
TPNV01 - Sphère creuse : convection, rayonnement

Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en thermique stationnaire non linéaire.

Il s'agit d'un problème volumique représenté par deux modélisations, l'une 3D, l'autre axisymétrique.

Les fonctionnalités testées sont les suivantes :

- élément thermique 3D,
- élément thermique axisymétrique,
- conditions limites de convection et de rayonnement.

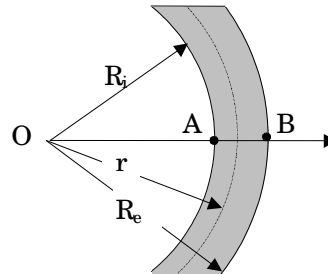
L'intérêt du test réside dans la prise en compte du rayonnement.

Les résultats sont comparés à une solution analytique sur un test VPCS.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Rayon intérieur $R_i = 0.300$ m
Rayon extérieur $R_e = 0.392$ m



1.2 Propriétés du matériau

$\lambda = 40$ W/m°C Conductivité thermique
 $\rho C = 1$ J/m³°C Chaleur volumique

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Surface interne : rayonnement, $\varepsilon = 0.6$ (coefficient de corps gris), $T_i^e = 500.0$ °C ,
- Surface externe : convection, $h_e = 133.5$ W/m²°C , $T_e^e = 20.0$ °C .

1.4 Conditions initiales

Sans objet.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

$$T(r) = \frac{T_e - T_i}{\frac{1}{R_e} - \frac{1}{R_i}} \frac{1}{r} + \frac{\frac{T_i}{R_e} - \frac{T_e}{R_i}}{\frac{1}{R_e} - \frac{1}{R_i}}$$

$$\phi_e = h_e (T_e - T_e^e), \quad \phi = 4 \pi R_e^2 h_e (T_e - T_e^e) \quad \text{éq 2.1-1}$$

$$\phi_i = \sigma \varepsilon [(T_i^e + 273.15)^4 - (T_i + 273.15)^4] \quad \text{éq 2.1-2}$$

$$\phi = 4 \pi R_i^2 \sigma \varepsilon [(T_i^e + 273.15)^4 - (T_i + 273.15)^4]$$

$$\phi = 4 \pi r^2 \varphi = \text{constante} \quad \phi = 4 \pi \lambda \frac{T_e - T_i}{1/R_e - 1/R_i} \quad \text{éq 2.1-3}$$

$\sigma = 5.73 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ (constante de Stefan) avec T en $^{\circ}\text{C}$

Les températures de référence sont obtenues en résolvant numériquement par la méthode de Newton une équation du 4^{ème} degré en T_i obtenue à partir des équations [éq 2.1-1] [éq 2.1-2] et [éq 2.1-3].

2.2 Résultats de référence

	en A :	en B :
Températures	$T_i = 91.77^{\circ}\text{C}$	$T_e = 71.22^{\circ}\text{C}$
Densités de flux	$\phi_i = 11675. \text{ W/m}^2$	$\phi_e = 6838. \text{ W/m}^2$

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

- Guide de validation des progiciels de calcul de structures. Société Française des Mécaniciens, AFNOR 1990 ISBN 2-12-486611-7

3 Modélisation A

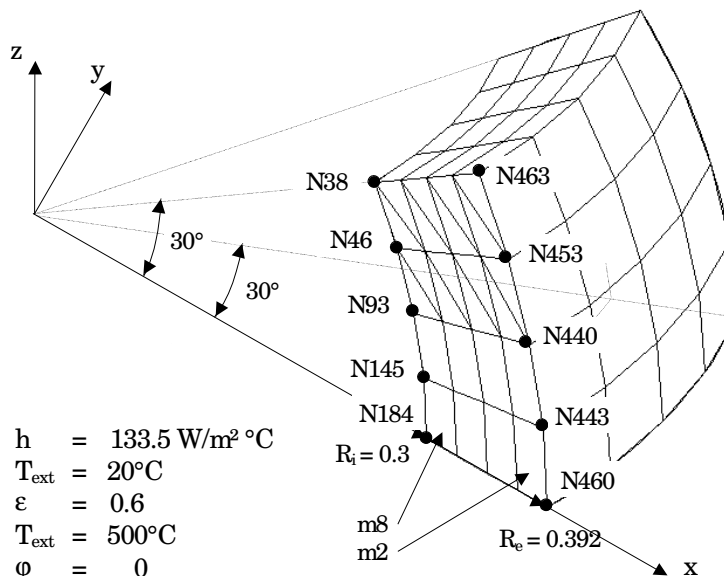
3.1 Caractéristiques de la modélisation

3D (HEXA20, PENTA15, QUAD8)

Conditions limites:

- face externe
- face interne
- autre faces

$$\begin{aligned}
 h &= 133.5 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C} \\
 T_{\text{ext}} &= 20^\circ\text{C} \\
 \varepsilon &= 0.6 \\
 T_{\text{ext}} &= 500^\circ\text{C} \\
 \varphi &= 0
 \end{aligned}$$



3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 465
Nombre de mailles et types : 96 (32 HEXA20, 64 PENTA15)

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	tolérance
Température (°C)		
N184	91.77	1%
N145	91.77	1%
N93	91.77	1%
N46	91.77	1%
N38	91.77	1%
N460	71.22	1%
N443	71.22	1%
N440	71.22	1%
N453	71.22	1%
N463	71.22	1%
Densité de flux (W/m^2)		
Maille $m8$, $N184$	11675.	2%
Maille $m2$, $N460$	6838.	2%

4.2 Remarques

La condition aux limites de type rayonnement est fournie sous la forme d'une fonction de la température interpolée linéairement entre chaque point (on a discrétisé la courbe en 101 points).

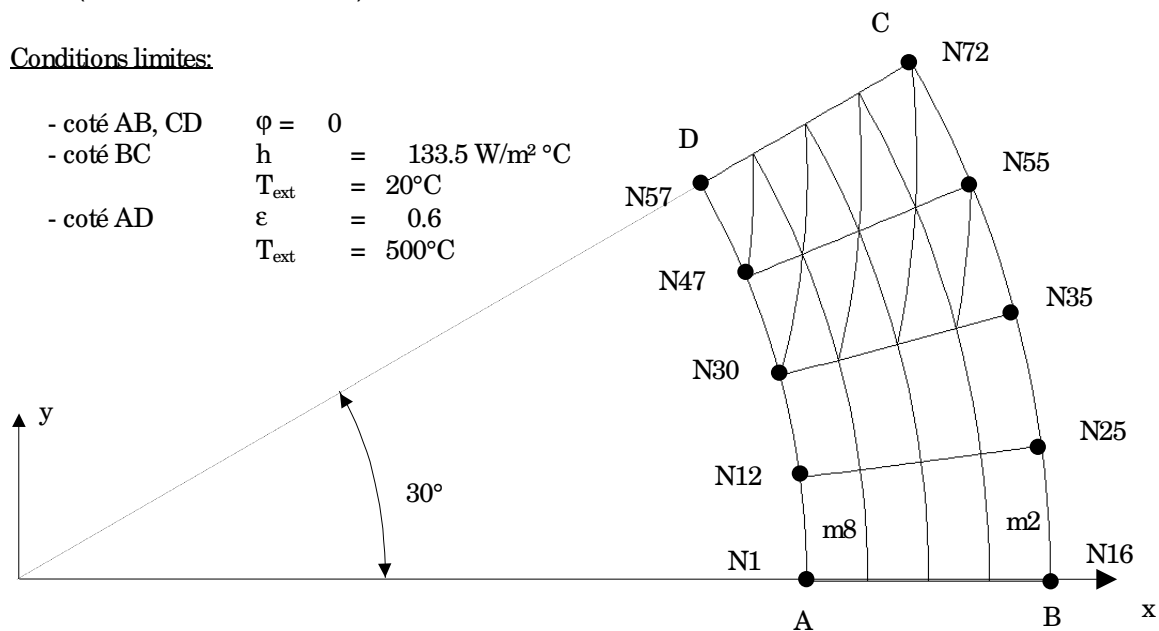
5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

AXIS (TRIA6, QUAD8, SEG3)

Conditions limites:

- coté AB, CD $\varphi = 0$
- coté BC $h = 133.5 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$
 $T_{\text{ext}} = 20^\circ\text{C}$
- coté AD $\varepsilon = 0.6$
 $T_{\text{ext}} = 500^\circ\text{C}$



5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 73
Nombre de mailles et types : 24 : (16 TRIA6, 8 QUAD8)

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	tolérance
Température (°C)		
N1	91.77	1%
N12	91.77	1%
N30	91.77	1%
N47	91.77	1%
N57	91.77	1%
N16	71.22	1%
N25	71.22	1%
N35	71.22	1%
N55	71.22	1%
N72	71.22	1%
Densité de flux (W/m^2)		
Maille <i>m8</i> , <i>N1</i>	11675.	2%
Maille <i>m2</i> , <i>N16</i>	6838.	2%

6.2 Remarques

La condition aux limites de type rayonnement est fournie sous la forme d'une fonction de la température interpolée linéairement entre chaque point (on a discrétisé la courbe en 101 points).

7 Synthèse des résultats

Les résultats de référence fournis par VPCS sont incorrects. De nouveaux résultats de référence ont été déterminés à partir d'une approche analytique.

Les résultats obtenus sont satisfaisants. L'écart maximum est de :

- modélisation A (3D : HEXA20, PENTA15): 0.026% pour la température et de 0.076% pour les flux,
- modélisation B (AXIS : QUAD4, TRIA3): 0.022% pour la température et de 0.16% pour les flux.

La condition limite de rayonnement a été imposée via un chargement de flux non linéaire (flux fonction de la température). Dans ce test la prise en compte du rayonnement est tout à fait correcte.

Ce test a permis de tester la commande `AFFE_CHAR_THER_F` (associé à l'opérande `FLUX_NL` qui permet d'affecter un flux non_linéaire) dans les cas de modélisation `AXIS` et `3D`.