

WTNL100 - Consolidation d'une colonne de sol poro-élastique saturé (Terzaghi)

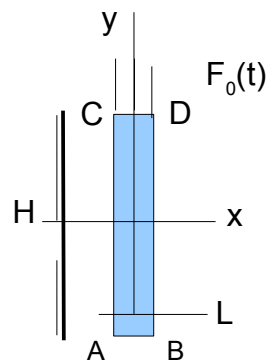
Résumé :

Ce cas-test porte sur la consolidation d'une colonne de sol poro-élastique saturé, étanche latéralement et à la base, soumise à un échelon de force en tête. L'objectif est de tester les déplacements (de tassement du sol), les pressions et comparer l'ensemble des résultats avec une solution analytique, dont les grandes lignes sont présentées.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Ce cas-test unidimensionnel est issu de la littérature et possède une solution analytique [1]. Il est inspiré du problème de consolidation d'un sol poreux saturé d'eau à température ambiante (problème de Terzaghi). L'eau est supposée incompressible ($1/K_{lq}=0,0$). La température est uniforme. L'action de la pesanteur est dans le cas présent négligée. Le problème couplé poro-mécanique saturé est décrit par les variables de déplacements u_y (tassement du sol) et de pression de fluide P_{lq} (la charge hydraulique étant P_{lq}/ρ_{eau}). Afin d'obtenir une solution purement uni-dimensionnelle, le coefficient de Poisson est choisi égal à $\nu_0=0,0$. Les dimensions sont les suivantes: $L=1,00\text{ m}$, $H=10,00\text{ m}$.



Module de Young drainé: $E_0=10\text{ MPa}$	Perméabilité intrinsèque: $K_{intr}=10 \times 10^{-8}$
Coefficient de Poisson: $\nu_0=0,0$	Masse volumique du fluide: $\rho_{lq}=1000\text{ kg/m}^3$
Masse volumique: $r_0=2800\text{ kg/m}^3$	Porosité: $\phi^0=0,5$
Coefficient de Biot: $b=1,0$	Viscosité dynamique de l'eau: $\mu_{lq}(T)=1$
Saturation $S_{lq}(p_c)=1,0$	Perméabilité relative au fluide: $k_{lq}^{rel}(S_{lq})=1$

Les caractéristiques de comportement et de couplage thermique ne sont pas significatives.

La perméabilité hydraulique du milieu à l'eau est alors: $\lambda_{lq}^H = \frac{K_{intr}(\phi) \cdot k_{lq}^{rel}(S_{lq})}{\mu_{lq}(T)}$ en ($\text{m}^3\text{ s/kg}$).

En mécanique des sols, il est souvent noté la perméabilité par $k = \lambda_{lq}^H \rho_{lq} g$, soit ici: $k \approx 10^{-14}\text{ m/s}$.

Le coefficient de consolidation $c_v = \lambda_{lq}^H E_0 / b^2$ vaut ici: $c_v = 0,1\text{ m}^2/\text{s}$.

1.2 Conditions aux limites et chargements

1.2.1 Conditions aux limites

La pression de fluide interstitiel reste nulle sur toute la face supérieure CD : $P_{lq}=0$. Les faces latérales ont des déplacements bloqués en x . La face inférieure AB a des déplacements bloqués en x et en y , et elle est étanche: $P_{lq,y}=0$

1.2.2 Conditions initiales

La colonne est initialement au repos dans un état vierge: $P_{lq}=0$, $\sigma_{yy}=0$.

1.2.3 Chargement

Il est exercé un échelon de pression $F_0 = -1,0 Pa$ sur la face supérieure CD à $t=0s$.
La pesanteur est ici négligée.

2 Solution de référence

Les contraintes totales poro-élastiques sont : $\sigma = E_0 \varepsilon(u) - bP_{lq}$. Seule la composante verticale est présente : $\sigma_{yy}(y, t) = E_0 u_{y,y}(y, t) - bP_{lq}(y, t)$.

L'équilibre hydro-mécanique poro-élastique 1D s'écrit donc, en l'absence de force de pesanteur, pour $t \geq 0$:

$$\begin{cases} E_0 u_{y,yy}(y, t) - bP_{lq,y}(y, t) = 0, \text{ équilibre mécanique} \\ \lambda_{lq}^H P_{lq,yy}(y, t) - b \dot{u}_{y,y}(y, t) = 0, \text{ équilibre hydraulique} \end{cases}$$

avec les conditions initiales : $u_y(y, 0) = 0$, $P_{lq}(y, 0) = 0$ et les conditions aux limites pour $t > 0$:
 $u_y(0, t) = 0$, $P_{lq}(0, t) = 0$, $\sigma_{yy}(H, t) = F_0 \eta(t) = E_0 u_{y,y}(H, t) - bP_{lq}(H, t)$ où $\eta(t)$ est la fonction échelon en $t=0$ (Heaviside).

L'équilibre mécanique donne directement l'uniformité des contraintes totales pour $t > 0$ sur $|0, H|$, d'où : $\sigma_{yy}(y, t) = F_0 = E_0 u_{y,y}(y, t) - bP_{lq}(y, t)$, soit $u_{y,y}(y, t) = \frac{1}{E_0}(F_0 + bP_{lq}(y, t))$, pour $t > 0$ sur $|0, H|$.

L'équilibre hydraulique conduit alors à :

$$\frac{b^2}{E_0} \dot{P}_{lq}(y, t) - \lambda_{lq}^H P_{lq,yy}(y, t) = 0, \text{ pour } t > 0 \text{ sur } |0, H|$$

avec comme conditions initiales $P_{lq}(y, 0) = -\frac{F_0}{b}$ sur $|0, H|$, et deux conditions aux limites $P_{lq}(H, t) = 0$ et $P_{lq,y}(0, t) = 0$ pour $t > 0$, c'est-à-dire un problème du type choc thermique sur $|0, H|$.

Le coefficient de consolidation $c_v = \lambda_{lq}^H E_0 / b^2$ vaut ici : $c_v = 0,1 m^2/s$. Il pilote la durée du processus de consolidation.

Il en découle ainsi un temps caractéristique $\tau_c = H^2 / c_v$ ($= 1000s$ ici) servant à identifier le pas de la discrétisation temporelle pour la méthode numérique d'intégration. A cette valeur τ_c , il a été atteint un peu plus de 90% de la consolidation.

La solution est, cf. [2] :

$$P_{lq}(y, t) = \frac{-4 F_0}{\pi b} \sum_{m=1,2,3..}^{+\infty} \frac{(-1)^{m-1}}{2m-1} e^{-\lambda_{lq}^H E_0 \pi^2 (2m-1)^2 \frac{t}{(4b^2 H^2)}} \cdot \cos\left(\frac{\pi y (2m-1)}{2H}\right)$$

$$\text{et : } u_y(y, t) = \frac{F_0 y}{E_0} + \frac{b}{E_0} \int_0^y P_{lq}(\xi, t) d\xi$$

$$\text{soit : } u_y(y, t) = \frac{F_0 y}{E_0} - \frac{8 H F_0}{\pi^2 E_0} \sum_{m=1,2,3..}^{+\infty} \frac{(-1)^{m-1}}{(2m-1)^2} e^{-\lambda_{lq}^H E_0 \pi^2 (2m-1)^2 \frac{t}{(4b^2 H^2)}} \cdot \sin\left(\frac{\pi y (2m-1)}{2H}\right)$$

Les contraintes effectives (agissant sur le squelette) sont : $\sigma_{yy}^{eff}(y, t) = E_0 u_{y,y}(y, t)$. Pour des instants $t \rightarrow \infty$, nous obtenons : $P_{lq}(0, \infty) = 0$ et $u_y(H, \infty) = \frac{F_0 H}{E_0}$ (soit ici $-10^{-6} m$).

2.1 Incertitudes sur la solution

La solution de référence est analytique.

2.2 Références bibliographiques

1.L.MEIROVITCH : *Analytical methods in vibrations*. McMillan Ed., 1967.

2.J.J.MARIGO, E.PLANCHAIS: *Introduction aux méthodes asymptotiques. Application à des problèmes thermiques linéaires*. Note EDF/DER/IMA/MMN HI-70/7563, 31/08/1992.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques sont identiques à la solution de référence.

3.2 Grandeurs testées et résultats

Valeur testée	Noeud	Instant (s)	Type	Référence
Déplacement PRE1	No29	0.	ANALYTIQUE	1.0
Déplacement PRE1	No31	0.	ANALYTIQUE	1.0
Déplacement PRE1	No1	250.	ANALYTIQUE	0.68544576689
Déplacement PRE1	No3	250.	ANALYTIQUE	0.682208147164
Déplacement PRE1	No5	250.	ANALYTIQUE	0.67252104433
Déplacement PRE1	No7	250.	ANALYTIQUE	0.656461946263
Déplacement PRE1	No9	250.	ANALYTIQUE	0.634160686593
Déplacement PRE1	No11	250.	ANALYTIQUE	0.605800331394
Déplacement PRE1	No13	250.	ANALYTIQUE	0.571618145927
Déplacement PRE1	No15	250.	ANALYTIQUE	0.531906397249
Déplacement PRE1	No17	250.	ANALYTIQUE	0.487012719208
Déplacement PRE1	No19	250.	ANALYTIQUE	0.437339762565
Déplacement PRE1	No21	250.	ANALYTIQUE	0.38334387542
Déplacement PRE1	No23	250.	ANALYTIQUE	0.32553260623
Déplacement PRE1	No25	250.	ANALYTIQUE	0.264460889851
Déplacement PRE1	No27	250.	ANALYTIQUE	0.200725860656
Déplacement PRE1	No29	250.	ANALYTIQUE	0.134960328921
Déplacement PRE1	No31	250.	ANALYTIQUE	0.0678250497631
Déplacement PRE1	No33	250.	ANALYTIQUE	0.00
Contrainte SIYY	No48	0.00	ANALYTIQUE	0.00
Contrainte SIYY	No34	250.	ANALYTIQUE	-0.31455423311
Contrainte SIYY	No35	250.	ANALYTIQUE	-0.317791852836
Contrainte SIYY	No36	250.	ANALYTIQUE	-0.32747895567
Contrainte SIYY	No37	250.	ANALYTIQUE	-0.343538053737
Contrainte SIYY	No38	250.	ANALYTIQUE	-0.365839313407
Contrainte SIYY	No39	250.	ANALYTIQUE	-0.394199668606
Contrainte SIYY	No40	250.	ANALYTIQUE	-0.428381854073
Contrainte SIYY	No41	250.	ANALYTIQUE	-0.468093602751
Contrainte SIYY	No42	250.	ANALYTIQUE	-0.512987280792
Contrainte SIYY	No43	250.	ANALYTIQUE	-0.562660237435
Contrainte SIYY	No44	250.	ANALYTIQUE	-0.61665612458
Contrainte SIYY	No45	250.	ANALYTIQUE	-0.67446739377
Contrainte SIYY	No46	250.	ANALYTIQUE	-0.735539110149
Contrainte SIYY	No47	250.	ANALYTIQUE	-0.799274139344
Contrainte SIYY	No48	250.	ANALYTIQUE	-0.865039671079
Contrainte SIYY	No49	250.	ANALYTIQUE	-0.932174950237
Contrainte SIYY	No50	250.	ANALYTIQUE	-1.0
Contrainte VMIS	No50	250.	NON-REGRESSION	1.0
Contrainte VMIS SG	No50	250.	NON-REGRESSION	-1.0
Contrainte PRIN 1	No50	250.	NON-REGRESSION	-1.0
Contrainte PRIN 2	No50	250.	NON-REGRESSION	0.00
Contrainte PRIN 3	No50	250.	NON-REGRESSION	0.00
Contrainte TRESCA	No50	250.	NON-REGRESSION	1.0

Les valeurs de référence en NON_REGRESSION sont obtenue pour la version 10.01.21.

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est généralisée dans le cas de la 3D.

4.2 Grandeurs testées et résultats

Valeur testée	Noeud	Instant (s)	Type	Référence
Déplacement PRE1	No168	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No170	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No172	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No174	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No176	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No178	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No180	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No182	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No184	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No186	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No188	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No190	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No192	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No194	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No196	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No198	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No200	0.	ANALYTIQUE	0,0
Contrainte VMIS	No83	0.	NON-REGRESSION	1.64519502
Contrainte VMIS_SG	No83	0.	NON-REGRESSION	1.8098495947
Contrainte PRIN_1	No83	0.	NON-REGRESSION	-1,4049
Contrainte PRIN_2	No83	0.	NON-REGRESSION	0,0
Contrainte PRIN_3	No83	0.	NON-REGRESSION	0,4049
Contrainte TRESCA	No83	0.	NON-REGRESSION	-0,1645

Les valeurs de référence en NON_REGRESSION sont obtenue pour la version 10.01.21.

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est identique à la modélisation A.

5.2 Grandeurs testées et résultats

Valeur testée	Noeud	Instant (s)	Type	Référence
Déplacement PRE1	No29	0.	ANALYTIQUE	1.0
Déplacement PRE1	No31	0.	ANALYTIQUE	1.0
Déplacement PRE1	No1	250.	ANALYTIQUE	0.68544576689
Déplacement PRE1	No3	250.	ANALYTIQUE	0.682208147164
Déplacement PRE1	No5	250.	ANALYTIQUE	0.67252104433
Déplacement PRE1	No7	250.	ANALYTIQUE	0.656461946263
Déplacement PRE1	No9	250.	ANALYTIQUE	0.634160686593
Déplacement PRE1	No11	250.	ANALYTIQUE	0.605800331394
Déplacement PRE1	No13	250.	ANALYTIQUE	0.571618145927
Déplacement PRE1	No15	250.	ANALYTIQUE	0.531906397249
Déplacement PRE1	No17	250.	ANALYTIQUE	0.487012719208
Déplacement PRE1	No19	250.	ANALYTIQUE	0.437339762565
Déplacement PRE1	No21	250.	ANALYTIQUE	0.38334387542
Déplacement PRE1	No23	250.	ANALYTIQUE	0.32553260623
Déplacement PRE1	No25	250.	ANALYTIQUE	0.264460889851
Déplacement PRE1	No27	250.	ANALYTIQUE	0.200725860656
Déplacement PRE1	No29	250.	ANALYTIQUE	0.134960328921
Déplacement PRE1	No31	250.	ANALYTIQUE	0.0678250497631
Déplacement PRE1	No33	250.	ANALYTIQUE	0.00
Contrainte SIYY	No48	0.00	ANALYTIQUE	0.00
Contrainte SIYY	No34	250.	ANALYTIQUE	-0.31455423311
Contrainte SIYY	No35	250.	ANALYTIQUE	-0.317791852836
Contrainte SIYY	No36	250.	ANALYTIQUE	-0.32747895567
Contrainte SIYY	No37	250.	ANALYTIQUE	-0.343538053737
Contrainte SIYY	No38	250.	ANALYTIQUE	-0.365839313407
Contrainte SIYY	No39	250.	ANALYTIQUE	-0.394199668606
Contrainte SIYY	No40	250.	ANALYTIQUE	-0.428381854073
Contrainte SIYY	No41	250.	ANALYTIQUE	-0.468093602751
Contrainte SIYY	No42	250.	ANALYTIQUE	-0.512987280792
Contrainte SIYY	No43	250.	ANALYTIQUE	-0.562660237435
Contrainte SIYY	No44	250.	ANALYTIQUE	-0.61665612458
Contrainte SIYY	No45	250.	ANALYTIQUE	-0.67446739377
Contrainte SIYY	No46	250.	ANALYTIQUE	-0.735539110149
Contrainte SIYY	No47	250.	ANALYTIQUE	-0.799274139344
Contrainte SIYY	No48	250.	ANALYTIQUE	-0.865039671079
Contrainte SIYY	No49	250.	ANALYTIQUE	-0.932174950237
Contrainte SIYY	No50	250.	ANALYTIQUE	-1,0
Contrainte VMIS	No50	250.	NON-REGRESSION	0.4915089111
Contrainte VMIS SG	No50	250.	NON-REGRESSION	-0.4915089111
Contrainte PRIN 1	No50	250.	NON-REGRESSION	-0.4915089111
Contrainte PRIN 2	No50	250.	NON-REGRESSION	-1.826682526E-17
Contrainte PRIN 3	No50	250.	NON-REGRESSION	1.60461944E-17
Contrainte TRESCA	No50	250.	NON-REGRESSION	0.4915089111

Les valeurs de référence en NON_REGRESSION sont obtenue pour la version 10.01.21.

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est identique à la modélisation B.

6.2 Grandeurs testées et résultats

Valeur testée	Noeud	Instant (s)	Type	Référence
Déplacement PRE1	No168	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No170	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No172	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No174	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No176	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No178	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No180	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No182	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No184	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No186	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No188	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No190	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No192	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No194	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No196	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No198	0.	ANALYTIQUE	1,0
Déplacement PRE1	No200	0.	ANALYTIQUE	0,0
Contrainte VMIS	No83	0.	NON-REGRESSION	0.375001823900
Contrainte VMIS_SG	No83	0.	NON-REGRESSION	-0.375001823900
Contrainte PRIN_1	No83	0.	NON-REGRESSION	-0.375001823900
Contrainte PRIN_2	No83	0.	NON-REGRESSION	0,0
Contrainte PRIN_3	No83	0.	NON-REGRESSION	0,0
Contrainte TRESCA	No83	0.	NON-REGRESSION	-0.375001823900

Les valeurs de référence en NON_REGRESSION sont obtenue pour la version 10.01.21.

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est identique à la modélisation C mais avec une adaptation successive du maillage via MACR_ADAP_MAIL.

7.2 Grandeurs testées et résultats

Valeur testée	Numéro d'ordre	Type	Référence 9.02.13
ESTERG1 composante du champ ERRE NOEU_ELEM	25	NON-REGRESSION	5.1838946544447E-03
ERRE TPS GLOB	25	NON-REGRESSION	0.0902526795091860

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est identique à la modélisation E mais sans l'indicateur d'erreur en temps.

8.2 Grandeurs testées et résultats

Valeur testée	Numéro d'ordre	Type	Référence 9.02.13
ESTERG1 composante du champ ERRE_NOEU_ELEM	25	NON-REGRESSION	5.1838946544447E-03

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques sont identiques à la modélisation A. Le maillage est composé de 83 noeuds et de 16 QUAD8.

9.2 Grandeurs testées et résultats

Valeur testée	Noeud	Instant (s)	Type	Référence
Déplacement PRE1	No29	1.E-4	AUTRE_ASTER	1.0
Déplacement PRE1	No31	1.E-4	AUTRE_ASTER	1.0
Déplacement PRE1	No1	250.	AUTRE_ASTER	0.68544576689
Déplacement PRE1	No3	250.	AUTRE_ASTER	0.682208147164
Déplacement PRE1	No5	250.	AUTRE_ASTER	0.67252104433
Déplacement PRE1	No7	250.	AUTRE_ASTER	0.656461946263
Déplacement PRE1	No9	250.	AUTRE_ASTER	0.634160686593
Déplacement PRE1	No11	250.	AUTRE_ASTER	0.605800331394
Déplacement PRE1	No13	250.	AUTRE_ASTER	0.571618145927
Déplacement PRE1	No15	250.	AUTRE_ASTER	0.531906397249
Déplacement PRE1	No17	250.	AUTRE_ASTER	0.487012719208
Déplacement PRE1	No19	250.	AUTRE_ASTER	0.437339762565
Déplacement PRE1	No21	250.	AUTRE_ASTER	0.38334387542
Déplacement PRE1	No23	250.	AUTRE_ASTER	0.32553260623
Déplacement PRE1	No25	250.	AUTRE_ASTER	0.264460889851
Déplacement PRE1	No27	250.	AUTRE_ASTER	0.200725860656
Déplacement PRE1	No29	250.	AUTRE_ASTER	0.134960328921
Déplacement PRE1	No31	250.	AUTRE_ASTER	0.0678250497631
Déplacement PRE1	No33	250.	AUTRE_ASTER	0.00

Les valeurs de pression testées sont comparées avec les valeurs de pression obtenues avec la modélisation A. Les différences observées entre les deux modélisations sont inférieures à 6.E-3%.

10 Modélisation H

10.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est identique à la modélisation E mais avec la modélisation sous-intégrée D_PLAN_HM_SI.

10.2 Grandeurs testées et résultats

Valeur testée	Numéro d'ordre	Type	Référence 11.3.7
ESTERG1 composante du champ ERRE NOEU ELEM	25	NON-REGRESSION	5.2034169568591E-03
ERRE TPS GLOB	25	NON-REGRESSION	0.095460688688661

11 Synthèse des résultats

En conclusion, les résultats *Code_Aster* sont en accord avec les solutions de référence analytiques.