

FORMA01 - Travaux pratiques de la formation « Initiation » : modélisation d'une plaque trouée en élasticité linéaire et adaptation de maillage

Résumé :

Ce test 2D en contraintes planes quasi-statique permet une prise en main de la plate-forme Salome-Meca sur un cas simple en élasticité linéaire.

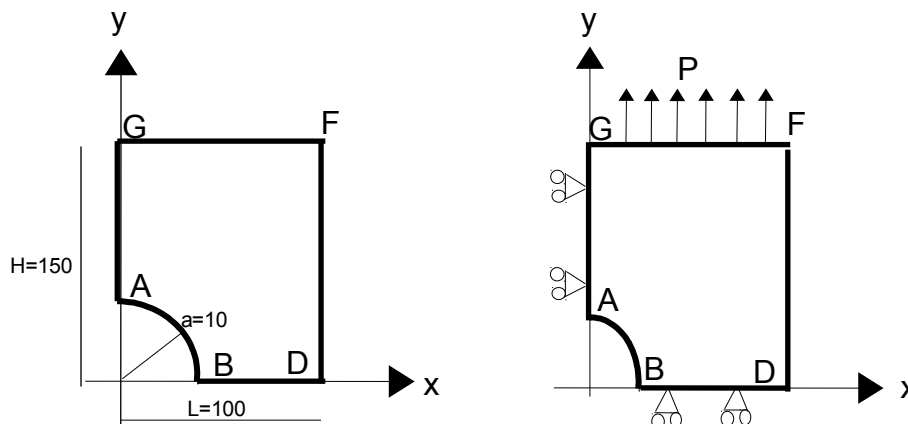
Il s'agit d'une plaque rectangulaire homogène, trouée en son centre, qui est soumise à une traction à ses extrémités.

Dans un premier temps, on indique comment construire la géométrie puis le maillage et comment mettre en données l'étude. Dans un second temps, on procédera à l'adaptation du maillage. Enfin, on présente une solution alternative utilisant la méthode X-FEM.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Il s'agit d'une plaque rectangulaire, comportant un trou, modélisée en 2D contraintes planes. On modélise seulement un quart de la plaque grâce aux symétries. Les dimensions sont données en millimètres.



1.2 Conditions aux limites et chargements

Conditions de symétrie :

La plaque est bloquée suivant Ox le long du côté AG et suivant Oy le long du côté BD .

Chargement en contrainte imposée :

Elle est soumise à une traction $P=100 \text{ MPa}$ suivant Oy répartie sur le côté FG .

1.3 Propriétés des matériaux

Les caractéristiques sont :

- Module d'Young $E=200\,000 \text{ MPa}$
- Coefficient de Poisson $\nu=0,3$
- Limite d'élasticité : 200 MPa

2 Solution de référence

2.1 Solution élastique

En élasticité, pour une plaque **infinie**, comportant un trou de diamètre a , soumise à un chargement P selon y à l'infini, la solution analytique en contraintes planes et coordonnées polaires (r, θ) est [bib1] :

$$\sigma_{rr} = \frac{P}{2} \left[\left(1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right) - \left(1 - 4 \left(\frac{a}{r} \right)^2 + 3 \left(\frac{a}{r} \right)^4 \right) \cos 2\theta \right]$$
$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{P}{2} \left[\left(1 + \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right) + \left(1 + 3 \left(\frac{a}{r} \right)^4 \right) \cos 2\theta \right]$$
$$\sigma_{r\theta} = \frac{P}{2} \left[\left(1 + 2 \left(\frac{a}{r} \right)^2 - 3 \left(\frac{a}{r} \right)^4 \right) \sin 2\theta \right]$$

En particulier, au bord du trou ($r = a$) : $\sigma_{\theta\theta} = P[(1 + 2 \cos 2\theta)]$

Et le long de l'axe x : $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{yy} = \frac{P}{2} \left[\left(1 + \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right) + \left(1 + 3 \left(\frac{a}{r} \right)^4 \right) \right]$

Numériquement, pour $P = 1 \text{ MPa}$, et pour une plaque **infinie**, on a :

Point	Composante	MPa
A	SIXX	-1
B	SIYY	3

Pour une plaque de dimension **finie**, les abaques [bib1] permettent d'obtenir le coefficient de concentration de contraintes, et on trouve que pour une traction de 1 MPa , $SIYY$ maximum vaut environ $3,03 \text{ MPa}$ au point B .

2.2 Références bibliographiques

- [1] Analyse limite des structures fissurées et critères de résistance. F. VOLDOIRE : Note EDF/DER/HI/74/95/26 1995
- [2] Stress concentration factors. R.E. PETERSON Ed. J. WILEY p150

3 Modélisation A

3.1 Déroutement du TP

Il s'agit de mener à bien le calcul élastique en générant la géométrie, le maillage et le fichier de commandes AsterStudy à l'aide de la plate-forme Salome-Meca.

La modélisation est C_PLAN élastique. Un quart de la plaque est modélisé. On définira également les commandes nécessaires au dépouillement (tracés de courbes et post-traitements graphiques).

3.1.1 Géométrie

On créera la face plane du quart supérieur droit de la plaque.

Lancer le module Geometry.

Les principales étapes pour construire cette géométrie sont les suivantes :

- Pour définir les contours de la plaque, on peut, par exemple, utiliser l'outil « Sketcher » (Menu `New Entity` → `Basic` → `2D Sketch`). Il est plus simple de commencer par le point B de coordonnées $(10,0)$. En partant de B , pour l'arc de cercle, utiliser `Direction / Perpendicular`, et définir l'angle et le rayon. On obtient le point A . Puis donner les autres points par leurs coordonnées absolues. Terminer par `Sketch Closure`.
- On obtient alors un contour fermé (`Sketch_1`) sur lequel on doit construire une face (Menu `New Entity` → `Build` → `Face`). La géométrie de la plaque est alors complète.
- Construire les groupes des arêtes sur lesquels s'appuieront les conditions aux limites (symétries et chargement) (Menu `New Entity` → `Group` → `Create Group`). Sélectionner le type d'entité géométrique (ici la ligne, `edge`) et sélectionner le bord directement dans la fenêtre graphique. Ensuite, cliquer sur `Add`. Un numéro d'objet doit alors apparaître. On peut changer le nom du groupe avant de le valider par `Apply`. Construire ainsi les 3 groupes de bord utiles pour le calcul : `gauche` pour le bord AG , `haut` pour le bord GF et `bas` pour le bord BD .

3.1.2 Maillage

On créera un maillage plan du quart supérieur droit de la plaque, en éléments d'ordre 2, pour avoir une précision suffisante.

Lancer le module Mesh.

Les principales étapes pour générer le maillage sont les suivantes :

- Construire le maillage (Menu `Mesh` → `Create Mesh`). Sélectionner la géométrie à mailler, puis l'algorithme `NETGEN 1D-2D` avec l'hypothèse `NETGEN 2D Parameters`. Dans cette hypothèse, sélectionner `Fineness` → `Fine` et cocher la case `Second Order`.
- Calculer le maillage (Menu `Mesh` → `Compute`). On obtient alors un maillage libre.
- Créer les groupes de mailles correspondants aux groupes géométriques (Menu `Mesh` → `Create Groups from Geometry`). Sélectionner tous les groupes géométriques. On obtient 3 groupes des arêtes sur le maillage.
- Exporter le maillage au format MED.

Remarques :

Ce maillage est suffisamment fin (avec des éléments quadratiques) pour avoir une bonne approximation de la solution en élasticité : par exemple si on compare $\sigma_{\theta\theta}$ sur le bord du trou par rapport à la solution analytique, on obtient un écart de moins de 5%.

La géométrie et les paramètres de maillage sont définis dans le fichier `forma01a.datg` associé au test. Le maillage produit est stocké dans le fichier `forma01a.mmed`.

3.2 Création et lancement du cas de calcul (via AsterStudy)

Lancer le module `AsterStudy`.

Puis en colonne gauche, cliquer sur l'onglet `Case View`.

On définit le fichier de commandes du cas de calcul.

Nota : ajouter des commandes par Menu `Commands` → `Show All`.

Les principales étapes pour la création et le lancement du cas de calcul sont les suivantes :

- Lire le maillage au format MED : Commande `LIRE_MAILLAGE`.
- Définir les éléments finis utilisés : Commande `AFFE_MODELE` pour la modélisation en contraintes planes 2D (`C_PLAN`).
- Orienter le maillage sur le bord affecté par le chargement : Commande `MODI_MAILLAGE / ORIE_PEAU_2D` en utilisant le groupe `haut`.
- Définir le matériau : Commande `DEFI_MATERIAU`.
- Affecter le matériau : Commande `AFFE_MATERIAU`.
- Affecter les conditions aux limites mécaniques et le chargement : `AFFE_CHAR_MECA` :
 - pour la symétrie sur le quart de plaque : `Enforce DOF (DDL_IMPO)`,
 - pour la traction : `FORCE_CONTOUR`.
- Résoudre le problème mécanique statique linéaire : Commande `MECA_STATIQUE`.
- Calculer le champ : Commande `CALC_CHAMP`.

On enrichira le concept issu de `MECA_STATIQUE` en reprenant le même nom de concept.

- pour le calcul du champ de contraintes par éléments aux nœuds : `CONTRAINTE / SIGM_ELNO`.
- pour le calcul du champ de contraintes équivalentes par éléments aux nœuds : `CRITERES / SIEQ_ELNO`.
- pour le calcul du champ de contraintes équivalentes par éléments aux points de Gauss : `CRITERES / SIEQ_ELGA`.
- Imprimer les résultats d'un calcul au format MED : Commande `IMPR_RESU`.
- Pour lancer le cas de calcul, en colonne gauche, cliquer sur l'onglet `History View`.

3.3 Post-traitement des résultats

Lancer le module `ParaVis`.

On propose les post-traitements suivants :

- Importer le fichier de résultats (Onglet `Data Files` → `Open in ParaVis` avec l'option `GenerateVectors`).
- Visualiser le maillage initial (passer en représentation `Wireframe`).
- Visualiser la déformée de la plaque (Menu `Filters` → `Common` → `Warp By Vector` avec les options `Vectors = RESU_DEPL_Vector` et `ScaleFactor = 100`) avec la norme du déplacement superposée au maillage initial.

Vérifier à partir de la valeur des contraintes au nœud B que l'on retrouve un rapport 3 entre la contrainte $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$ au bord du trou et la force appliquée.

3.4 Grandeurs testées et résultats

Valeur des composantes de contraintes :

Localisation	Identification	Référence (Analytique)	Tolérance
Nœud <i>B</i>	Contrainte <i>SIYY</i>	303,0	5,0%
Nœud <i>A</i>	Contrainte <i>SIXX</i>	-100,0	15,0%

Ces tests sur des valeurs analytiques sont doublés par des tests de non-régression

4 Modélisation B

4.1 Déroulement du TP

Il s'agit de mettre en œuvre l'adaptation de maillage à la suite d'un calcul élastique. On repartira donc de l'étude réalisée lors de la modélisation A.

4.2 Adaptation de maillage

Après avoir lancé le module `AsterStudy`, on modifie le fichier de commande pour calculer l'indicateur d'erreur :

- Commande `CALC_ERREUR` avec l'option `ERME_ELEM`.
- Imprimer les résultats d'un calcul au format `MED` : Commande `IMPR_RESU`.
- Lancer le calcul.

Après avoir lancé le module `ParaViS`, on effectue le post-traitement suivant :

- Visualiser la composante `SIYY` du champ `SIEF_ELGA`, notamment au bord du trou (Menu `Filters` → `Mechanics` → `ELGA field To Point Sprite` et passer en représentation `Point Sprite`). Et relever la valeur maximale (de l'ordre de 260 MPa).
- Visualiser la cartographie de l'indicateur d'erreur (champ `ERME_ELEM`, composante `ERREST`, erreur totale).

Après avoir lancé le module `AsterStudy`, on modifie le fichier de commande pour effectuer une adaptation de maillage et calculer ensuite directement la nouvelle valeur d'indicateur d'erreur :

- Commande `MACR_ADAP_MAIL` pour une adaptation de type `RAFFINEMENT` sur le résultat avec le champ d'adaptation `ERME_ELEM` et la composante (`NOM_CMP` / `ERREST`) avec un critère de 10% des éléments pour avoir un effet significatif (on nommera le nouveau maillage `MAIL2`).
- Enchaîner ensuite les commandes `AFFE_MODELE`, `AFFE_MATERIAU`, `AFFE_CHAR_MECA`, `MECA_STATIQUE`, `CALC_CHAMP` et `CALC_ERREUR` sur ce nouveau maillage.
- Imprimer les résultats d'un calcul au format `MED` : Commande `IMPR_RESU`.
- Lancer le calcul.

Après avoir lancé le module `ParaViS`, on effectue le post-traitement suivant :

- Voir l'effet de l'adaptation sur le maximum de la composante `SIYY` du champ de contrainte. Le maximum est maintenant de l'ordre de 280 MPa .
- Visualiser la cartographie de l'indicateur d'erreur (composante `ERREST`, erreur totale).

4.3 Grandeurs testées et résultats

Valeur des composantes de contraintes pour le maillage initial et après une adaptation :

Maillage	Localisation	Identification	Référence (Analytique)	Tolérance
1	Nœud <i>B</i>	Contrainte <i>SIYY</i>	303,0	5,0%
1	Nœud <i>A</i>	Contrainte <i>SIXX</i>	-100,0	15,0%
2	Nœud <i>B</i>	Contrainte <i>SIYY</i>	303,0	2,0%
2	Nœud <i>A</i>	Contrainte <i>SIXX</i>	-100,0	3,0%

Ces tests sur des valeurs analytiques sont doublés par des tests de non-régression.

5 Modélisation C

5.1 Déroulement du TP

Il s'agit de mettre en œuvre une adaptation de maillage dans une boucle python sur un calcul élastique.

5.2 Adaptation de maillage

Après avoir lancé le module `AsterStudy` et à partir du fichier de commande de la modélisation A, on ajoute une boucle python pour effectuer deux adaptations (Menu `Operations` → `Text mode`). On pourra s'inspirer du fichier `forma01c.comm`.
On lance le calcul.

Après avoir lancé le module `ParaVis`, on effectue le post-traitement suivant :

- Voir l'effet de l'adaptation sur le maximum de la composante `SIYY` du champ de contrainte. Le maximum est maintenant de l'ordre de *280 MPa* .
- Visualiser la cartographie de l'indicateur d'erreur (composante `ERREST`, erreur totale).

5.3 Grandeurs testées et résultats

Valeur des composantes de contraintes pour le maillage initial et après une adaptation :

Maillage	Localisation	Identification	Référence (Analytique)	Tolérance
1	Nœud <i>B</i>	Contrainte <i>SIYY</i>	303,0	5,0%
1	Nœud <i>A</i>	Contrainte <i>SIXX</i>	-100,0	15,0%
2	Nœud <i>B</i>	Contrainte <i>SIYY</i>	303,0	2,0%
2	Nœud <i>A</i>	Contrainte <i>SIXX</i>	-100,0	3,0%
3	Nœud <i>B</i>	Contrainte <i>SIYY</i>	303,0	1,0%
3	Nœud <i>A</i>	Contrainte <i>SIXX</i>	-100,0	2,0%

Ces tests sur des valeurs analytiques sont doublés par des tests de non-régression.

6 Modélisation D

6.1 Déroulement du TP

Il s'agit de réaliser la simulation élastique sans mailler le trou, en utilisant la méthode X-FEM. Pour cela, on utilise la notion d'interface (délimitant le trou), une interface étant vue comme une fissure « infinie » (pas de front de fissure). L'interface est alors représentée par une seule Level Set (Level Set Normale), séparant deux solides, sans contact sur l'interface. On modélise ainsi un trou (vide) car le solide à l'intérieur est isolé du reste de la structure sur laquelle le chargement de pression est appliquée.

On générera la géométrie et le maillage et le fichier de commandes AsterStudy à l'aide de la plateforme Salome-Meca.

La modélisation est C_PLAN élastique. Un quart de la plaque est modélisé.

6.1.1 Géométrie

La géométrie est le quart supérieur droit de la plaque rectangulaire, sans trou.

Lancer le module `Geometry`.

Les principales étapes pour construire cette géométrie sont les suivantes :

- Pour créer la face, on peut, par exemple, utiliser l'outil « rectangle » (Menu `New Entity / Primitives / Rectangle`), puis éventuellement la translater (Menu `Operations / Transformation / Translation`).
- Construire les groupes d es arêtes sur lesquels s'appuieront les conditions aux limites (symétries et chargement) (Menu `New Entity → Group → Create Group`). Sélectionner le type d'entité géométrique (ici la ligne, `edge`) et sélectionner le bord directement dans la fenêtre graphique. Ensuite, cliquer sur `Add` . Un numéro d'objet doit alors apparaître. On peut changer le nom du groupe avant de l e valider par `Apply` . Construire ainsi les 3 groupes de bord utiles pour le calcul : gauche pour le bord `AG` , haut pour le bord `GF` et bas pour le bord `BD` .

6.1.2 Maillage

On créera un maillage plan du quart supérieur droit de la plaque, en éléments d'ordre 2, pour avoir une précision suffisante.

Lancer le module `Mesh`.

Les principales étapes pour générer le maillage sont les suivantes :

- Construire le maillage (Menu `Mesh → Create Mesh`). Sélectionner la géométrie à mailler, puis l'algorithme `NETGEN 1D-2D` avec l'hypothèse `NETGEN 2D Parameters` . Dans cette hypothèse, sélectionner `Fineness → Fine` et cocher la case `Second Order` .
- Calculer le maillage (Menu `Mesh → Compute`).
- Créer les groupes de mailles correspondants aux groupes géométriques (Menu `Mesh → Create Groups from Geometry`). Sélectionner tous les groupes géométriques. On obtient 3 groupes d'arêtes sur le maillage.
- Exporter le maillage au format `MED`.

6.2 Création et lancement du cas de calcul (via AsterStudy)

Lancer le module AsterStudy.

Puis en colonne gauche, cliquer sur l'onglet Case View .

On définit le fichier de commandes du cas de calcul.

Nota : Pour ajouter des commandes : Menu Commands → Show All .

Les principales étapes pour la création et le lancement du cas de calcul sont les suivantes :

- Lire le maillage au format MED : Commande `LIRE_MAILLAGE` .
 - Orienter le maillage sur le bord affecté par le chargement : Commande `MODI_MAILLAGE / ORIE_PEAU_2D` en utilisant le groupe `haut` .
 - Définir les éléments finis utilisés : Commande `AFFE_MODELE` pour la modélisation en contraintes planes 2D (`C_PLAN`).
 - Définir l'interface : `DEFI_FISS_XFEM` avec la forme de fissure (`FORM_FISS / ELLIPSE`) et le type de discontinuité .
 - Créer les éléments finis enrichis (`MODI_MODELE_XFEM`). Et nommer un nouveau nom du modèle X-FEM.
 - Définir le matériau : Commande `DEFI_MATERIAU` .
 - Affecter le matériau : Commande `AFFE_MATERIAU` sur le modèle X-FEM.
 - Affecter les conditions aux limites mécaniques et le chargement : `AFFE_CHAR_MECA` sur le modèle X-FEM :
 - pour la symétrie sur le quart de plaque : `Enforce DOF (DDL_IMPO)`,
 - pour la traction : `FORCE_CONTOUR`.
 - Résoudre le problème mécanique statique linéaire : Commande `MECA_STATIQUE` sur le modèle X-FEM.
 - Créer le maillage : Commande `POST_MAIL_XFEM` . Et nommer un nouveau nom du maillage.
 - Définir les éléments finis utilisés : Commande `AFFE_MODELE` pour la modélisation en contraintes planes 2D (`C_PLAN`). Et nommer un nouveau nom du modèle.
 - Créer le résultat de visualisation : Commande `POST_CHAM_XFEM` . Et nommer un nouveau nom du résultat .
 - Calculer le champ : Commande `CALC_CHAMP` .
- On enrichira le concept issu de `POST_CHAM_XFEM` en reprenant le même nom de concept.
- pour le calcul du champ de contraintes par éléments aux nœuds : `CONTRAINTE / SIGM_ELNO` .
 - pour le calcul du champ de contraintes équivalentes par éléments aux nœuds : `CRITERES / SIEQ_ELNO`.
 - pour le calcul du champ de contraintes équivalentes par éléments aux points de Gauss : `CRITERES / SIEQ_ELGA` .
- Imprimer les résultats d'un calcul au format MED : Commande `IMPR_RESU` .
 - Pour lancer le cas de calcul, en colonne gauche, cliquer sur l'onglet History View .

Remarque :

Les modes rigides du trou sont bloqués par les conditions de symétrie appliquées. Dans le cas d'une modélisation de la plaque entière, il aurait fallu bloquer les modes rigides de la plaque et aussi de ceux du trou.

6.3 Post-traitement des résultats

Lancer le module ParaViS.

On visualisera la déformée de la plaque puis les contraintes au bord du trou en se comparant avec la solution de référence.

- Importer le fichier de résultats (Onglet `Data Files` → `Open in ParaVis` avec l'option `GenerateVectors`).
- Visualiser la déformée de la plaque (Menu `Filters` → `Common` → `Warp By Vector`).

On pourra éventuellement rajouter une étape de raffinement automatique de maillage pour améliorer la précision des résultats.

Remarque :

Les modes rigides du trou sont bloqués par les conditions de symétrie appliquées. Dans le cas d'une modélisation de la plaque entière, il aurait fallu bloquer les modes rigides de la plaque et aussi de ceux du trou.

6.4 Grandeurs testées et résultats

Valeur des composantes de contraintes aux points A et B :

Pour cela, on calcule le champ `SIGM_NOEU`. Attention, la notion de `SIGM_NOEU` est particulière pour X-FEM car les éléments générés pour la visualisation (par `POST_CHAM_XFEM`) ont des nœuds doubles non connectés. On a donc plusieurs valeurs pour une position de nœud. Dans le cas présent, on a deux nœuds localisés au point A (coté plaque) et deux nœuds localisés au point B (coté plaque). On teste donc le min et le max pour chaque point.

Localisation	Identification	Référence (Analytique)	Tolérance
Nœud <i>A</i>	Contrainte <i>S_{1XX}</i>	-100,0	5,0%
Nœud <i>B</i>	Contrainte <i>S_{1YY}</i>	303,0	5,0%

Ces tests sur des valeurs analytiques sont doublés par des tests de non-régression.

7 Synthèse des résultats

Ce test montre comment mener le calcul d'une structure élastique et comment extraire en post-traitement les grandeurs d'intérêt. Il met également en évidence le bénéfice à utiliser l'adaptation de maillage pour améliorer la précision des résultats.