FDLV106 - Calcul d'amortissement ajouté en écoulement annulaire

Résumé :

Ce test du domaine fluide/structure met en œuvre le calcul de masse et d'amortissement ajoutés sur une structure cylindrique soumise à un écoulement annulaire qu'on suppose potentiel. On calcule dans un premier temps masse et amortissement ajoutés par l'écoulement sur la structure pour différentes vitesses amont ($4\,m/s$, $4.24\,m/s$ et $6\,m/s$), ceci sur un modèle 3D pour le fluide et coque pour la structure. La structure a un déplacement de rotation autour d'un pivot situé à l'extrémité aval du cylindre par rapport à l'écoulement .

Les coefficients déterminés, on les affecte à un modèle discret équivalent à 1 ddl masse-ressort-amortisseur, sur lequel on effectue une analyse modale, afin de déterminer les fréquences propres complexes du système pour les différentes vitesses d'écoulement :

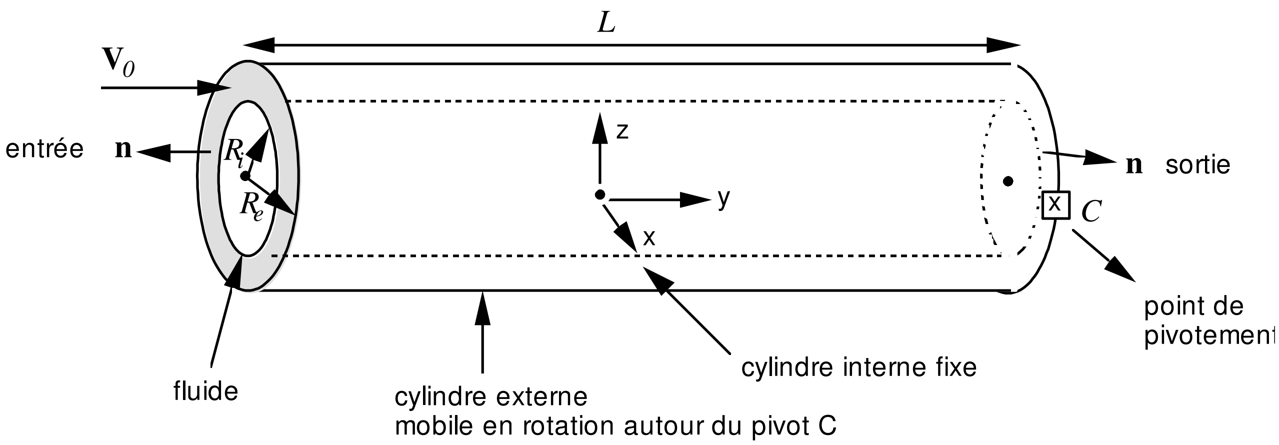
$4\,m/s$: amortissement,

$4.24\,m/s$: vitesse critique, amortissement nul,

$6\,m/s$: amortissement négatif, flottement.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



$L=50\,m$

$R_i=1\,m$

$R_e=1.1\,m$

C : point pivot de la structure externe

1.2 Propriétés des matériaux

Fluide : masse volumique $\rho_g=1000\,kg/m^3$ (eau).

Structure : $\rho_s=7800\,kg/m^3$; $E=2.10^{11}\,Pa$; $\nu=0.3$ (acier).

1.3 Conditions aux limites et chargements

Fluide :

- pour simuler l'écoulement permanent, on impose sur la face d'entrée du fluide une vitesse normale de $-4\,m/s$ (par analyse thermique, on impose un flux de chaleur normal équivalent de –4),
- pour calculer la perturbation fluide apportée par le mouvement du cylindre externe Dirichlet en un nœud du fluide.

Structure :

on impose au cylindre externe un déplacement du type $\vec{X}_i=\left(\frac{L}{2}-y\right)\vec{z}$ aux nœuds du maillage de ce cylindre.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Pour le calcul des coefficients ajoutés :

on montre [bib1] que les coefficients de masse et d'amortissements ajoutés dépendent du potentiel permanent des vitesses fluides $\bar{\phi}$ ainsi que de deux potentiels fluctuants ϕ_1 et ϕ_2 : ces potentiels s'écrivent dans le cas du mouvement de rotation du cylindre externe autour du pivot C [bib1] :

$$\begin{cases} \bar{\varphi} = V_0 y \\ \phi_1 = \dfrac{R_e^2}{R_e^2 - R_i^2}\left(r + \dfrac{R_i^2}{r}\right)\left(y + \dfrac{L}{2}\right) \sin\theta \quad \text{avec } \mathbf{X}_i = \left(\dfrac{L}{2} - y\right) \mathbf{z} \\ \phi_2 = \dfrac{R_e^2 V_0}{R_e^2 - R_i^2}\left(r + \dfrac{R_i^2}{r}\right) \sin\theta \end{cases}$$

Or les coefficients modaux ajoutés projetés sur ce mode de rotation s'écrivent :

$$M_a = \rho \int_{\text{cylindre externe}} \phi_1 \mathbf{X}_i \,.\, \mathbf{n} \; dS$$

$$C_a = \rho \int_{\text{cylindre externe}} \left(\phi_2 + \nabla\bar{\varphi}.\nabla\phi_1\right)\left(\mathbf{X}_i \,.\, \mathbf{n}\right) \; dS$$

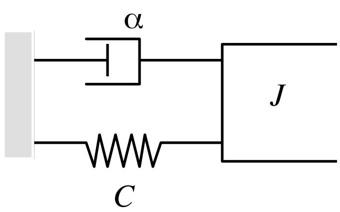
soit :

$$C_a = -\rho \frac{V_0 R_3^e \pi}{R_2^e - R_i^2}\left(R_e + \frac{R_i^2}{R_e}\right) L^2$$

$$M_a = +\rho \frac{R_e^3}{R_e^2 - R_i^2}\left(R_e + \frac{R_i^2}{R_e}\right) \frac{L^3 \pi}{3}$$

Pour le système à un degré de liberté équivalent :

Il s'agit d'un système masse-ressort-amortisseur représentant le mouvement de rotation du cylindre autour du pivot C aval.



- l'inertie du système mécanique soumis à l'écoulement s'écrit : $J = I + M_a$

  où I est l'inertie du cylindre extérieur pivotant par rapport à l'axe Cx (cf figure ci-dessous) en air.

On montre [bib2] que cette inertie vaut :

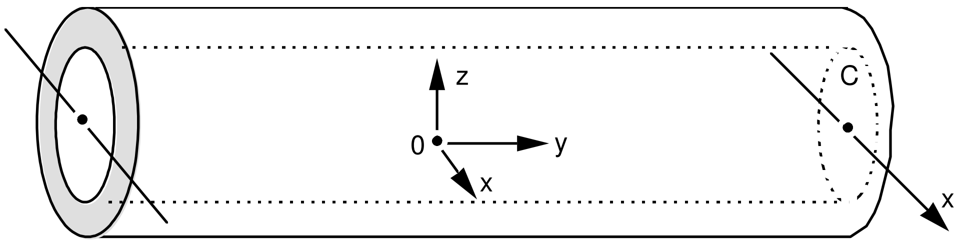
$$I = \frac{m}{6}\left(3 R_e^2 + 2\ L^2\right)$$

où m est la masse du cylindre :

$$m = 2\,\rho_s\,\pi\,R_e\,e\ L$$

où e est l'épaisseur du cylindre, L sa longueur totale.

ρ_s est la masse volumique du cylindre.



ainsi $J = \frac{m}{6}\left(3 R_e^2 + 2\ L^2\right) + \rho \frac{R_e^3}{R_e^2 - R_i^2}\left(R_e + \frac{R_i^2}{R_e}\right)\frac{L^3 \pi}{3}$

- l'amortissement du système mécanique soumis à l'écoulement s'écrit : $\alpha = A + C_a$

  où A est l'amortissement du système mécanique en air. Habituellement, A est égal à quelques % de l'amortissement critique du système : $A = 2\xi\sqrt{IK}$.

  où I est l'inertie du cylindre en air calculé ci-dessus et K la rigidité du ressort au point de pivotement C . On prend l'amortissement réduit ξ égal à 1 %.

  Ainsi, l'amortissement total du système sous écoulement s'écrit :

$$\alpha = \xi\sqrt{IK} - \rho\ V_0 \frac{R_e^3 \pi}{R_e^2 - R_i^2}\left(R_e + \frac{R_i^2}{R_e}\right) L^2$$

- la rigidité du système mécanique soumis à écoulement s'écrit : $K = K + K_a$

  où K est la rigidité du ressort en air. K_a est la rigidité ajoutée par l'écoulement. On montre [bib1] que celle-ci est nulle sur ce mode de rotation.

$$K_a = 0$$

  Ainsi la rigidité totale du système est indépendante de la vitessse d'écoulement.

$$K = K$$

- On calcule ensuite les modes complexes de ce système mécanique sous écoulement (vibrations libres amorties) :

$$J\ddot{\theta} + \alpha\dot{\theta} + C\theta = 0$$

Les fréquences propres complexes de ce système s'écrivent [bib3] :

$$\Omega_{1ou2}^{R}=-\xi\,\omega\pm i\,\omega\sqrt{1-\xi^2}$$

avec $\xi=\dfrac{\alpha}{2J\omega}$ et $\omega=\sqrt{\dfrac{K}{J}}=\sqrt{\dfrac{K}{I+M_a}}$

ξ : amortissement réduit du système

ω : pulsation propre.

- Applications numériques :

On a fait trois calculs d'amortissement ajouté correspondant à trois vitesses d'écoulement qui entraînent trois comportement vibratoires de la structure :

vitesse à $4\,m/s$
vitesse à $4.24\,m/s$
vitesse à $6\,m/s$

Les valeurs du système mécanique sont :

$e=2.10^{-2}m$ $L=50m$ $R_i=1\;m$ $R_2=1{,}1\;m$

$I=4.5\;10^7\,kg\;m^2$

$A=4.24\;10^8\;N.m\;rad^{-1}s$

$K=10^{13}\;N.m\;rad^{-1}$

Les masse et amortissement ajoutés apportés par l'écoulement valent :

$I_a=1.66\;10^{10}kg\;m^2$ (indépendant de la valeur de la vitesse d'écoulement)

Suivant la vitesse d'entrée du fluide, on a :

$V_0=4\;m/s$	$C_a=-4.00\;10^8\;N.m\;rad^{-1}s$
$V_0=4.24\;m/s$	$C_a=-4.24\;10^8\;N.m\;rad^{-1}s$
$V_0=6\;m/s$	$C_a=-5.94\;10^8\;N.m\;rad^{-1}s$

Les amortissements du système fluide/structure s'écrivent :

- à $V_0=4\;m/s$: $\alpha=0.24\;10^8\;N.m\;\;rad^{-1}s$

  L'écoulement n'amplifie pas les vibrations. L'amortissement structural interne est suffisamment important pour dissiper l'énergie apportée par l'écoulement à la structure. Le système est encore amorti.
- à $V_0=4.24\;m/s$: $\alpha\approx 0$ (vitesse d'écoulement critique)

  L'amortissement du système s'annule.
- à $V_0=6\;m/s$: $\alpha=-1.5\;10^8\;N.m\;\;rad^{-1}s$ (l'écoulement amplifie les vibrations)

L'amortissement du système à cette dernière vitesse est négatif : le système entre alors en **instabilité de flottement**.

Les amortissements réduits correspondants s'écrivent :

$V_0=4\ m/s$	$\xi=1.1\ 10^{-4}$
$V_0=4.24\ m/s$	$\xi=0$ (en théorie) $\xi=1.380\ 10^{-5}$ (avec les erreurs d'arrondi)
$V_0=6\ m/s$	$\xi=-6.6\ 10^{-4}$

La pulsation propre reste quant à elle inchangée : $\omega=12.5\,Hz$.

2.2 Résultats de référence

Résultat analytique.

2.3 Références bibliographique

1) ROUSSEAU G., LUU H.T. : Masse, amortissement et raideur ajoutés pour une structure vibrante placée dans un écoulement potentiel - Bibliographie et implantation dans le *Code_Aster* - HP-61/95/064

2) BLEVINS R.D : Formulas for natural frequency and mode shape. Ed. Krieger 1984

3) SELIGMANN D, MICHEL R : Algorithmes de résolution pour le problème quadratique [R5.01.02], Manuel de Référence *Aster*.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Pour le système 3D sur lequel on calcule les coefficients ajoutés :

Pour le fluide :	480 mailles `QUAD4` éléments de coques `MEDKQU4`
Pour le solide :	480 mailles `QUAD4` éléments thermique `THER_FACE4` sur les surfaces cylindriques
	360 mailles `QUAD4` éléments thermiques `THER_FACE4` sur les faces d'entrée et de sortie du volume fluide
	720 mailles `HEXA8` éléments thermiques `THER_HEXA8` dans le volume annulaire fluide

3.2 Valeurs testées

Identification	Référence
Mode n°1 à $V_0 = 4 m/s$ fréquence amortissement réduit	 12.5 Hz $1.1\ 10^{-4}$
Mode n°1 à $V_0 = 4.24 m/s$ fréquence amortissement réduit	 12.5 Hz $1.380\ 10^{-5}$
Mode n°1 à $V_0 = 6 m/s$ fréquence amortissement réduit	 12.5 Hz $-6.60\ 10^{-4}$

4 Synthèse des résultats

L'outil de calcul d'amortissement sous écoulement (hypothèse potentielle) a été validé sur le mode de rotation d'une structure cylindrique soumise à un écoulement annulaire. Il faut cependant noter [bib1] que la très bonne concordance entre le modèle semi-analytique proposé pour comparaison et le calcul numérique n'est obtenue que si le cylindre est suffisamment long.

En effet, le modèle semi-analytique n'est en fait qu'une solution approchée du problème posé.