentielle de choc C_T.
- L'opérande COULOMB permet de donner la valeur du coefficient de Coulomb.
- L'opérande DIST_1 permet de définir la distance caractéristique de matière entourant le premier nœud de choc
- L'opérande DIST_2 permet de définir la distance caractéristique de matière entourant le deuxième nœud de choc (choc entre deux structures mobiles)
- L'opérande JEU définit la distance entre le nœud de choc et un obstacle non modélisé (cas d'un choc entre une structure mobile et un obstacle indéformable et immobile).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation de la liaison grille-crayon : DIS_GRICRA

Le comportement DIS_GRICRA est utilisé pour modéliser le comportement en translation et en rotation des ressorts de liaison grille – crayon des assemblages combustibles. La loi de comportement a été conçue pour être utilisée avec des discrets à deux nœuds MECA_DIS_TR_L.

8.1 Présentation générale

Le maintien des crayons dans les cellules de grille est assuré par le système de bossettes et de ressorts représenté sur la figure suivante :

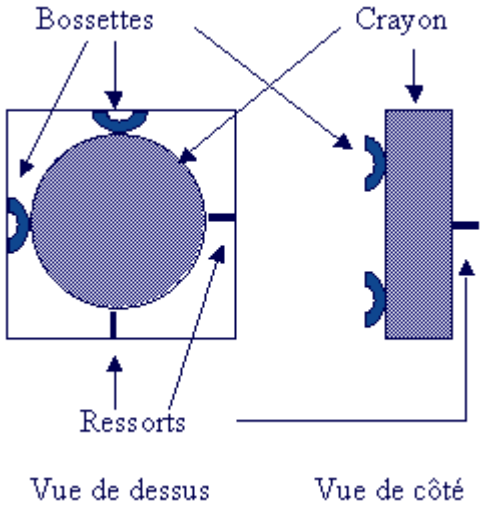


Figure 8.1-a : Schéma d'une cellule de grille.

Le crayon est donc maintenu dans la cellule de grille par 6 points de contact (cf. figure 8.1-a) : 4 bossettes et 2 ressorts. Il est possible de modéliser chacun des éléments de contact (bossettes et ressorts) grâce à des éléments discrets, auxquels on affecte une loi de frottement de type DIS_CHOC. Une telle modélisation permet de représenter de manière satisfaisante le comportement d'une cellule de grille en translation (extraction du crayon) et en rotation. Une telle méthode a cependant les désavantages suivants :

- Complexité du maillage à produire, car il faut 6 discrets par cellule de grille (ou par grille dans un modèle homogénéisé), avec des hauteurs différentes pour les bossettes et les ressorts.
- Complexité dans la définition des caractéristiques des discrets, car il faut différencier les bossettes et les ressorts
- Dissymétrie de la modélisation (bossette d'un côté et ressort en opposition), alors que le comportement homogénéisé sur une grille peut être considéré comme symétrique, compte-tenu de l'alternance de l'orientation des cellules de grille dans les grilles.
- Difficultés pour identifier les paramètres du comportement des discrets à l'échelle d'un assemblage combustible.

Une modélisation équivalente appelée DIS_GRICRA a été proposée, qui permet de retrouver le même comportement que le système de 6 discrets en translation et en rotation, tout en évitant les désavantages cités ci-dessus :

- La liaison grille-crayon est modélisée par 4 éléments discrets en croix dans un même plan, ce qui simplifie le maillage et permet de symétriser le problème.
- Les 4 éléments sont affectés des mêmes paramètres pour la loi de comportement DIS_GRICRA.
- Les comportements en translation et en rotation sont traités séparément, ce qui facilite une identification des paramètres.

Remarque :

Afin de représenter correctement le comportement de la liaison dans toutes les directions, surtout en rotation, il est nécessaire d'utiliser 4 discrets disposés en croix, le crayon étant lié aux discrets au milieu du dispositif en croix.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

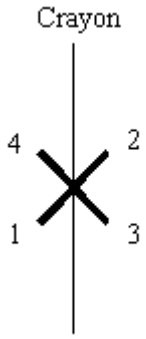


Figure 8.1-b : Dispositif de 4 discrets en croix nécessaire à la modélisation du comportement d'une cellule de grille.

8.2 Définition du repère local

Les équations de la loi de comportement sont écrites dans le repère local du discret. Compte-tenu du caractère orthotrope du comportement dans les directions tangentielles au discret, on adopte la convention suivante pour la définition du repère locale du discret : l'axe x représente l'axe du discret, l'axe y correspond à la direction du crayon, et l'axe z est l'axe orthogonal à x et y. Pour les angles de rotation, on notera Φ l'angle de rotation autour de l'axe x (DRX) et θ l'angle de rotation autour de l'axe z (DRZ). On ne s'intéresse pas à l'angle de rotation autour de y (DRY), car il faut bloquer cette rotation (condition limite) dans le fichier de commande.

Avec cette définition du repère local, la direction y est commune à tous les discrets du système en croix représenté sur la figure 8.1-b. La direction x des discrets 1 et 2 correspond à la direction z des discrets 3 et 4 (et vice versa). L'angle Φ de 1 et 2 correspond à l'angle θ de 3 et 4 (et vice versa).

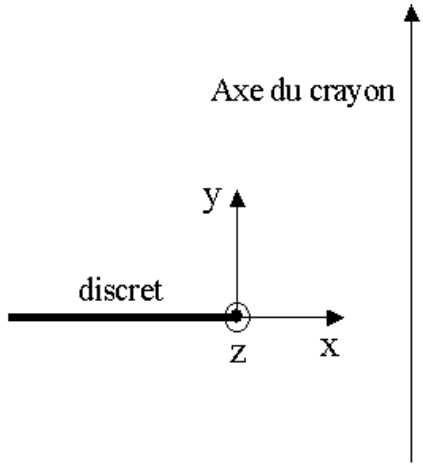


Figure 8.2-a : Définition du repère local.

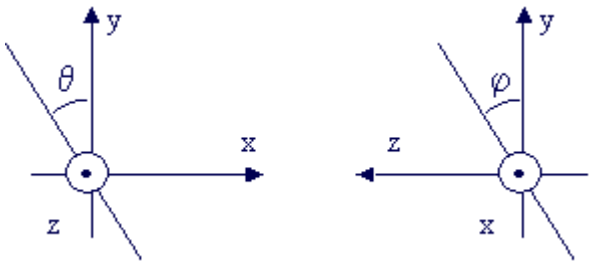


Figure 8.2-b : Définition des angles.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8.3 Comportement en translation

8.3.1 Présentation du comportement

Le comportement en translation est modélisé par une loi de type frottement de Coulomb [Figure 8.2-a].

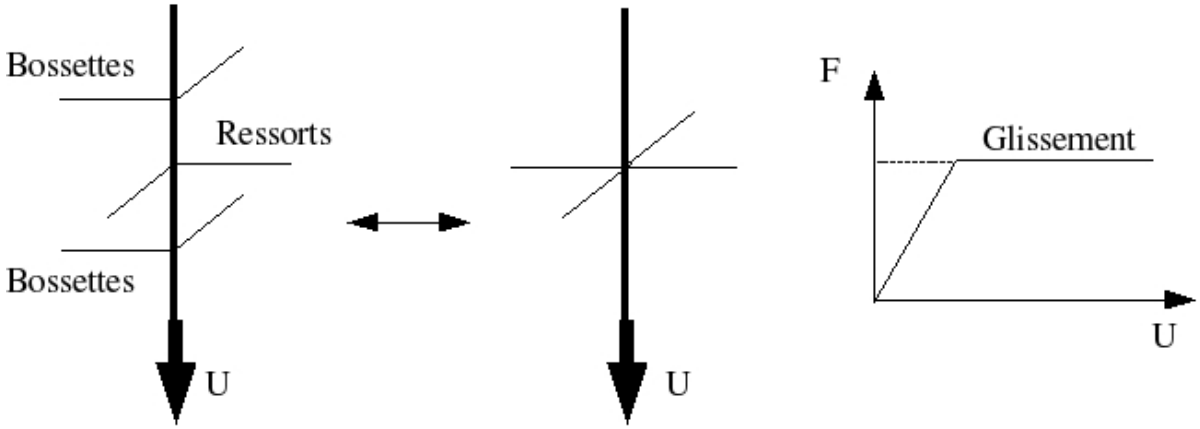


Figure 8.3.1-a : Lo i de comportement en translation.

Des types de comportements différents sont affectés selon les directions :

Direction x
On considère un comportement élastique, avec une force initiale à déplacement nul égale à l'opposé de la force de serrage (la force exercée par le crayon sur le discret comprime le discret) :

$$F_x = K_N \Delta x - F_N^0$$

Direction y
On considère un comportement élasto-plastique quasi-parfait pour modéliser le frottement de Coulomb et la possibilité de glissement. La force s'exprime de la façon suivante :

$$F_y = K_T \left[\Delta y - U_y^p \right]$$

où Δy est la déformation du discret selon y et U_y^p représente le glissement
Le critère de glissement est le suivant :

$$\|F_y\| \leq F^S + \kappa \lambda \text{ avec } F^s = -\mu F_N^0$$

où κ est un paramètre du modèle, λ est le paramètre d'écrouissage et μ est le coefficient de Coulomb. La loi d'écoulement est la suivante : $\dot{U}_y^p = \dot{\lambda} \frac{\mathbf{F_y}}{\|\mathbf{F_y}\|}$

On se réfèrera au document [R5.03.09] sur l'intégration des lois non linéaires $1D$ pour l'intégration numérique de cette loi élasto-plastique de type Von Mises avec écrouissage isotrope.

Cette force est identique pour les 4 discrets du système en croix, car ils ont la même direction y.

Direction z
On rappelle que la loi de comportement grille-crayon `DIS_GRICRA` doit être utilisée avec une configuration de discrets en croix. Il est dès lors inutile de définir une force dans la direction z du discret, car la rigidité est « reprise » par les discrets orthogonaux (cf. section précédente).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8.3.2 Paramètres introduits

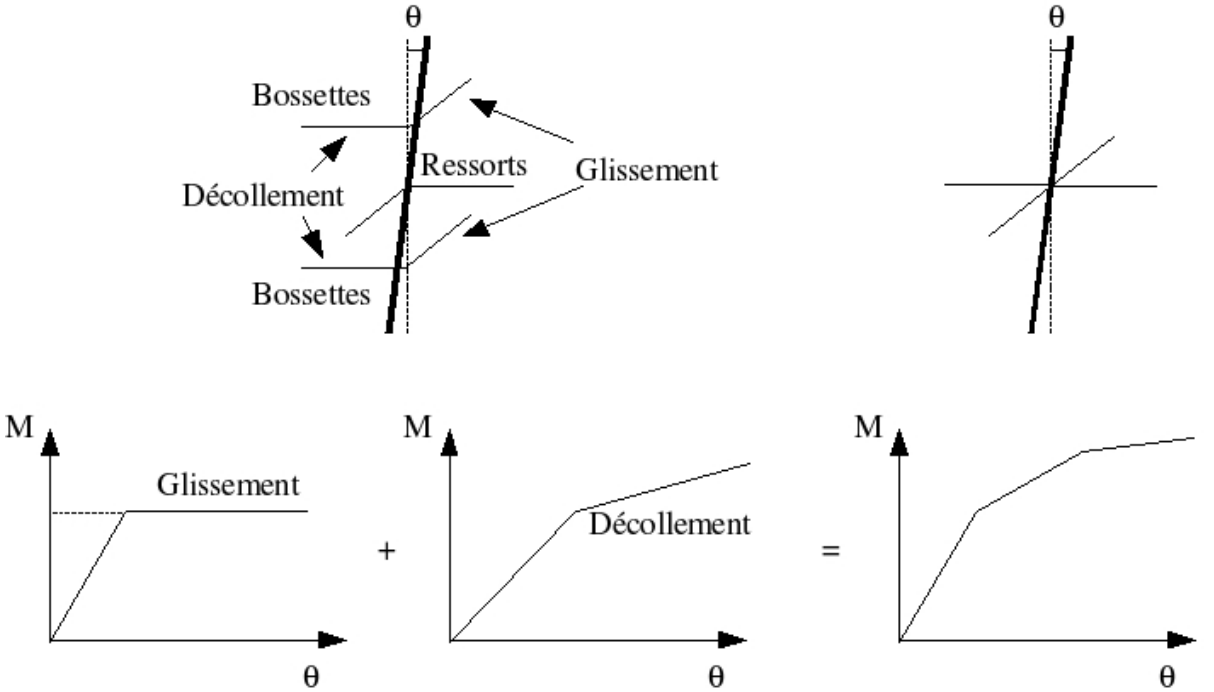
Le comportement en translation nécessite l'introduction de 5 paramètres :
- KN_AX : rigidité axiale du discret
- KT_AX : rigidité tangentielle (dans la direction de glissement) du discret
- F_SER ou F_SER_FO : force de serrage du crayon dans la grille, dans la direction axiale du discret
- COUL_AX : coefficient de Coulomb pour la loi de frottement
- ET_AX : paramètres d'écrouissage permettant de faire converger la loi de frottement. Ce paramètre est facultatif, une valeur de 10^{-7} est proposée par défaut dans Code_Aster.

La force nécessaire pour extraire un crayon d'une grille est égale à F_SER*COUL_AX (force d'extraction).

8.4 Comportement en rotation

8.4.1 Présentation du comportement

L'étude de la liaison grille-crayon en rotation avec le système bossettes-ressorts a montré qu'on pouvait décrire le comportement en superposant deux comportements simples :
- un phénomène de glissement des éléments orthogonaux au plan de rotation, modélisé par une loi de Coulomb similaire à celle utilisée en translation [Figure 8.3.1-a].
- un comportement élastique bilinéaire dans le plan de rotation, induit par la possibilité de décollement du crayon par rapport à une bossette à partir d'un certain angle [Figure 8.3.1-a].



Figu re 8.4.1-a : Sch éma du comportement de la liaison grille-crayon en rotation.

C'est pour assurer cette superposition d'un comportement élasto-plastique et avec un comportement élastique bilinéaire que la configuration de 4 discrets en croix est nécessaire. Si on considère une rotation d'un angle θ dans le repère global correspondant au repère local des discrets 1 et 2, cet angle correspond à l'angle Φ des discrets 3 et 4. Il suffit alors d'imposer aux discrets la loi élastoplastique sur l'angle θ (du repère local) et la loi élastique bilinéaire sur l'angle Φ (du repère local) pour avoir une superposition des deux comportements grâce au système de discrets en croix.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Des types de comportements différents sont affectés selon les angles :

Rotation autour de l'axe x

On considère un comportement élasto-plastique de type Von Mises avec écrouissage isotrope pour modéliser le frottement en rotation. Le moment s'exprime en fonction de l'angle et d'un angle « plastique » ou angle de glissement :

$$M_x = K_\Phi \left[\Phi - \Phi^p\right]$$

où Φ est l'angle de rotation autour de x et Φ^p représente l'angle de glissement

Le critère de glissement est le suivant :

$\|M_\Phi\| \leq M^S + \kappa\,\lambda$ où κ est un paramètre du modèle, λ est le paramètre d'écrouissage et M^s est le moment-seuil défini par des paramètres du modèle.

La loi d'écoulement est la suivante :

$$\dot{M}^p_\Phi = \dot{\lambda}\,\frac{M_\Phi}{\|M_\Phi\|}$$

On se référera au document [R5.03.09] sur l'intégration des lois non linéaires 1D pour l'intégration numérique de cette loi élasto-plastique de type Von Mises avec écrouissage isotrope, en remplaçant la force par le moment et la déformation par la différence d'angle.

Rotation autour de l'axe z

Le comportement autour de l'axe z est considéré élastique bilinéaire. Le moment autour de l'axe z s'exprime en fonction de l'angle de rotation autour de l'axe z de la façon suivante :

$$M_\theta = K^1\theta\ \theta \text{ si } \theta \in \left[-\theta^s, \theta^s\right]$$

$$M_\theta = K^2\theta\left[\theta - \theta^s\right] + K^1\theta\ \theta^s$$

où θ^s est l'angle de changement de pente élastique.

Rotation autour de l'axe y

En ce qui concerne la rotation autour de l'axe y, il est impératif de bloquer cette rotation car aucune loi n'a été identifiée pour ce degré de liberté, le crayon ne tournant pas. Cependant, afin de limiter le mauvais conditionnement de la matrice de rigidité, une rigidité est introduite dans le code, à partir des autres rigidités en rotation. Cette rigidité est invisible pour l'utilisateur et n'a pas d'influence sur les calculs, le degré de liberté correspondant étant bloqué.

8.4.2 Paramètres introduits

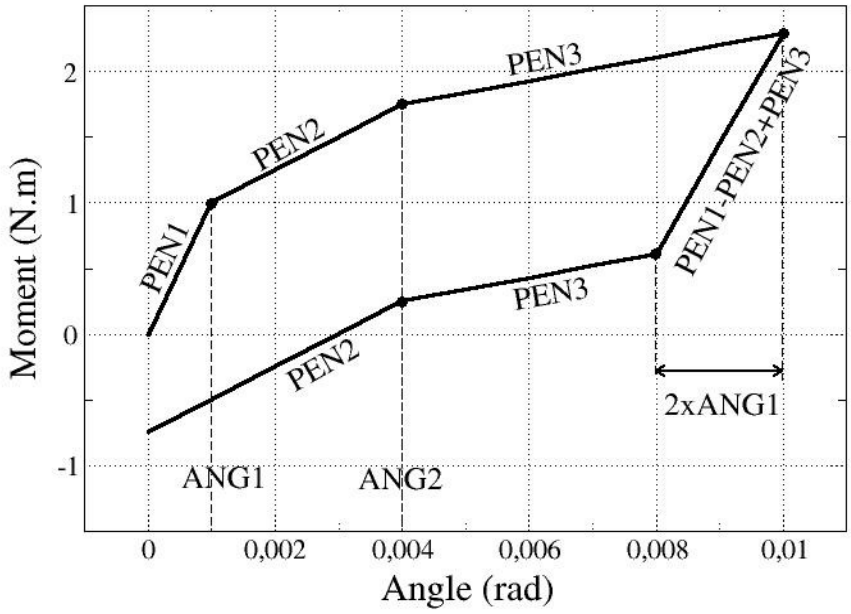
Le comportement en rotation nécessite l'introduction de 5 paramètres, soit sous forme de constantes (ANG1, ANG2, PEN1, PEN2, PEN3), soit sous forme de fonctions de la température et de l'irradiation (ANG1_FO, ANG2_FO, PEN1_FO, PEN2_FO, PEN3_FO). Un paramètre supplémentaire facultatif ET_ROT(égal à 10E-7 par défaut) permet de faire converger le comportement de glissement. Le rôle de chacun des paramètres s'explique aisément sur la courbe angle-moment représentée sur la figure 8.4.1-a :

- Au départ, il n'y a pas de glissement et pas de décollement, la rigidité en rotation est égale à PEN1 (ou PEN1_FO).
- À partir de l'angle ANG1 (ou ANG1_FO), le phénomène de glissement sur les discrets orthogonaux au plan de rotation est activé, ces éléments ne participent donc plus à la rigidité en rotation et la pente diminue et devient PEN2 (ou PEN2_FO).
- À partir de l'angle ANG2 (ou ANG2_FO), il y a toujours le glissement, auquel s'ajoute le décollement du crayon par rapport à certaines bossettes, d'où une diminution de la rigidité. Celle-ci devient égale à PEN3 (ou PEN3_FO).
- Lorsqu'ensuite on décharge, il y a toujours décollement, mais il n'y a plus glissement, la pente devient PEN1-PEN2+PEN3 (ou PEN1_FO-PEN2_FO+PEN3_FO).
- Lorsqu'on atteint deux fois ANG1 (ou ANG1_FO) à partir du début de la décharge, le glissement est réactivé, et on a toujours décollement, d'où une pente égale à PEN3 (ou PEN3_FO).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- À partir de ANG2 (ou ANG2_FO), on a recollement du crayon sur les bossettes, d'où une pente égale à PEN2 (ou PEN2_FO).

Les valeurs de paramètres utilisés pour la figure 8.4.1-a sont les suivants : $ANG1=0.001\text{rad}$, $ANG2=0.004\text{rad}$, $PEN1=1000\ N.m.rad^{-1}$, $PEN2=250\ N.m.rad^{-1}$, $PEN3=90\ N.m.rad^{-1}$.



Figu re 8.4.2-a : Cour be angle-moment sur un essai de charge et décharge en rotation pour la loi DIS_GRICRA.

8.5 Remarque

Les forces et moments dépendent des déplacements et angles de rotation relatifs entre les deux nœuds du discret. On écrit dans cette section les forces et moments au nœud 2, et on prend comme convention d'écriture $\Delta\alpha=\Delta\alpha(n2)-\Delta\alpha(n1)$, qui représente la « déformation » associée au degré de liberté α pour le discret exprimée au nœud $n2$. La force au nœud $n1$ est égale à l'opposé de la force au nœud $n2$. Il en résulte que la matrice tangente est de la forme suivante :

$$\underline{\underline{K}}^{\tan}=\begin{pmatrix}\underline{\underline{K}} & -\underline{\underline{K}}\\ -\underline{\underline{K}} & \underline{\underline{K}}\end{pmatrix}$$

Le comportement de la liaison grille crayon est différent pour chacun des degrés de liberté, et indépendant des autres degrés de libertés. Il en résulte que chacune des composantes de la force ne dépend que du degré de liberté auquel elle est associée, et que les blocs $\underline{\underline{K}}$ de la matrice tangente $\underline{\underline{K}}^{\tan}$ sont diagonaux.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8.6 Utilisation

8.6.1 Type d'éléments

Les caractéristiques suivantes des éléments discrets doivent être affectées dans la commande AFFE_CARA_ELEM pour pouvoir utiliser DIS_GRICRA (cf. document [V6.02.131]) :

```
AFFE_CARA_ELEM(
   MODELE=modele,
   DISCRET=_F( GROUP_MA=('mailles'),
               CARA = 'K_TR_L',
               VALE = 'liste de 78 termes',
               REPERE='LOCAL')
```

Le comportement DIS_GRICRA pour la liaison grille-crayon ne peut être utilisé qu'avec des éléments discrets à deux nœuds et 6 degrés de libertés MECA_DIS_TR_L. On doit donc spécifier 'K_TR_L' sous CARA.
Contrairement aux autres comportements pour les discrets, DIS_GRICRA n'utilise pas la rigidité du discret donnée dans AFFE_CARA_ELEM sous le mot-clé VALE. Étant donné que le mot-clé VALE doit tout de même être rempli, il est conseillé d'affecter une liste de 78 termes nuls. Dans le cas d'un calcul de mode propre, la loi de comportement DIS_GRICRA n'est pas sollicitée, donc il faut alors rentrer les rigidités du discret qui correspondent au régime élastique de DIS_GRICRA.

On travaille dans le repère local.

```
ORIENTATION=_F(   GROUP_MA=('mailles',),
                  CARA='VECT_Y', VALE = vect_crayon
```

vect_crayon est un vecteur directeur du crayon. La direction du crayon doit impérativement être donnée sous le mot-clé ORIENTATION.
Par ailleurs, le champ d'irradiation est obtenu par cumul de l'historique vécu (stocké en variable interne) et de l'incrément du champ introduit par les variables de commandes entre le pas de temps courant et l'instant précédent.

8.6.2 Définition des caractéristiques du matériau

Le comportement DIS_GRICRA nécessite l'introduction de 10 paramètres. Ces données doivent être fournies dans DEFI_MATERIAU. Les paramètres d'entrée de cette loi sont les suivants :

Comportement en glissement axial : 5 paramètres (dont un paramètre arbitraire, purement numérique) :
- rigidité normale du discret KN_AX ;
- rigidité tangentielle (dans la direction du glissement) KT_AX ;
- coefficient de frottement de Coulomb COUL_AX ;
- force de serrage F_SER (limite de glissement = COUL_AX*F_SER) ;
- paramètre d'écrouissage ET_AX (la loi de comportement peut être assimilée à de la plasticité parfaite. Le paramètre d'écrouissage ne sert qu'à assurer la convergence du calcul ; une valeur par défaut de $1.0\,10^{-7}$ lui est affectée) ;

Comportement en rotation : 6 paramètres (dont un paramètre purement numérique)
- pentes successives PEN1, PEN2 et PEN3 de la courbe Moment = f(angle) ;
- angles ANG1 et ANG2 des points d'inflexion de la courbe ;
- paramètre d'écrouissage ET_ROT (paramètre ne servant qu'à assurer la convergence du calcul ; une valeur par défaut de $1.0\,10^{-7}$ lui est affectée).

Les forces de serrage peuvent varier en fonction de la température et de l'irradiation. Ces dépendances sont affectées sur les pentes PEN1 et PEN2 pour le comportement en rotation et sur la force de serrage F_SER pour le comportement en glissement axial. Les fonctions de dépendance sont définies directement sous forme d'une FORMULE dans le fichier de commande.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Les noms des paramètres suivis du suffixe _FO permettent de renseigner la valeur sous la forme d'une fonction. Un certain nombre de paramètres supplémentaires, disponibles pour ce comportement mais qui ne figurent pas dans le présent document, sont explicités dans [V6.04.131]. Les paramètres de dépendance en température et en irradiation de la force de serrage sont définis dans le document [V6.02.131].

8.6.3 Variables internes

Elles sont au nombre de 6 :

- $V1$: déplacement plastique cumulé (direction axiale)
- $V2$: indicateur de contact/frottement (1 si glissement, 0 si non glissement)
- $V3$: indicateur de décollement en rotation,
- $V4$: angle plastique (glissement),
- $V5$: angle plastique cumulé,
- $V6$: mémorisation de l'historique d'irradiation (fluence).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Comportement ARME

9.1 Définition

Le comportement ARME est utilisé pour modéliser le comportement d'un armement de ligne aérienne. Le bras de chaque armement de phase rompue, représenté par un élément discret, a un comportement non-linéaire en force-déplacement.
La loi de comportement non-linéaire ne s'applique que dans la direction locale y et est définie par les paramètres suivants:

- d_e déplacement limite du domaine élastique,
- d_l déplacement limite du domaine plastique,
- K_{el} pente du domaine élastique,
- K_{pl} pente du domaine plastique,
- K_G pente ultime,

Elle relie le déplacement différentiel U_y (repère local) entre les deux nœuds de l'élément discret et la force aux nœuds F_y (repère local).

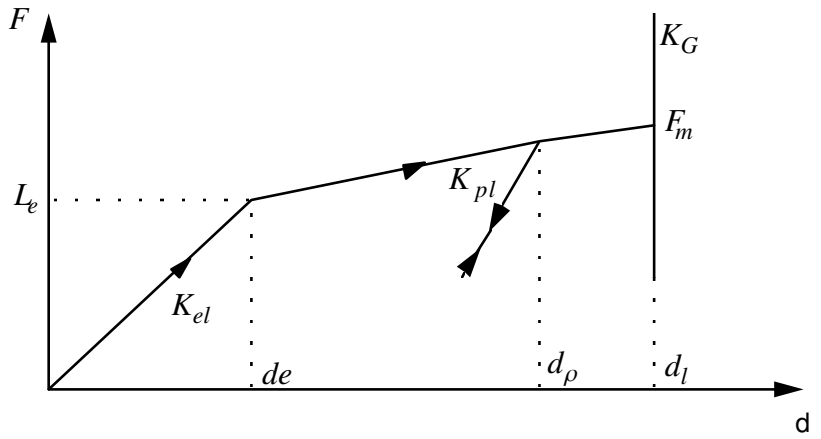


Figure 9.1-a : Comportement de la loi ARME

Pour les trois domaines de réponse identifiés, la loi de comportement s'exprime par :

$$\dot{F}_y = k \cdot \dot{U}_y$$

Où la raideur k varie suivant la phase :

- D ans la phase élastique et la phase de décharge :
  $k = K_{el}$ si $U_y < d_e$ ou $U_y < d_l$ et $\Delta U_y / U_y < 0$
- Dans la phase plastique :
  $k = K_{pl}$ si $U_y < d_l$ et $\Delta U_y / U_y > 0$
- Dans la phase limite ou décharge sur la courbe limite :
  $k = K_G$ si $U_y > d_l$ ou $V_1 \geq (d_l - d_e)$ et $\Delta U_y / U_y < 0$

Où V_1 est la variable interne correspondant au maximum de la différence entre le déplacement et le déplacement limite $V_1 = |U_y| - d_e$.

Intégration du comportement
L'intégration de la loi de comportement respecte les équations suivantes :

- Si on est en charge $\Delta U_y / U_y > 0$, on détermine si on est sur la courbe élastique, plastique ou limite, suivant la valeur de la variable interne V_1^- au pas précédent.
  - si $V_1^- < (d_l - d_e)$, on teste la nouvelle position

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- si $\left|F^-\right|+K_{el}\left|\Delta U_y\right|\leq K_{el}\cdot d_e$, on se trouve sur la courbe élastique et donc :
$$\begin{cases} k_t=K_{el} \\ V_1^+=V_1^- \end{cases}$$
- si $F^-+K_{el}\Delta U_y\geq K_{el}\cdot d_e$ et $U_y\leq d_l$, on se trouve sur la courbe plastique et donc :
$$\begin{cases} k_t=\dfrac{K_{el}\cdot d_e+K_{pl}\cdot(\left|U_y\right|-d_e)-\left|F^-\right|}{\left|\Delta U_y\right|} \\ V_1^+=\left|U_y\right|-d_e \end{cases}$$
- si $F^-+K_{el}\Delta U_y\geq K_{el}\cdot d_e$ et $U_y>d_p$, on se trouve sur la courbe limite :
$$\begin{cases} k_t=\dfrac{K_{el}\cdot d_e+K_{pl}\cdot d_l+K_G\cdot(\left|U_y\right|-d_l)-\left|F^-\right|}{\left|\Delta U_y\right|} \\ V_1^+=\left|U_y\right|-d_e \end{cases}$$

  - si $V_1^-\geq(d_l-d_e)$, on se trouve sur la courbe limite :
$$\begin{cases} k_t=K_G \\ V_1^+=d_l-d_e \end{cases}$$

- Si on est en décharge $\Delta U_y/U_y<0$, on détermine si on est sur la courbe élastique ou limite, suivant la valeur de la variable interne V_1^- au pas précédent.
  - si $V_1^-<(d_l-d_e)$, on décharge suivant la courbe élastique soit $k_t=K_{el}$ et $V_1^+=V_1^-$.
  - si $V_1^-\geq(d_l-d_e)$, on décharge suivant la courbe limite soit $k_t=K_G$ et $V_1^+=d_l-d_e$.

La force dans l'élément s'exprime alors par $F^+=F^-+k_t\Delta U_y$.

9.2 Variables internes

Il y a une variable interne :
- VI : Valeur maximale de la différence déplacement local-déplacement limite

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Bibliographie

[1] J.ANGLES : “Modélisation des assemblages filetés…”. Note EDF/DER HI74-99-020A.

[2] J.M.PROIX, B.QUINNEZ, P. MASSIN, P. LACLERGUE : “Assemblages combustibles sous irradiation. Etude de faisabilité”. Note EDF/DER HI-75/97/017/0.

[3] G.JACQUART : "Méthodes de Ritz en dynamique non-linéaire – Application à des systèmes avec choc et frottement localisé" – Rapport EDF/DER HP61/91.105.

[4] M.JEAN, J.J.MOREAU : "Unilaterality and dry friction in the dynamics of rigid bodies collection" Proceedings of the Contact Mechanics International Symposium – ed. A. CURNIER – Presses Polytechniques et Universitaires Romandes – Lausanne, 1992, pp 31-48.

[5] J.T.ODEN, J.A.C.MARTINS : "Models and computational methods for dynamic friction phenomena" – Computational Methods Appl. Mech. Engng. 52, 1992, pp 527-634.

[6] B.BEAUFILS : “Contribution à l’étude des vibrations et de l’usure des faisceaux de tubes en écoulement transversal” – Thèse de doctorat PARIS VI.

[7] Fe.WAECKEL, G.DEVESA : « Dossier de spécifications d’un modèle de choc dans la commande DYNA_NON_LINE du *Code_Aster* ». Note EDF/DER HP-52/97/026/B.

[8] J.LEMAÎTRE, J.L.CHABOCHE « Mécanique des matériaux solides », éditions Dunod, 2ème édition 2004.

[9] W.H. PRESS, S.A. TEUKOLSKY, W.T. VETTERLING, B.P. FLANNERY. Numerical Recipes, 2nd edition, §16.2 (Integration of Ordinary Differential Equations), Cambridge University Press ,1992.

11 Historique des versions du document

Indice doc	Version *Code_Aster*	Auteur(s) contributeur(s) organisme(s)	Description des modifications
A	5	J.M.PROIX, B.QUINNEZ EDF/R&DMMN	Texte initial, lois de comportement DIS_GOUJ2E_PLAS, DIS_GOUJ2E_ELAS et DIS_CONTACT
C	7.4	G.DEVESA EDF/R&D/AMA	Ajout de la loi DIS_CHOC
D	8.5	V.GODARD EDF/R&D/AMA	Ajout de la loi DIS_GRICRA
E	9.4	F.VOLDOIRE, J-L.FLÉJOU EDF/R&D/AMA	Ajout de DIS_BILI_ELAS, DIS_ECRO_CINE, DIS_VISC, résorption de DIS_CONTACT
F	11	J-L.FLÉJOU EDF/R&D/AMA	Corrections formules, mises à jour par rapport à la version 11.
G	12	F.VOLDOIRE, J-L.FLÉJOU EDF/R&D/AMA	Remplacement du modèle DIS_VISC.
H	13	G.DEVESA, EDF/R&D/AMA	Ajout de la documentation de la loi ARME
I	13	J-L.FLÉJOU EDF/R&D/AMA	Ajout du comportement DIS_ECRO_TRAC

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)