Modélisation des excitations turbulentes

Résumé :

On décrit la modélisation des excitations turbulentes disponible dans *Code_Aster* et la manière dont ces dernières sont prises en compte dans un calcul de dynamique. Les excitations turbulentes sont caractérisées par une densité spectrale d'efforts, spécifiée à l'aide de l'opérateur DEFI_SPEC_TURB [U4.44.31]. Leur prise en compte dans un calcul de dynamique se fait par projection du spectre sur la base modale de la structure dont on veut calculer la réponse. Les opérations de projection sont effectuées à l'aide de l'opérateur PROJ_SPEC_BASE [U4. 63.14].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des matières

Table des Matières

1 Principe du calcul....4
1.1 Détermination d'une base modale du système sous écoulement et projection de l'excitation....4
1.2 Calcul de la réponse à l'excitation turbulente : résolution fréquentielle....5
1.2.1 Introduction....5
1.2.2 Calcul des interspectres d'excitations modales....5
1.2.3 Calcul des interspectres de réponse modale....5
1.2.4 Recombinaison sur base physique....6
1.2.5 Eléments statistiques....6
1.3 Calcul de la réponse à l'excitation turbulente : résolution temporelle....7
1.3.1 Factorisation de la densité interspectrale....7
1.3.2 Génération des excitations modales aléatoires....7
1.3.3 Modification d'une base modale et projection....7
1.3.4 Définition des obstacles....7
1.3.5 Résolution dynamique....7
1.3.6 Projection de Ritz....7
2 Modèles d'excitation turbulente applicables aux structures filaires....8
2.1 Principes généraux....8
2.1.1 Hypothèses....8
2.1.2 Calcul des interspectres d'excitations modales....8
2.2 Spectres de type "longueur de corrélation"....10
2.2.1 Mots-clés....10
2.2.2 Définition du modèle....10
2.2.2.1 Densité interspectrale....10
2.2.2.2 Modélisation du spectre de turbulence par une expression à variables séparées..11
2.3 Modèle d'excitation turbulente répartie....18
2.3.1 Mots-clés....18
2.3.2 Décomposition sur une famille de fonctions de forme....18
2.3.3 Mise en équations....19
2.3.3.1 Application d'une excitation turbulente répartie....19
2.3.3.2 Excitation turbulente identifiée sur la maquette GRAPPE1....19
2.3.3.3 Projection de l'excitation sur base modale....20
2.4 Modèle d'excitation turbulente localisée....22
2.4.1 Mots-clés....22
2.4.2 Fondements....22
2.4.3 Mise en équations....23
2.4.3.1 Application d'une excitation turbulente localisée....23
2.4.3.2 Excitation turbulente identifiée sur la maquette GRAPPE2....25

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Bibliographie....26
4 Description des versions du document....26

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Principe du calcul

1.1 Détermination d'une base modale du système sous écoulement et projection de l'excitation

Le calcul de la réponse dynamique d'un système à une excitation turbulente induite par un écoulement fluide s'effectue en respectant les étapes suivantes :

1) dans un premier temps, on calcule la base modale du système hors écoulement à l'aide de l'opérateur CALC_MODES [U4.52.02],
2) on définit ensuite les caractéristiques de la configuration étudiée, pour prise en compte du phénomène de couplage fluide-structure, à l'aide de l'opérateur DEFI_FLUI_STRU [U4.25.01]. Cet opérateur permet par exemple de renseigner les profils de vitesse associés aux zones d'excitation fluide, pour des configurations du type "faisceau de tubes sous écoulement transverse". Il produit un concept de type [type_flui_stru] destiné à être utilisé par les opérateurs mis en oeuvre en aval dans le fichier de commandes,
3) les caractéristiques modales du système sous écoulement sont alors calculées à l'aide de l'opérateur CALC_FLUI_STRU [U4.66.02]. On dispose en sortie d'une base modale pour chaque vitesse d'écoulement,
4) la définition de l'excitation turbulente se fait ensuite par un appel à l'opérateur DEFI_SPEC_TURB [U4.44.31]. Les modélisations disponibles sont les suivantes :
   - spectres de type "longueur de corrélation", spécifiques des configurations du type "faisceau de tubes sous écoulement transverse", pour l'application aux vibrations de tubes de GV. Les mots-clés facteurs correspondants sont SPEC_LONG_COR_1, SPEC_LONG_COR_2, SPEC_LONG_COR_3 et SPEC_LONG_COR_4. Ces spectres sont prédéfinis ; toutefois, l'utilisateur peut en ajuster les paramètres. Cette partie est développée au paragraphe [§2.2],
   - modèle d'excitation turbulente répartie. Le mot-clé facteur correspondant est SPEC_FONC_FORME. Le spectre d'excitation est défini par sa décomposition sur une famille de fonctions de forme en fournissant, d'une part une matrice interspectrale, et d'autre part une liste de fonctions de forme associées à cette matrice. Les concepts [interspectre] et [fonction] associés doivent être générés en amont. Dans le cas du composant "grappe de commande", l'utilisateur peut également utiliser un spectre de turbulence prédéfini, identifié sur la maquette GRAPPE1. Cette partie est développée au paragraphe [§2.3],
   - modèle d'excitation turbulente localisée. Le mot-clé facteur correspondant est SPEC_EXCI_POINT. Il s'utilise dans le cas d'un spectre d'excitation associé à une ou plusieurs forces et moments ponctuels. La définition de l'excitation se fait alors en fournissant :
     - une matrice interspectrale d'excitations (le concept [interspectre] associé doit être généré en amont),
     - la liste des nœuds d'application de ces excitations,
     - la nature de l'excitation appliquée en chacun de ces nœuds (force ou moment),
     - les directions d'application des excitations ainsi définies.

     Cette partie est développée au paragraphe [§2.4].

5) La projection du spectre d'excitation turbulente précédemment défini, sur la base modale de la structure sous écoulement, est ensuite réalisée à l'aide de l'opérateur PROJ_SPEC_BASE [U4.63.14].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.2 Calcul de la réponse à l'excitation turbulente : résolution fréquentielle

1.2.1 Introduction

Le calcul de la réponse fréquentielle de la structure ou du système couplé fluide-structure se fait en trois étapes :

1) calcul des interspectres d'excitations modales,
2) calcul des interspectres de réponse modale,
3) recombinaison sur la base physique.

Dans un premier temps, on introduit pour chaque mode la fonction de transfert du système mécanique (structure seule ou système couplé fluide-structure). Chacune des trois étapes ci-dessus est ensuite détaillée.

1.2.2 Calcul des interspectres d'excitations modales

Les interspectres d'excitations modales $S_{QiQj}(f,U)$ sont déterminés par projection du spectre d'excitation turbulente sur la base modale du système mécanique (structure seule ou système couplé fluide-structure). Cette étape de projection est détaillée en paragraphe [§2] pour les différents modèles applicables à des structures filaires.

1.2.3 Calcul des interspectres de réponse modale

Les interspectres de déplacements modaux $S_{qiqj}(f,U)$ se déduisent ensuite des interspectres d'excitations modales $S_{QiQj}(f,U)$ à l'aide de la relation suivante :

$$S_{q_i q_j}(f,U)=H_i^*(f,U)S_{QiQj}(f,U)H_j(f,U) \qquad \textbf{éq 1.2.3-1}$$

où $H_i^*(f,U)$ désigne le complexe conjugué de la fonction de transfert $H_i(f,U)$ du système mécanique considéré. Étant données une fréquence f et une vitesse d'écoulement U, la fonction de transfert $H_i(f,U)$ du système mécanique pour le mode i est définie par :

$$H_i(f,U)=\frac{1}{M_i\omega_i^2\left(-\left(\frac{f}{f_i}\right)^2+2\mathrm{j}\xi_i\left(\frac{f}{f_i}\right)+1\right)} \qquad \textbf{éq 1.2.3-2}$$

où M_i désigne la masse modale du mode i, ω_i et f_i désignent respectivement, à la vitesse U, la pulsation et la fréquence propre du mode i, ξ_i désigne, à la vitesse U, l'amortissement réduit du mode i, et J désigne le nombre complexe tel que $J^2=-1$.
Le calcul des interspectres de déplacements modaux à partir des interspectres d'excitations modales et des fonctions de transfert est effectué à l'aide de l'opérateur DYNA_SPEC_MODAL [U4.53.23].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On déduit en particulier de [éq 1.2.3-2] la relation liant les autospectres de déplacements modaux aux autospectres d'excitations modales :

$$S_{qiqi}(f,U)=|H_i(f,U)|^2 S_{QiQi}(f,U) \qquad \textbf{éq 1.2.3-3}$$

où $|H_i(f,U)|^2$ désigne le carré du module de $H_i(f,U)$

1.2.4 Recombinaison sur base physique

Etant donnée une vitesse d'écoulement U, l'interspectre de déplacement physique $S_{u_1u_2}(x_1,x_2,f)$ aux points d'abscisses x_1 et x_2, à la fréquence f, est obtenu par recombinaison modale. Cette opération s'écrit :

$$S_{u_1u_2}(x_1,x_2,f)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\Phi_i(x_1)\Phi_j(x_2)S_{q_iq_j}(f,U) \qquad \textbf{éq 1.2.4-1}$$

Où N désigne le nombre de modes de la base ; $\Phi_i(x_k)$ est la composante au point de discrétisation x_k de la déformée du i ème mode suivant la direction d'espace considérée.

La recombinaison sur base physique est effectuée à l'aide de l'opérateur `REST_SPEC_PHYS` [U4.63.22]. La direction d'espace considérée est spécifiée au moment de l'appel à cet opérateur.

1.2.5 Eléments statistiques

La variance modale $\sigma_i^2(U)$, associée à la vitesse U, s'exprime comme suit :

$$\sigma_i^2(U)=2\int_0^{\infty} S_{q_iq_j}(f,U)\,df \qquad \textbf{éq 1.2.5-1}$$

A la vitesse d'écoulement U, la valeur RMS $\sigma_{RMS}(x)$ de réponse en un point x de la structure est donnée par :

$$\sigma_{RMS}(x)=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\Phi_i^2(x)\,\sigma_i^2(U)} \qquad \textbf{éq 1.2.5-2}$$

Où N désigne le nombre de modes de la base et $\Phi_i(x)$ est la composante au point x de la déformée du i ème mode suivant la direction d'espace considérée.
Cette opération est effectuée par l'opérateur `POST_DYNA_ALEA` [U4.84.04].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.3 Calcul de la réponse à l'excitation turbulente : résolution temporelle

La résolution temporelle se déroule suivant l'enchaînement des opérations suivantes :

1.3.1 Factorisation de la densité interspectrale

L'opérateur GENE_FONC_ALEA [U4.36.05] réalise la factorisation de la densité interspectrale d'excitations modales $S_{QiQj}(f,U)$, avant application de la méthode de Monte-Carlo.

1.3.2 Génération des excitations modales aléatoires

L'opérateur GENE_FONC_ALEA [U4.36.05] génère des excitations modales aléatoires $Q_i(t)$ en effectuant des tirages par la méthode de Monte-Carlo. L'opérateur RECU_FONCTION [U4.32.03] permet de récupérer chacune des évolutions $Q_i(t)$.

1.3.3 Modification d'une base modale et projection

L'opérateur MODI_BASE_MODALE [U4.66.21] modifie la base modale de la structure en substituant aux caractéristiques initiales celles obtenues pour une vitesse d'écoulement considérée.
L'opérateur PROJ_MATR_BASE [U4.63.12] permet la projection des matrices de masse et de raideur assemblées sur la nouvelle base modale précédemment définie.

1.3.4 Définition des obstacles

La définition de la géométrie des obstacles est effectuée, le cas échéant, à l'aide de l'opérateur DEFI_OBSTACLE [U4.44.21].

1.3.5 Résolution dynamique

Le calcul dynamique transitoire pour le mode $i(1 \le i \le N)$ est effectué à l'aide d'un schéma d'intégration numérique avec l'opérateur DYNA_TRAN_MODAL [U4.53.21].

$$M_{ii}\ddot{q}_i(t)+C_{ii}\dot{q}_i(t)+K_{ii}q_i(t)=Q_i(t) \qquad \textbf{éq 1.3.5-1}$$

Où M_{ii}, C_{ii} et K_{ii} désignent respectivement les masse, amortissement et raideur généralisés associés au $i^{\text{ème}}$ mode ; $q_i(t)$ et $Q_i(t)$ désignent respectivement le déplacement et l'excitation généralisés associés au $i^{\text{ème}}$ mode.

1.3.6 Projection de Ritz

La restitution sur base physique est effectuée à l'aide d'une projection de Ritz :

$$\mathbf{U}(\mathbf{x},t)=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{u}_i(\mathbf{x})q_i(t) \qquad \textbf{éq 1.3.6-1}$$

$\mathbf{U}(\mathbf{x},t)$ désigne le vecteur assemblé des déplacements physiques ; $\mathbf{u}_i(\mathbf{x})$ est le vecteur assemblé définissant la $i^{\text{ème}}$ forme modale et $q_i(t)$ le déplacement généralisé suivant le $i^{\text{ème}}$ mode.

Cette dernière opération est effectuée à l'aide de l'opérateur REST_GENE_PHYS [U4.63.31].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Modèles d'excitation turbulente applicables aux structures filaires

2.1 Principes généraux

2.1.1 Hypothèses

On suppose que l'excitation linéique induite sur la structure filaire par la turbulence de l'écoulement peut être modélisée sous la forme d'un processus aléatoire stationnaire ergodique gaussien de moyenne nulle. Cette excitation turbulente est donc entièrement caractérisée par sa **densité interspectrale** $S_f(x_1, x_2, \omega)$, où x_1 et x_2 sont deux points quelconques de la poutre et w désigne la pulsation. L'excitation turbulente appliquée à la structure est donc caractérisée par sa densité interspectrale S_f .

De plus, on suppose que les forces turbulentes sont indépendantes du mouvement de la structure. L'excitation turbulente est identifiée expérimentalement sur une maquette de référence. Elle est ensuite applicable à tout composant réel en similitude géométrique avec la maquette de référence.

2.1.2 Calcul des interspectres d'excitations modales

On désigne par $f_t(x, s)$ la densité linéique d'excitation turbulente exercée sur la poutre ; x est l'abscisse courante d'un point de la poutre et s la pulsation complexe (variable de Laplace). On fait les hypothèses supplémentaires $H1$ et $H2$ suivantes :

$H1$. La longueur excitée L_e est inférieure à la longueur totale L de la poutre.

$H2$. L'expression de $f_t(x, s)$ ne dépend pas de l'origine de la zone excitée x_e ; cela se traduit par $f_t(x, s) = f_t(x - x_e, s)$.

Dans ce cas, on peut exprimer la densité linéique f_t sous la forme suivante :

$$f_t(x, s) = \frac{1}{2}\rho U^2 D \cdot C_f\left(\alpha, \frac{D}{D_h}, \frac{D}{L_e}, s_r, \mathrm{Re}\right) \qquad \textbf{éq 2.1.2-1}$$

avec : $\alpha = \dfrac{x - x_e}{L_e}$ $s_r = \dfrac{sD}{U}$ $\mathrm{Re} = \dfrac{UD}{u}$

Où ρ désigne la masse volumique du fluide, U est la vitesse moyenne d'écoulement du fluide, D et D_h sont respectivement le diamètre de la structure et le diamètre hydraulique, C_f représente le coefficient adimensionnel de force turbulente, x est l'abscisse courante d'un point de la poutre, x_e désigne l'abscisse de l'origine de la zone excitée, L_e représente la longueur excitée, α est la variable d'espace réduite, s est la pulsation complexe (variable de Laplace), s_r est la pulsation complexe réduite, v est la viscosité cinématique du fluide, enfin " Re " désigne le nombre de Reynolds.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Par hypothèse de similitude géométrique du composant réel avec la maquette de référence, on obtient :

$$f_t(x,s)=\frac{1}{2}\rho U^2 D\cdot C_f(\alpha, s_r, \mathrm{Re}) \qquad \textbf{éq 2.1.2-2}$$

Ainsi, l'excitation turbulente modale $Q_i(s)$ peut s'écrire dans le domaine de Laplace (hypothèse $H2$) :

$$Q_i(x)=\int_{x_e}^{x_e+L_e} f_t(x,s)\Phi_i(x)dx=L_e\int_0^1 f_t(\alpha L_e, s)\Phi_i(\alpha L_e+x_e)\,d\alpha \qquad \textbf{éq 2.1.2-3}$$

où $\Phi_i(x)$ est la composante de la i ème déformée modale suivant la direction d'espace dans laquelle agit l'excitation turbulente.

Au moyen de l'expression [éq 2.1.2-2], on déduit :

$$Q_i(s)=\frac{1}{2}\rho U^2 DL_e\int_0^1 C_f(\alpha, s_r, \mathrm{Re})\Phi_i(\alpha L_e+x_e)\,d\alpha \qquad \textbf{éq 2.1.2-4}$$

Les densités interspectrales d'excitations turbulentes modales s'expriment alors sous la forme :

$$S_{Q_iQ_j}(f,U)=\left(\frac{1}{2}\rho U^2 DL_e\right)^2\frac{D}{U}\int_0^1\int_0^1 \Phi_t(\alpha_1,\alpha_2,f_r,\mathrm{Re})\Phi_i(\alpha_1 L_e+x_e)\Phi_j(\alpha_2 L_e+x_e)\,d\alpha_1\,d\alpha_2$$

éq 2.1.2-4

avec $1\le i,j\le N$, où N est le nombre de modes retenus pour déterminer la réponse de la structure ;

Φ_t : interspectre de C_f entre α_1 et α_2 ;

$f_r=\frac{fD}{U}$: fréquence réduite.

Remarque :

Dans ce qui suit, on conserve les hypothèses $H1$ et $H2$ et on note $I_{ij}(f_r,\mathrm{Re})$ l'intégrale :

$$I_{ij}(f_r,\mathrm{Re})=\int_0^1\int_0^1 \Phi_t(\alpha_1,\alpha_2,f_r,\mathrm{Re})\Phi_i(\alpha_1 L_e+x_e)\Phi_j(\alpha_2 L_e+x_e)\,d\alpha_1 d\alpha_2 \qquad \textbf{éq 2.1.2-5}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

A l'aide de cette notation, les interspectres d'excitations modales s'écrivent :

$$S_{Q_iQ_j}(f,U)=\left(\frac{1}{2}\rho U^2 DL_e\right)^2\frac{D}{U}I_{ij}(f_r,\mathrm{Re}) \qquad \textbf{éq 2.1.2-6}$$

L'expression des autospectres d'excitations modales est analogue :

$$S_{Q_iQ_i}(f,U)=\left(\frac{1}{2}\rho U^2 DL_e\right)^2\frac{D}{U}I_{ii}(f_r,\mathrm{Re}) \qquad \textbf{éq 2.1.2-7}$$

2.2 Spectres de type "longueur de corrélation"

2.2.1 Mots-clés

Les mots-clés facteurs SPEC_LONG_COR_i (i variant de 1 à 4) de l'opérateur DEFI_SPEC_TURB [U4.44.31] permettent d'accéder à des spectres de type "longueur de corrélation". Ces spectres, spécifiques des configurations du type "faisceau de tubes sous écoulement transverse", sont prédéfinis mais l'utilisateur peut en ajuster les paramètres.

2.2.2 Définition du modèle

2.2.2.1 Densité interspectrale

Dans le cas de spectres de type "longueur de corrélation", la densité interspectrale caractérisant l'excitation turbulente est supposée pouvoir être mise sous une forme à variables séparables telle que :

$$S_i(x_1,x_2,\omega)=S_0(\omega)\,\varphi_0(x_1,x_2) \qquad \textbf{éq 2.2.2.1-1}$$

Dans cette expression, $S_0(\omega)$ représente l'autospectre de turbulence et $\varphi_0(x_1,x_2)$ désigne une fonction de corrélation spatiale définie par :

$$\varphi_0(x_1,x_2)=\exp\cdot\left(\frac{-|x_2-x_1|}{\lambda_c}\right) \qquad \textbf{éq 2.2.2.1-2}$$

où x_1 et x_2 désignent les abscisses de deux points d'observation et λ_c représente la longueur de corrélation.

Quatre expressions analytiques sont disponibles dans l'opérateur DEFI_SPEC_TURB [U4.44.31]. Ces expressions correspondent chacune à une représentation particulière de $S_0(\omega)$.

L'utilisateur définit un spectre de turbulence en choisissant l'une de ces formes analytiques, dont il peut ajuster les paramètres.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.2.2.2 Modélisation du spectre de turbulence par une expression à variables séparées

- Cas général

La fonction Φ_{tt} introduite dans la relation est modélisée par une forme à variables séparées :

$$\Phi_t(\alpha_1,\alpha_2,f_r,\mathrm{Re})=\sum_{n=1}^{N_s}\varphi_n(\alpha_1,\alpha_2)\,\Phi_n(f_r,\mathrm{Re}) \qquad \textbf{éq 2.2.2.2-1}$$

Où N_s désigne le degré de la base des fonctions de forme φ_n et Φ_n est une fonction indépendante de la variable d'espace. Ces deux fonctions sont stockées dans la base de données et peuvent être sélectionnées par l'utilisateur.
Les autospectres d'excitations modales sont donnés par [éq 2.1.2-7] en introduisant :

$$I_{ii}(f_r,\mathrm{Re})=\sum_{n=1}^{N_s}L_{ni}^2\cdot\Phi_n(f_r,\mathrm{Re}) \qquad \textbf{éq 2.2.2.2-2}$$

avec :
$$L_{ni}^2=\int_0^1\int_0^1\varphi_n(\alpha_1,\alpha_2)\cdot\phi_i(\alpha_1 L_e+x_e)\,\phi_i(\alpha_2 L_e+x_e)\cdot d\alpha_1\,d\alpha_2 \qquad \textbf{éq 2.2.2.2-3}$$

Le principe de calcul est le suivant : on calcule tout d'abord les valeurs des L_{ni}^2 en réalisant le calcul des intégrales doubles ; on calcule ensuite $\Phi_n(f_r,\mathrm{Re})$ pour toutes les valeurs de n ; on obtient finalement l'expression de $S_{Q_iQ_i}(f,U)$ à l'aide de l'équation [éq 2.1.2-4].

- Cas particulier : modèle utilisé pour les tubes de générateur de vapeur

Le cas particulier de l'étude des tubes de GV correspond à un cas particulier du cas général présenté précédemment en posant $Ns=1$. L'interspectre d'excitation turbulente entre deux points d'abscisses réduites α_1 et α_2 est alors donné par :

$$\Phi_t(\alpha_1,\alpha_2,f_r,\mathrm{Re})=\exp\left(-\frac{|\alpha_1-\alpha_2|}{\lambda_c}\cdot L_e\right)\cdot\Phi(f_r,\mathrm{Re}) \qquad \textbf{éq 2.2.2.2-4}$$

où λ_c représente la longueur de corrélation des forces turbulentes et L_e est la longueur excitée. En général, on prend λ_c de l'ordre de 3 à 4 fois le diamètre extérieur du tube.

Les spectres d'autocorrélation d'excitations modales, dans le cas de profils de vitesse et de masse volumique constants, sont donnés par :

$$S_{QiQi}(f,U)=\left(\frac{1}{2}\rho U^2 D L_e\right)^2\cdot\frac{D}{U}\,I_{ii}(f_r,\mathrm{Re}) \qquad \textbf{éq 2.2.2.2-5}$$

avec :

$$I_{ii}(f_r,\mathrm{Re})=\Phi(f_r,\mathrm{Re})\int_0^1\int_0^1.\exp\left(-\frac{|\alpha_2-\alpha_1|}{\lambda_c}L_e\right).\phi_i(\alpha_1 L_e+x_e)\,\phi_i(\alpha_2 L_e+x_e).d\alpha_1\,d\alpha_2$$

éq 2.2.2.2-6

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Dans le cas général de profils de masse volumique et de vitesse d'écoulement quelconques, on a :

$$S_{QiQj}(f,U)=\left(\frac{1}{2}D\right)^2\cdot\frac{D}{U}S(f_r)$$
$$\int_{x_e}^{x_e+L_e}\int_{x_e}^{x_e+L_e}\exp\left(-\frac{|x_2-x_1|}{\lambda_c}\right)\cdot\rho_e(x_1)\,\rho_e(x_2)\cdot U_e^2(x_1)\,U_e^2(x_2)\,\Phi_i(x_1)\,\Phi_i(x_2)\,dx_1\,dx_2$$

éq 2.2.2.2-7

Où D est le diamètre de la structure, L_e est la longueur de la zone excitée, x_e est l'abscisse de l'origine de la zone excitée, U est la vitesse moyenne de l'écoulement, $S(f_r)$ est une densité spectrale d'excitation indépendante de la vitesse moyenne de l'écoulement U, x_1 et x_2 sont les abscisses curvilignes de deux points d'observation sur le tube, $\rho_e(x)$ est le profil de masse volumique du fluide le long du tube, $U_e(x)$ est le profil de vitesse transverse de l'écoulement le long du tube et λ_c désigne la longueur de corrélation.

Les profils adimensionnels de masse volumique et de vitesse transverse de l'écoulement externe sont définis de la manière suivante :

$\rho_e(x)$ désignant l'évolution de la masse volumique du fluide externe le long de la zone immergée L_{imm} du tube, on désigne par ρ la masse volumique du fluide externe moyennée sur la partie immergée du tube :

$$\rho=\frac{1}{L_{imm}}\int_{x_{imm}}^{x_{imm}+L_{imm}}\rho_e(x)\,dx \qquad \textbf{éq 2.2.2.2-8}$$

On désigne par $r(x)$ le profil adimensionnel de masse volumique tel que $\rho_e(x)=\rho\cdot r(x)$.

$U_e(x)$ désignant l'évolution de la vitesse d'écoulement du fluide externe sur la longueur excitée L_e du tube, on désigne par U la vitesse d'écoulement du fluide moyennée sur la longueur excitée du tube :

$$U=\frac{1}{L_e}\int_{x_e}^{x_e+L_e}U_e(x)\,dx \qquad \textbf{éq 2.2.2.2-9}$$

On désigne par $u(x)$ le profil adimensionnel de vitesse transverse de l'écoulement externe, tel que $U_e(x)=U\cdot u(x)$.

En introduisant les grandeurs moyennes et les profils adimensionnels dans l'expression [éq 2.2.2.2-7], on obtient :

$$S_{QiQj}(f,U)=\left(\frac{1}{2}\rho U^2 D\right)^2\cdot\frac{D}{U}S(f_r)\int_{x_e}^{x_e+L_e}\int_{x_e}^{x_e+L_e}\exp\left(-\frac{|x_2-x_1|}{\lambda_c}\right)\rho_e(x_1)\,\rho_e(x_2)\,U_e^2(x_1)\,U_e^2(x_2)\,\Phi_i(x_1)\,\Phi_j(x_2)\,dx_1\,dx_2 \qquad \textbf{éq 2.2.2.2-10}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Après avoir noté $\alpha = \frac{x - x_e}{L_e}$, il vient :

$$S_{QiQj}(f, U) = \frac{1}{4}\rho^2 U^3 D^3 L_e^2 S(f_r) \times \int_0^1 \int_0^1 [\exp\left(-\frac{|x_2 - x_1|}{\lambda_c}\right) r(\alpha_1 L_e + x_e) r(\alpha_2 L_e + x_e)$$
$$u^2(\alpha_1 L_e + x_e) u^2(\alpha_2 L_e + x_e) \Phi_i(\alpha_1 L_e + x_e) \Phi_i(\alpha_2 L_e + x_e)] \, d\alpha_1 d\alpha_2$$

éq 2.2.2.2-11

Où $S(f_r)$ représente le spectre de turbulence, défini en fonction d'une fréquence réduite f_r (nombre de Strouhal). Pour un tube en interaction avec un écoulement transverse, f_r s'écrit :

$$f_r = \frac{fD}{U}$$

où f est la fréquence dimensionnée, D est le diamètre du tube et U est la vitesse moyenne de l'écoulement.

L'intégrale double de l'expression [éq 2.2.2.2-11] est évaluée par l'opérateur PROJ_SPEC_BASE [U4.63.14].

- Cas de zones d'excitation multiples

Dans le cas où il existe plusieurs zones d'excitations, on introduit les notations supplémentaires suivantes :

La zone d'excitation k étant repérée par son abscisse de début x_k et sa longueur L_k , on note $U_k(x)$ le profil de vitesse transverse de l'écoulement fluide au niveau de cette zone. La vitesse transverse moyenne sur la zone d'excitation k est alors donnée par :

$$\bar{U}_k = \frac{1}{L_k} \int_{x_k}^{x_k + L_k} U_k(x) dx$$

On en déduit le profil adimensionnel de vitesse transverse, normalisé sur la zone k :

$$u_k(x) = \frac{U_k(x)}{\bar{U}_k}$$

K désignant le nombre total de zones d'excitation, la vitesse transverse moyenne sur l'ensemble des zones d'excitation est définie par :

$$\bar{U} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \bar{U}_k$$

Si V_{gap} est la vitesse intertube à l'entrée du GV (la plage de vitesses débitantes est définie dans CALC_FLUI_STRU [U4.66.02] à l'aide du mot-clé VITE_FLUI), on procède à une seconde normalisation ; la vitesse transverse en un point x situé dans la zone d'excitation k est donnée par :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$V_k(x)=V_{gap}\frac{U_k(x)}{\bar{U}}=V_{gap}\frac{\bar{U}_k}{\bar{U}}u_k(x)$$

Grâce à cette normalisation, la moyenne arithmétique de vitesse transverse sur toutes les zones d'excitation est égale à la vitesse inter-tube ; on a en effet :

$$\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\left(\frac{1}{L_k}\int_{x_k}^{x_k+L_k}V_k(x)dx\right)=V_{gap}$$

Le calcul des interspectres d'excitations modales, réalisé par l'opérateur PROJ_SPEC_BASE [U4.63.14], se fait en additionnant les contributions de chacune des zones d'excitation suivant la relation :

$$S_{Q_iQ_j}(f,V_{gap})=\left(\frac{1}{2}D\right)^2\sum_{k=1}^{K}\left(\frac{D}{\bar{V}_k}\times L_{ij}^k\times S\left(f_r^k\right)\right)$$

avec :

$$\bar{V}_k=V_{gap}\times\frac{U_k}{\bar{U}}\ \text{ et }\ f_r^k=\frac{fD}{\bar{V}_k}$$

et $L_{ij}^k=\int_{x_k}^{x_k+L_k}\int_{x_k}^{x_k+L_k}\exp\left(\frac{-|x_2-x_1|}{\lambda_c}\right)\rho_e(x_1)\rho_e(x_2)V_k^2(x_1)V_k^2(x_2)\Phi_i(x_1)\Phi_i(x_2)dx_1dx_2$

soit :

$$L_{ij}^k=\bar{V}_k^4\times\int_{x_k}^{x_k+L_k}\int_{x_k}^{x_k+L_k}\exp\left(\frac{-|x_2-x_1|}{\lambda_c}\right)\rho_e(x_1)\rho_e(x_2)u_k^2(x_1)u_k^2(x_2)\Phi_i(x_1)\Phi_i(x_2)dx_1dx_2$$

On pose :

$$l_{ij}^k=\int_{x_k}^{x_k+L_k}\int_{x_k}^{x_k+L_k}\exp\left(\frac{-|x_2-x_1|}{\lambda_c}\right)\rho_e(x_1)\rho_e(x_2)u_k^2(x_1)u_k^2(x_2)\Phi_i(x_1)\Phi_i(x_2)dx_1dx_2$$

L'expression des interspectres d'excitations modales devient alors :

$$S_{Q_iQ_j}(f,V_{gap})=\left(\frac{1}{2}D\right)^2\sum_{k=1}^{K}\left(\frac{D}{\bar{V}_k}\times\bar{V}_k^4\times l_{ij}^k\times S\left(f_r^k\right)\right)$$

d'où :

$$S_{Q_iQ_j}(f,V_{gap})=\frac{1}{4}D^3\times\sum_{k=1}^{K}\left(\bar{V}_k^3\times l_{ij}^k\times S\left(f_r^k\right)\right)$$

- Expressions analytiques des spectres disponibles pour l'utilisateur

  Les différentes expressions analytiques des spectres disponibles dans l'opérateur DEFI_SPEC_TURB [U4.44.31] sont les suivantes :

- SPEC_LONG_COR_1

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Chaque vitesse U_i définie par l'utilisateur en discrétisant la plage de vitesses $\left[U_{\min}-U_{\max}\right]$ explorée est d'abord normalisée sous la forme U_i^{kn} en appliquant l'équation :

$$U_i^{kn}=U_i\frac{\bar{U}^k}{\bar{U}}$$

où $\overline{U}^k$ et $\overline{U}$ désignent respectivement la vitesse moyennée sur la zone d'excitation " k ", et la vitesse moyenne sur l'ensemble des zones d'excitation.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Un nombre de Reynolds "local" R_e^{ik} , associé à la zone " k " et à la vitesse U_i est ensuite calculé à partir des caractéristiques locales de l'écoulement :

$$\mathrm{Re}^{ik} = -\frac{U_i^{kn} \cdot D}{v}$$

Le spectre d'excitation turbulente associé à la zone " k " et à la vitesse U_i est déterminé sous la forme d'un vecteur S^{ik} , possédant autant de composantes que de points utilisés pour discrétiser l'intervalle fréquentiel $\left[f_{\min} - f_{\max}\right]$, support de l'excitation. La j -ième composante S_j^{ik} de ce vecteur est fournie par l'expression :

$$S_j^{ik} = \frac{\Phi_0}{\left(1 - \left(\frac{f_{rj}^{ik}}{f_{rc}}\right)^{\beta/2}\right)^2 + 4\epsilon^2 \left(\frac{f_{rj}^{ik}}{f_{rc}}\right)^{\beta/2}} \qquad \textbf{éq 2.2.2.2-12}$$

f_{rj}^{ik} est fournie par :

$$f_{rj}^{ik} = \frac{f_j D}{U_i^{kn}}$$

où :

f_j est la valeur de fréquence associée à la j-ième composante dans la discrétisation de l'intervalle fréquentiel $\left[f_{\min} - f_{\max}\right]$, f_{rc} est une fréquence de coupure valant 0.2 ; Φ_o , β , ϵ dépendent du nombre de Reynolds selon les équations fournies dans le tableau ci-dessous :

R_e^{ik}	f_o	β	ϵ
$\left]-\infty ; 1.5\,10^4\right]$	2.83504 10^{-4}	3	0.7
$\left]1.5\,10^4 ; 3.5\,10^4\right]$	$1.3\cdot 10^{-4}\left(\begin{array}{l} 20.42 - 14.10^{-4}\cdot R_e^{ik} - 9.81\cdot 10^{-8}\cdot R_e^{ik^2} + 11.97\cdot 10^{-12}\cdot R_e^{ik^3} \\ -35.95\cdot 10^{-17}\cdot R_e^{ik^4} + 34.69\cdot 10^{-22}\cdot R_e^{ik^5} \end{array}\right)$	Idem	Idem
$\left]3.5\,10^4 ; 5\,10^4\right]$	Idem	4	0.3
$\left]5\,10^4 ; 5.5\,10^4\right]$	$50.18975\cdot 10^{-4}$	Idem	Idem
$\left]5.5\,10^4 ; +\infty\right]$	Idem	4	0.6

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- SPEC_LONG_COR_2

Le spectre d'excitation turbulente s'écrit :

$$S(f_r)=\frac{f_0}{1+\left(\frac{f_r}{f_{rc}}\right)^{\beta}} \qquad \textbf{éq 2.2.2.2-13}$$

Les valeurs par défaut des paramètres sont les suivantes :

$$\Phi_0=1.5\cdot 10^{-3}$$
$$\beta=2.7$$
$$f_{rc}=0.1$$

- SPEC_LONG_COR_3

Le spectre d'excitation turbulente s'écrit :

$$S(f_r)=\frac{\Phi_0}{f_r^{\beta}} \qquad \textbf{éq 2.2.2.2-14}$$

avec :

$$\Phi_0=\Phi_0(f_{rc})$$
$$\beta=\beta(f_{rc})$$

Les valeurs par défaut des paramètres sont les suivantes : f_{rc} = 2

Si $f_r \leq f_{rc}$, on a :

$$\Phi_0=5\cdot 10^{-3}$$
$$\beta=0.5$$

sinon

$$\Phi_0=4\cdot 10^{-5}$$
$$\beta=3.5$$

- SPEC_LONG_COR_4

Le spectre d'excitation turbulente s'écrit :

$$S(f_r)=\frac{\Phi_0}{f_r^{\beta}\rho_v^g} \qquad \textbf{éq 2.2.2.2-15}$$

avec :

$$\Phi_0=\frac{1}{6.8\cdot 10^{-2}}10^{\Phi}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Les autres paramètres sont définis par :

$$\phi = At_v^{0.5} - B\tau_v^{1.5} - C\tau_v^{2.5} - D\tau_v^{3.5}$$
$$\beta = 2$$
$$\gamma = 4$$

τ_v désigne le taux de vide ; ρ_v est le débit volumique défini par $\rho_v = \rho_m U$; ρ_m est le débit massique et U désigne la vitesse moyenne de l'écoulement. Les valeurs des coefficients du polynôme en τ_v sont les suivantes :

$$A = 24.042$$
$$B = -50.421$$
$$C = 63.483$$
$$D = 33.284$$

2.3 Modèle d'excitation turbulente répartie

2.3.1 Mots-clés

Le mot-clé facteur SPEC_FONC_FORME de l'opérateur DEFI_SPEC_TURB [U4.44.31] permet de définir un spectre d'excitation par sa décomposition sur une famille de fonctions de forme. L'utilisateur a la possibilité de définir le spectre en fournissant une matrice interspectrale et une liste de fonctions de forme associées. Les concepts [interspectre] et [fonction] doivent alors avoir été générés en amont. Dans le cas du composant "grappe de commande", l'utilisateur peut également utiliser un spectre de turbulence prédéfini, identifié sur la maquette GRAPPE1.

2.3.2 Décomposition sur une famille de fonctions de forme

Le modèle d'excitation turbulente répartie suppose que la **densité linéique instantanée des forces turbulentes** $f_t(x,t)$ peut être **décomposée sur une famille de fonctions de forme** $j_k(x)$ de dimension K de la façon suivante :

$$f_t(x,t) = \sum_{k=1}^{K} \varphi_k(x)\alpha_k(t) \qquad \textbf{éq 2.3.2-1}$$

Les coefficients $\alpha_k(t)$ définissent à chaque instant la décomposition de l'excitation turbulente sur la famille de fonctions de forme.

La densité interspectrale d'excitation turbulente entre deux points de la structure filaire d'abscisses x_1 et x_2 s'écrit alors :

$$S_f(x_1, x_2, \omega) = \sum_{k=1}^{K}\sum_{k=1}^{K} \varphi_k(x_1)\varphi_l(x_2) S\alpha_k \alpha_l(\omega) \qquad \textbf{éq 2.3.2-2}$$

Cette formulation permet de prendre en compte une excitation dont la répartition spatiale est quelconque.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.3.3 Mise en équations

2.3.3.1 Application d'une excitation turbulente répartie

La longueur d'application L est caractérisée de manière intrinsèque par le domaine de définition des fonctions de forme associées à l'excitation. La zone d'application est déterminée par la donnée du nom du nœud autour duquel elle est centrée.
x_n désignant l'abscisse repérant ce nœud, l'excitation turbulente est imposée sur le domaine $\left[x_n - L/2\,,\, x_n + L/2\right]$.
L'excitation turbulente pouvant être, d'autre part, développée de manière corrélée dans les deux directions $\mathbf{Y}$ et $\mathbf{Z}$ orthogonales à l'axe de la structure filaire, les fonctions de forme sont a priori des vecteurs à deux composantes.
On renseigne donc, par convention dans une `table_fonction`, deux fonctions de forme, la première est associée à la direction $\mathbf{Y}$ et l'autre à la direction $\mathbf{Z}$. Chacune des deux fonctions est définie sur l'intervalle $\left[0, L\right]$.

2.3.3.2 Excitation turbulente identifiée sur la maquette GRAPPE1

Les fonctions de forme φ_k sont les 12 premières déformées modales de flexion de la structure identifiées expérimentalement, réparties selon les deux directions orthogonales à l'axe principal de la poutre. L'expression analytique générale de ces déformées est la suivante :

$$\vec{\varphi}_k(x) = \begin{pmatrix} \varphi_{Yk}(x) \\ \varphi_{Zk}(x) \end{pmatrix} \qquad \textbf{éq 2.3.3.2-1}$$

avec :

$$\varphi_{Yk}(x) = A_{Yk}\cdot\cos\left(\frac{n_{Yk}}{L}x\right) + B_{Yk}\cdot\sin\left(\frac{n_{Yk}}{L}x\right) + C_{Yk}\cdot ch\left(\frac{n_{Yk}}{L}x\right) + D_{Yk}\cdot sh\left(\frac{n_{Yk}}{L}x\right) \qquad \textbf{éq 2.3.3.2-2}$$

$$\varphi_{Zk}(x) = A_{Zk}\cdot\cos\left(\frac{n_{Zk}}{L}x\right) + B_{Zk}\cdot\sin\left(\frac{n_{Zk}}{L}x\right) + C_{Zk}\cdot ch\left(\frac{n_{Zk}}{L}x\right) + D_{Zk}\cdot sh\left(\frac{n_{Zk}}{L}x\right) \qquad \textbf{éq 2.3.3.2-3}$$

où n_{Yk} et n_{Zk} désignent des nombres d'ondes, L est la longueur d'application de l'excitation et les coefficients A_{Yk}, B_{Yk}, C_{Yk}, D_{Yk}, A_{Zk}, B_{Zk}, C_{Zk}, D_{Zk} sont des coefficients réels constants caractéristiques de la fonction de forme considérée.

Les 6 premières fonctions de forme sont associées à la direction $\mathbf{Y}$ et A_{Zk}, B_{Zk}, C_{Zk}, D_{Zk} sont donc nuls, pour $1 \le k \le 6$.
Les 6 dernières fonctions de forme sont associées à la direction $\mathbf{Z}$ et A_{Yk}, B_{Yk}, C_{Yk}, D_{Yk} sont donc nuls, pour $7 \le k \le 12$.

Cette famille de fonctions de forme est donc caractérisée par $5 \times 12 = 60$ coefficients réels.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

L'excitation turbulente identifiée sur la maquette GRAPPE1 est homogène dans les deux directions orthogonales à l'axe de la structure filaire, la turbulence étant décorrélée entre ces deux directions.
La matrice interspectrale $\left[S\alpha_k \alpha_l\right]$ identifiée sur la maquette GRAPPE1 est donc une matrice de dimension 12×12 , constituée de deux blocs diagonaux identiques de dimension 6 :

$$\left[S\alpha_k \alpha_l\right]=\begin{bmatrix}\left[S_o(\omega)\right] & [0]\\ [0] & \left[S_o(\omega)\right]\end{bmatrix}$$

Par propriété de symétrie hermitique, cette matrice est entièrement définie par la donnée de la partie triangulaire supérieure (ou inférieure) de $\left[S_o(\omega)\right]$, soit 21 interspectres. Pour chacun d'entre eux, les paramètres caractéristiques sont le niveau de plateau, la fréquence de coupure et la pente du spectre au-delà de cette fréquence.

La matrice interspectrale d'excitation turbulente identifiée sur la maquette GRAPPE1 est donc caractérisée par 63 coefficients réels (3×21).

Remarque :

*Les excitations GRAPPE1 sont disponibles à **deux débits de référence** . L'ensemble des données caractérisant ces excitations représente donc **246 coefficients réels (** $[60+63]\times 2$ **)** .*

2.3.3.3 Projection de l'excitation sur base modale

On note :

$\Phi_i(x)=\begin{pmatrix}DY_i(x)\\ DZ_i(x)\end{pmatrix}$ la i -éme déformée modale de la structure.

Soient β_{ik} les coordonnées de la i -éme déformée modale de la structure sur la base des fonctions de forme $\varphi_k(x)$:

$$\Phi_i(x)=\sum_{k=1}^{K}\beta_{ik}\cdot\varphi_k(x) \qquad \textbf{éq 2.3.3.3-1}$$

Les interspectres d'excitations modales $S_{Q_iQ_j}(\omega)$ appliquées à la structure s'écrivent alors :

$$S_{Q_iQ_j}(\omega)=\sum_{k=1}^{K}\sum_{k=1}^{K}\beta_{ik}\cdot\beta_{jl}\cdot S_{\alpha_k\alpha_l}(\omega) \qquad \textbf{éq 2.3.3.3-2}$$

Pour chaque mode i de la structure, les coefficients β_{ik} sont déterminés en intégrant l'équation [éq 2.3.3.3-1] prémultipliée par les fonctions φ_j , sur le domaine d'application de l'excitation. On obtient ainsi :

$$\int_{x_0-L/2}^{x_0+L/2}\varphi_j(x+L/2)\cdot\Phi_i(x)\cdot dx=\sum_{k=1}^{K}\beta_{ik}\cdot\int_{x_0-L/2}^{x_0+L/2}\varphi_j(x+L/2)\cdot\varphi_k(x+L/2)\cdot dx$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\int_{x_0-L/2}^{x_0+L/2} \varphi_j(x+L/2)\cdot\phi_i(x)\cdot dx = \sum_{k=1}^{K} \beta_{ik}\cdot\int_0^L \varphi_j(x)\cdot\varphi_k(x)\cdot dx \quad \forall(i,j) \qquad \textbf{éq 2.3.3.3-3}$$

Pour chaque i , l'équation [éq 2.3.3.3-3] s'écrit sous forme matricielle :

$$\left[a_{jk}\right]\cdot\left(\beta_{ik}\right)=\left(b_{ij}\right) \qquad \textbf{éq 2.3.3.3-4}$$

avec :

$$a_{jk}=\int_0^L \varphi_j(x)\cdot\varphi_k(x)\cdot dx$$

soit :

$$a_{jk}=\int_0^L \left(\varphi_{Yj}(x)\cdot\varphi_{Yk}(\varphi)+\varphi_{Zj}(x)\cdot\varphi_{Zk}(x)\right)\cdot dx$$

et

$$b_{ij}=\int_{x_0-L/2}^{x_0+L/2} \varphi_j(x+L/2)\cdot\phi_i(x)\cdot dx$$

soit :

$$b_{ij}=\int_{x_0-L/2}^{x_0+L/2} \left(DY_i(x)\cdot\varphi_{Yj}(x+L/2)+DZ_i(x)\cdot\varphi_{Zj}(x+L/2)\right)\cdot dx$$

La résolution de chacun des systèmes d'équations linéaires conduit aux β_{ik} .
Le calcul des produits scalaires s'effectue dans l'opérateur PROJ_SPEC_BASE [U4. 63.14].

Remarques :

1) *Les fonctions $\varphi_k(x)$ représentent, en pratique, les déformées modales relevées sur la maquette. Le système (), à diagonale prépondérante, est donc bien conditionné. En particulier, lorsque la structure filaire maquette a une masse linéique homogène, les fonctions $\varphi_k(x)$ sont orthogonales et la matrice $\left[a_{jk}\right]$ est diagonale.*
2) *Des tests comparant le domaine d'application de l'excitation au domaine de définition de la structure sont effectués.*

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.4 Modèle d'excitation turbulente localisée

2.4.1 Mots-clés

Le mot-clé facteur SPEC_EXCI_POINT de l'opérateur DEFI_SPEC_TURB [U4.44.31] s'utilise dans le cas d'un spectre d'excitation associé à une ou plusieurs forces et moments ponctuels. L'utilisateur peut définir le spectre en fournissant :

- une matrice interspectrale d'excitations (le concept [interspectre] associé doit être généré en amont),
- la liste des nœuds d'application de ces excitations,
- la nature de l'excitation appliquée en chacun de ces nœuds (force ou moment),
- les directions d'application des excitations ainsi définies.

Il peut également utiliser un spectre de turbulence prédéfini, identifié sur la maquette GRAPPE2.

2.4.2 Fondements

Le modèle d'excitation turbulente localisée est un cas particulier du modèle d'excitation turbulente répartie. Ainsi, on suppose de même qu'en paragraphe [§2.3.2] que la **densité linéique instantanée des forces turbulentes** $f_t(x,t)$ peut être **décomposée sur une famille de fonctions de forme** $\varphi_k(x)$ de la façon suivante :

$$f_t(x,t)=\sum_{k=1}^{K}\varphi_k(x)\alpha_k(t) \qquad \textbf{éq 2.4.2-1}$$

Les coefficients $\alpha_k(t)$ définissent à chaque instant la décomposition de l'excitation turbulente sur la famille de fonctions de forme.

La densité interspectrale d'excitation turbulente entre deux points de la structure filaire d'abscisses x_1 et x_2 s'écrit alors :

$$S_f(x_1,x_2,\omega)=\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{K}\varphi_k(x_1)\cdot\varphi_l(x_2)\cdot S_{\alpha_k\alpha_l}(\omega) \qquad \textbf{éq 2.4.2-2}$$

La particularité du modèle d'excitation turbulente localisée tient à la **spécificité des fonctions de forme** $\varphi_k(x)$:

$\varphi_k(x)=\delta(x-x_k)$ permet de représenter une **force ponctuelle** appliquée au point d'abscisse x_k

$\varphi_k(x)=\delta'(x-x_k)$ permet de représenter un **moment ponctuel** appliqué au point d'abscisse x_k

$\delta(x-x_k)$ et $\delta'(x-x_k)$ désignent respectivement la distribution de Dirac et la dérivée de la distribution de Dirac au point d'abscisse x_k .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Compte tenu de la spécificité des fonctions de forme, la projection d'une excitation turbulente localisée sur base modale est beaucoup plus simple que dans le cas général (excitation répartie), puisque l'on peut calculer analytiquement l'expression de l'excitation projetée.

2.4.3 Mise en équations

2.4.3.1 Application d'une excitation turbulente localisée

On considère une excitation turbulente appliquée à une structure filaire et constituée de forces et de moments ponctuels. Cette excitation est entièrement caractérisée par les données suivantes :

- liste des nœuds d'application des forces et moments ponctuels,
- nature de l'excitation appliquée en chaque nœud (force ou moment),
- direction de l'excitation appliquée en chaque nœud.

$$\textbf{Ainsi}\quad \mathbf{f}_{\mathrm{t}}(x,t)=\sum_{k=1}^{K} F_k(s)\cdot\delta\left(x-x_k\right)\cdot\mathbf{n}_{\mathrm{k}}-\sum_{m=1}^{M} M_m(s)\cdot\delta'\left(x-x_m\right)\cdot\mathbf{n}_{\mathrm{m}} \qquad \textbf{éq 2.4.3.1-1}$$

est l'expression d'une excitation turbulente localisée, caractérisée par K forces et M moments ponctuels, appliqués respectivement aux nœuds d'abscisses x_k et x_m dans les directions $\mathbf{n}_{\mathrm{k}}$ et $\vec{\mathbf{n}}_m$.

On a : $\mathbf{n}_{\mathrm{k}}=\begin{pmatrix}0\\ \cos\cdot\left(\theta_k\right)\\ \sin\cdot\left(\theta_k\right)\end{pmatrix}$ et $\mathbf{n}_{\mathrm{m}}$ défini de manière analogue.

θ représente l'azimut donnant la direction d'application de la force (ou du moment) dans le plan P orthogonal à la fibre neutre au nœud d'application, tel que défini dans la figure [Figure 2.4.3.1-a] ci-dessous :

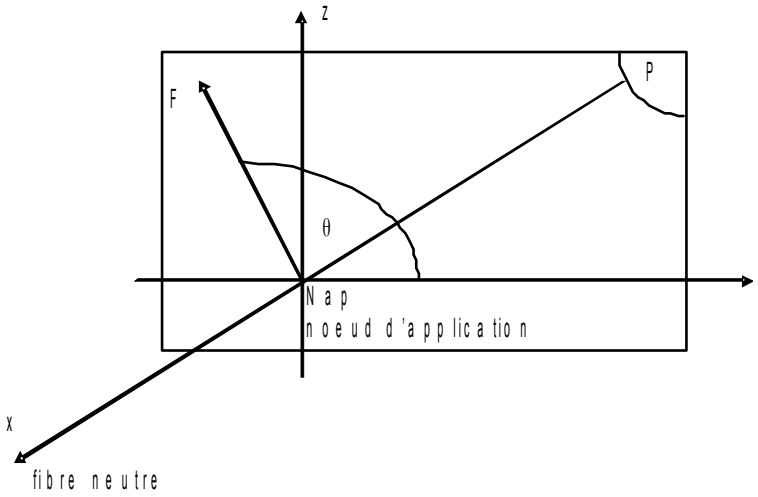


Figure 2.4.3.1-a : Définition de la direction d'application

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

L'excitation généralisée associée au i ème mode de la structure, $Q_i(s)$, étant définie par :

$$Q_i(s)=\int_0^L \Phi_i(x)\cdot \mathbf{f}_t(x,t)\cdot dx \qquad \textbf{éq 2.4.3.1-2}$$

où L représente la longueur de la poutre et $\Phi_i(x)$ la déformée du mode i , on obtient, compte tenu de l'expression [éq 2.4.3.1-1] :

$$Q_i(s)=\sum_{k=1}^{K} F_k(s)\cdot\Phi_i(x_k)\cdot \mathbf{n}_k-\sum_{m=1}^{M} M_m(s)\cdot\Phi_i(x_k)\cdot \mathbf{n}_m \qquad \textbf{éq 2.4.3.1-3}$$

Le calcul des interspectres d'excitations modales conduit alors à :

$$\begin{aligned} S_{Q_iQ_j}(s)=&\sum_{k_1=1}^{K}\sum_{k_2=1}^{K} \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{F}_{k_1}\boldsymbol{F}_{k_2}}(s)\left(\Phi_i(x_{k_1}).\mathbf{n}_{k_1}\right).\left(\Phi_j(x_{k_2}).\mathbf{n}_{k_2}\right)\\ &+\sum_{k_1=1}^{K}\sum_{m_2=1}^{M} \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{F}_{k_1}\boldsymbol{M}_{m_2}}(s)\left(\Phi_i(x_{k_1}).\mathbf{n}_{k_1}\right).\left(\Phi_{j^e}(x_{m_2}).\mathbf{n}_{m_2}\right)\\ &+\sum_{m_1=1}^{M}\sum_{k_2=1}^{K} \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{M}_{m_1}\boldsymbol{F}_{k_2}}(s)\left(\Phi_i'(x_{m_1}).\mathbf{n}_{m_1}\right).\left(\Phi_j(x_{k_2}).\mathbf{n}_{k_2}\right)\\ &+\sum_{m_1=1}^{M}\sum_{m_2=1}^{M} \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{M}_{m_1}\boldsymbol{M}_{m_2}}(s)\left(\Phi_i'(x_{m_1}).\mathbf{n}_{m_1}\right).\left(\Phi_{j^e}(x_{m_2}).\mathbf{n}_{m_2}\right) \end{aligned} \qquad \textbf{éq 2.4.3.1-4}$$

Remarque :

Lorsque l'utilisateur définit le spectre d'excitation turbulente, il doit renseigner la matrice interspectrale des excitations ponctuelles dont les termes interviennent ci-dessus. ***Cette matrice a pour dimension*** $K+M$ ***(nombre de forces et moments ponctuels appliqués).***

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.4.3.2 Excitation turbulente identifiée sur la maquette GRAPPE2

L'excitation turbulente identifiée sur la maquette GRAPPE2 est représentée par une force et un moment résultants, appliqués en un même nœud suivant les deux directions orthogonales à l'axe de la structure. La densité linéique de cette excitation a pour expression :

$$\mathbf{f}_t(x,s)=\frac{1}{2}\rho U^2 D_h\left[L_p\cdot F_t(s_r)\cdot\delta(x-x_0)-L_p^2\cdot M_t(s_r)\cdot\delta'(x-x_0)\right]\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} \qquad \textbf{éq 2.4.3.2-1}$$

Où ρ est la masse volumique du fluide, U est la vitesse moyenne de l'écoulement, D_h est le diamètre hydraulique, L_p est l'épaisseur de la plaque de logement (correspondant à la longueur excitée), x_0 est l'abscisse du point d'application de l'excitation, $s_r=\frac{s\cdot D}{U}$ est la fréquence complexe réduite, $F_t(s_r)$ et $M_t(s_r)$ sont les coefficients adimensionnels représentant la force et le moment résultants.
Les grandeurs ρ , U , D_h et L_p permettent de dimensionner l'excitation.

En substituant l'expression [éq 2.4.3.2-3] dans la relation [éq 2.4.3.1-4] définissant l'excitation modale $Q_i(s)$, on obtient :

$$Q_i(s)=\frac{1}{2}\rho U^2 D_h\left[L_p\cdot F_t(s_r)\cdot\phi_i(x_0)\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}+L_p^2\cdot M_t(s_r)\cdot\phi_i'(x_0)\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right] \qquad \textbf{éq 2.4.3.2-2}$$

La force et le moment ponctuels identifiés sur la maquette GRAPPE2 étant décorrélés, le calcul des interspectres d'excitations modales conduit finalement à :

$$S_{Q_iQ_j}=\left(\frac{1}{2}\rho U^2 D_h\right)^2\frac{D}{U}\cdot\left[L_p^2\cdot\phi_i(x_0)\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}'\phi_j(x_0)\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}\cdot S_{F_tF_t}(s_r)+L_p^4\cdot\phi_i'(x_0)\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}'\phi_j'(x_0)\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}\cdot S_{M_tM_t}(s_r)\right] \qquad \textbf{éq 2.4.3.2-3}$$

Dans cette expression, D est le diamètre extérieur de la structure, $S_{F_tF_t}(s_r)$ et $S_{M_tM_t}(s_r)$ représentent respectivement les autospectres adimensionnels de force et de moment identifiés sur la maquette GRAPPE2. L'opérateur PROJ_SPEC_BASE [U4.63.14] calcule les interspectres d'excitations modales suivant la relation [éq 2.4.3.2-3] ci-dessus.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Remarques :

1) *Les autospectres adimensionnels GRAPPE2 sont utilisables pour simuler le comportement de toute structure en similitude avec la maquette ; on fait alors intervenir les paramètres géométriques caractéristiques de la structure pour dimensionner l'excitation. La maquette GRAPPE2 ayant été construite en similitude avec la configuration réacteur, les rapports suivants sont fixés et caractéristiques de cette géométrie :*

$$\frac{D_h}{D} \text{ et } \frac{L_p}{D}$$

On rappelle que D_h et D désignent respectivement le diamètre hydraulique et le diamètre extérieur de la structure ; L_p est l'épaisseur de la plaque de logement, correspondant à la longueur excitée.
***La donnée de ρ , $\mathbf{U}$ et $\mathbf{D}$ est donc suffisante pour dimensionner de manière univoque l'excitation turbulente** à partir des autospectres adimensionnels.*

2) *Les autospectres adimensionnels $S_{F_t F_t}(s_r)$ et $S_{M_t M_t}(s_r)$ étant l'un et l'autre définis par trois coefficients réels (niveau de plateau, fréquence réduite de coupure et pente au-delà de cette fréquence), seules six constantes permettent de caractériser l'excitation turbulente adimensionnelle identifiée sur la maquette GRAPPE2.*
*Quatre configurations ayant été étudiées (écoulement ascendant ou descendant, tige de commande centrée ou excentrée), l'ensemble des données caractérisant les excitations GRAPPE2 représente donc **24 coefficients réels.***

3 Bibliographie

1) N. GAY, T. FRIOU : Résorption du logiciel FLUSTRU dans ASTER. HT32/93/002/B

2) S. GRANGER, N. GAY : Logiciel FLUSTRU Version 3. Note de principe. HT32/93/013/B

3) L. PEROTIN, M. LAINET : Intégration d'un modèle général d'excitation turbulente dans le *Code_Aster* : spécifications. HT32/96/003/A

4 Description des versions du document

Version Aster	Auteur(s) Organisme(s)	Description des modifications
07/04/09	*A. ADOBES, L. VIVAN (EDF-R&D/MFTT, CS)*	

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)