

---

## TTLL01 - Choc thermique sur un mur infini

---

### Résumé :

Thermique linéaire transitoire,  
éléments 2D et 3D (7 modélisations),  
intérêts du test :

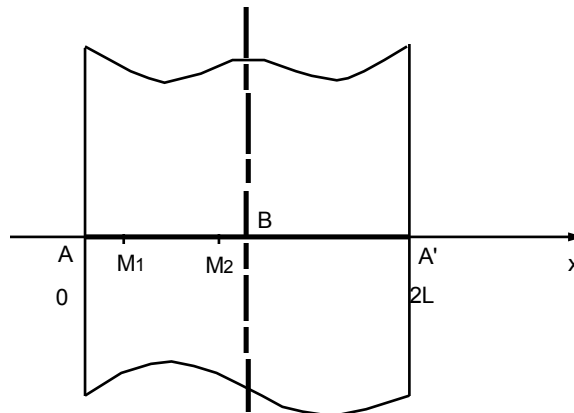
- teste l'algorithme de thermique linéaire transitoire avec changement de pas de temps,
- température imposée (avec discontinuité),
- archivage de certains pas de temps.

Le choc est modélisé de 2 façons différentes :

- par une rampe linéaire :  $\Delta T = 100$  en  $10^{-3}$  seconde,
- par une vraie discontinuité de température imposée.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



$$\begin{aligned}\bar{AA}' &= 2L = 2\text{ m} \\ x(M1) &= 0.2\text{ m} \\ x(M2) &= 0.8\text{ m}\end{aligned}$$

### 1.2 Propriétés de matériaux

$$\begin{aligned}\lambda &= 1\text{ W/m}^\circ\text{C} \\ \rho C_p &= 1\text{ J/m}^3\text{ }^\circ\text{C}\end{aligned}$$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

- $A : T(0, t) = T_p = 100^\circ\text{C}$
  - $A' : T(2L, t) = T_p = 100^\circ\text{C}$
- pour  $t > 0$

### 1.4 Conditions initiales

$$T(x, 0) = 0^\circ\text{C} \quad \text{pour tout } x$$

### 1.5 Précisions concernant les modélisations

Discrétisation en temps ( $t$ ) :

Le choc thermique exige une discrétisation "fine" en temps près de  $t=0$ .

Le but du test étant de valider les différents éléments (différentes modélisations), nous avons choisi une unique discrétisation en temps :

10	pas pour	$[0., 1.E-3]$	soit	$\Delta t = 10^{-4}\text{ s}$
9	pas pour	$[1.E-3, 1.E-2]$	soit	$\Delta t = 10^{-3}\text{ s}$
9	pas pour	$[1.E-2, 1.E-1]$	soit	$\Delta t = 10^{-2}\text{ s}$
9	pas pour	$[1.E-1, 1.]$	soit	$\Delta t = 10^{-1}\text{ s}$
10	pas pour	$[1., 2.]$	soit	$\Delta t = 10^{-1}\text{ s}$

Le choc est défini de deux manières différentes :

- pour la modélisation B, il s'agit d'un vrai choc ( $T_p$  est discontinu) :

$$\begin{cases} T_p^-(A) = 0. \\ T_p^+(A) = 100. \end{cases}$$

- pour les modélisations  $A, C, D, E, F, G$ , il s'agit d'une rampe linéaire :

$$\begin{cases} T_p(A)_{t=0} = 0. \\ T_p(A)_{t=10^{-3}} = 100. \end{cases}$$

## 2 Solution de référence

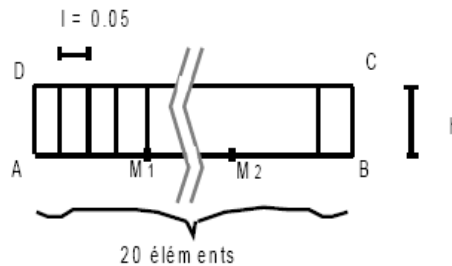
### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

$$\frac{T(x, t) - T_p}{T_0 - T_p} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi x}{2L}\right) \exp\left\{-\left(\frac{n\pi}{2L}\right)^2 \cdot \frac{\lambda}{\rho C_p} \cdot t\right\}$$

$x =$  abscisse

$t =$  Temps

$T_0 =$



points	nœuds
M1	N9
M2	N33

$T_p =$  Température initiale

$T_p =$  Température imposée

$n =$  1,3,5, ...

### 2.2 Résultats de référence

Températures aux points  $M1$  ( $x=0.2$ ) et  $M2$  ( $x=0.8$ ), et à différents instants ( $t=0.1, 0.2, 0.7$  et  $2.0$ ).

Les valeurs de références sont celles données dans le guide VPCS.

### 2.3 Incertitude sur la solution

Série numérique.

### 2.4 Références bibliographiques

- J.F. SACCADURA : Initiation aux transferts thermiques, Paris, Technique et documentation (1982).

### 3 Modélisation A

#### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

QUAD8

On ne maille que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur  $h=1.0$  avec une seule couche d'éléments.

Conditions limites :

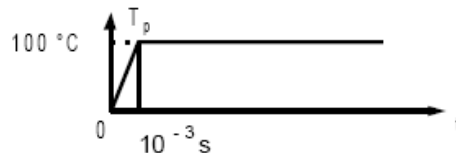
Sur  $[BC]$ ,  $[AB]$  et  $[DC]$  :  $j=0$

sur  $[AD]$  :  $T_p$  est imposée

Conditions initiales :

$T=0.^\circ C$

On fixe ici la durée du choc à  $10^{-3}s$



#### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 103

Nombre de mailles et types : 20 QUAD8

### 4 Résultats de la modélisation A

#### 4.1 Valeurs testées

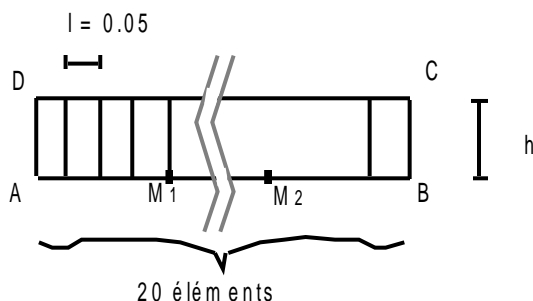
Identification	Référence	% différence
<i>M1(x=0.2) N9</i>		
$t=0.1$	65.48	-0.28
$t=0.2$	75.58	+0.31
$t=0.7$	93.01	-0.15
$t=2.0$	99.72	-0.02
<i>M2(x=0.8) N33</i>		
$t=0.1$	8.09	-0.67
$t=0.2$	26.37	-2.20
$t=0.7$	78.47	-0.54
$t=2.0$	99.13	-0.05

## 5 Modélisation B

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

QUAD8

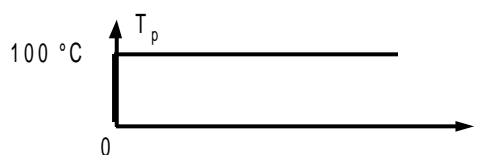
On ne maillera que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur  $h = 1.0$  avec une seule couche d'éléments.



Conditions limites

sur [BC], [AB] et [DC] :  $\varphi = 0$

sur [AD] :  $T_p$  est imposée  $T_p = 100^\circ\text{C}$



points            nœuds

M1                N9  
M2                N33

Conditions initiales

On affecte directement la température de  $100^\circ\text{C}$  à l'instant 0.

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 103

Nombre de mailles et types : 20 QUAD8

## 6 Résultats de la modélisation B

### 6.1 Valeurs testées

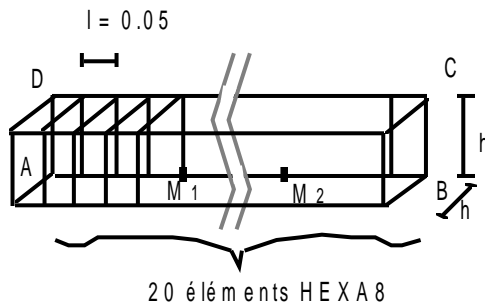
Identification	Référence	% différence
<i>MI(x=0.2) N9</i>		
$t=0.1$	65.48	-0.17
$t=0.2$	75.58	0.35
$t=0.7$	93.01	-0.14
$t=2.0$	99.72	-0.02
<i>M2(x=0.8) N33</i>		
$t=0.1$	8.09	0.28
$t=0.2$	26.37	-1.89
$t=0.7$	78.47	-0.51
$t=2.0$	99.13	-0.05

## 7 Modélisation C

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

HEXA8

On ne maille que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur et une épaisseur  $h = 1.0$  avec une seule couche d'éléments.

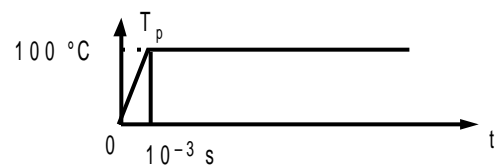


points	nœuds
M 1	N 21 à N 24
M 2	N 69 à N 72

Conditions limites

sur [BC], [AB] et [DC] :  $\phi = 0$

sur [AD] :  $T_p$  est imposée



Conditions initiales

$T = 0^\circ\text{C}$

On fixe ici la durée du choc à  $10^{-3}$  s.

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 84

Nombre de mailles et types : 20 HEXA8

## 8 Résultats de la modélisation C

### 8.1 Valeurs testées

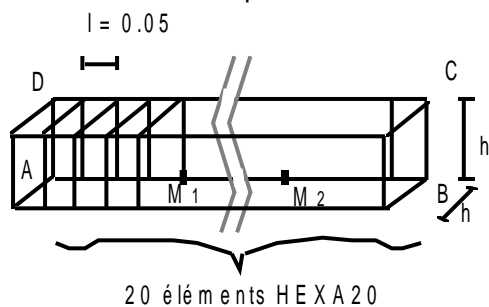
Identification	Référence	% différence
<i>M1(x=0.2) N21</i>		
$t=0.1$	65.48	-0.26
$t=0.2$	75.58	+0.31
$t=0.7$	93.01	-0.15
$t=2.0$	99.72	-0.02
<i>M2(x=0.8) N69</i>		
$t=0.1$	8.09	-1.31
$t=0.2$	26.37	-2.30
$t=0.7$	78.47	-0.53
$t=2.0$	99.13	-0.05

## 9 Modélisation D

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

HEXA20

On ne maillie que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur et une épaisseur  $h = 1.0$  avec une seule couche d'éléments.

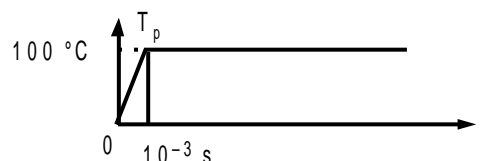


points	nœuds
M 1	N 57 à N 64
M 2	N 201 à N 208

Conditions limites

sur [BC], [AB] et [DC] :  $\varphi = 0$

sur [AD] :  $T_p$  est imposée



Conditions initiales

$T = 0^\circ\text{C}$

On fixe ici la durée du choc à  $10^{-3}$  s.

### 9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 248

Nombre de mailles et types : 20 HEXA20

## 10 Résultats de la modélisation D

### 10.1 Valeurs testées

Identification	Référence	% différence
<i>MI(x=0.2) N57</i>		
$t=0.1$	65.48	-0.28
$t=0.2$	75.58	+0.31
$t=0.7$	93.01	-0.15
$t=2.0$	99.72	-0.02
<i>M2(x=0.8) N201</i>		
$t=0.1$	8.09	-0.67
$t=0.2$	26.37	-2.20
$t=0.7$	78.47	-0.54
$t=2.0$	99.13	-0.05

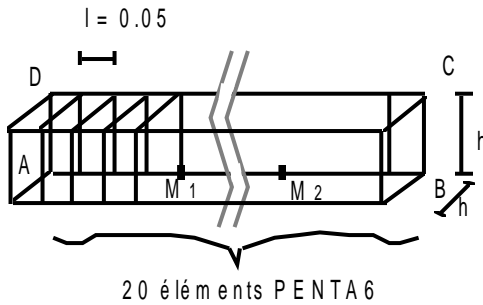


## 11 Modélisation E

### 11.1 Caractéristiques de la modélisation

PENTA6

On ne maillie que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur et une épaisseur  $h = 1.0$  avec une seule couche d'éléments. Chaque cube est découpé en 2 pentaèdres.

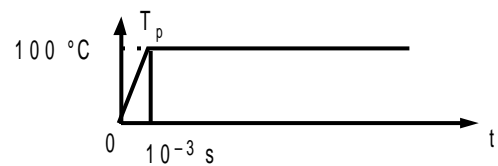


points	nœuds
M 1	N 21 à N 24
M 2	N 69 à N 72

Conditions limites

sur [BC], [AB] et [DC] :  $\varphi = 0$

sur [AD] :  $T_p$  est imposée



Conditions initiales

$T = 0^\circ\text{C}$

On fixe ici la durée du choc à  $10^{-3}$  s.

### 11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 84

Nombre de mailles et types : 40 PENTA6

## 12 Résultats de la modélisation E

### 12.1 Valeurs testées

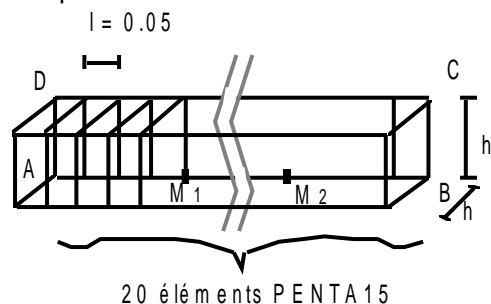
Identification	Référence	% différence
<i>M1(x=0.2) N21</i>		
$t=0.1$	65.48	-0.26
$t=0.2$	75.58	+0.31
$t=0.7$	93.01	-0.15
$t=2.0$	99.72	-0.02
<i>M2(x=0.8) N69</i>		
$t=0.1$	8.09	-1.31
$t=0.2$	26.37	-2.30
$t=0.7$	78.47	-0.53
$t=2.0$	99.13	-0.05

## 13 Modélisation F

### 13.1 Caractéristiques de la modélisation

PENTA15

On ne maillie que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur et une épaisseur  $h = 1.0$  avec une seule couche d'éléments. Chaque cube est découpé en 2 pentaèdres.

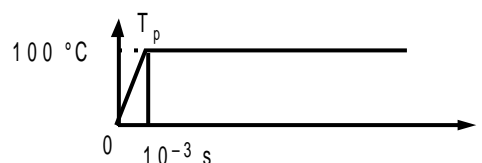


points	nœuds
M 1	N 62 à N 70
M 2	N 218 à N 226

Conditions limites

sur [BC], [AB] et [DC] :  $\varphi = 0$

sur [AD] :  $T_p$  est imposée



Conditions initiales

$T = 0^\circ\text{C}$

On fixe ici la durée du choc à  $10^{-3}$  s.

### 13.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 269

Nombre de mailles et types : 40 PENTA15

## 14 Résultats de la modélisation F

### 14.1 Valeurs testées

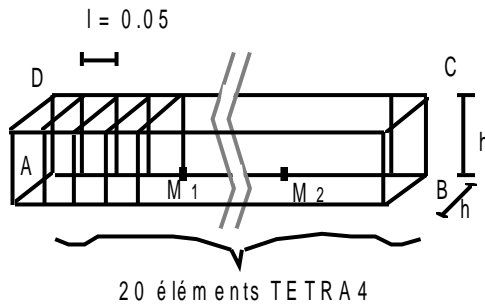
Identification	Référence	% différence
<i>M1(x=0.2)N62</i>		
$t=0.1$	65.48	-0.28
$t=0.2$	75.58	+0.31
$t=0.7$	93.01	-0.15
$t=2.0$	99.72	-0.02
<i>M2(x=0.8)N218</i>		
$t=0.1$	8.09	-0.67
$t=0.2$	26.37	-2.20
$t=0.7$	78.47	-0.54
$t=2.0$	99.13	-0.05

## 15 Modélisation G

### 15.1 Caractéristiques de la modélisation

TETRA4

On ne maille que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur et une épaisseur  $h=1.0$  avec une seule couche d'éléments. Chaque cube est découpé en 5 tétraèdres.

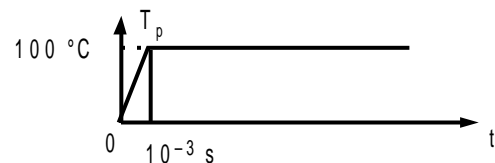


points	nœuds
M1	N12, N17
M2	N48, N53

Conditions limites

sur [BC], [AB] et [DC] :  $\varphi = 0$

sur [AD] :  $T_p$  est imposée



Conditions initiales

$T = 0^\circ\text{C}$

On fixe ici la durée du choc à  $10^{-3}$  s.

### 15.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 84

Nombre de mailles et types : 100 TETRA4

## 16 Résultats de la modélisation G

### 16.1 Valeurs testées

	Identification	Référence	% différence
<i>M1(x=0.2)</i>			
t = 0.1	N12	65.48	-0.17
	N17	65.49	-0.33
t = 0.2	N12	75.58	+0.34
	N17	75.58	+0.29
t = 0.7	N12	93.01	-0.14
	N17	93.01	-0.16
t = 2.0	N12	99.72	-0.02
	N17	99.72	-0.02
<i>M2(x=0.8)</i>			
t = 0.1	N48	8.09	-0.11
	N53	8.09	-1.43
t = 0.2	N48	26.37	-1.96
	N53	26.37	-2.39
t = 0.7	N48	78.47	-0.51
	N53	78.47	-0.55
t = 2.0	N48	99.13	-0.05
	N53	99.13	-0.05

### 16.2 Remarques

En début de transitoire, on observe des valeurs légèrement différentes entre les nœuds situés dans un plan  $x = \text{constante}$  ( $< 3$  pour 1000). Cette anomalie semble être due à la modélisation en tétraèdres à 4 nœuds. Les résultats restent néanmoins corrects par rapport aux autres éléments 3D.



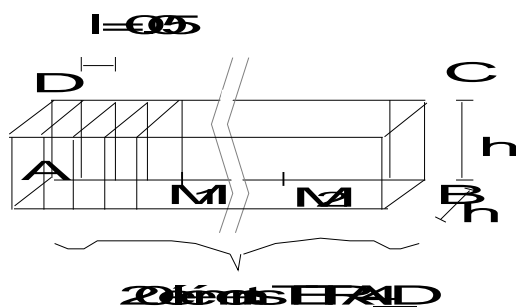
## 17 Modélisation J

### 17.1 Caractéristiques de la modélisation

TETRA4\_D

On ne maille que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur et une épaisseur  $h=1.0$  avec une seule couche d'éléments. Chaque cube est découpé en 5 tétraèdres.

On utilise la modélisation 3D\_DIAG appliquée à des TETRA4, qui correspond au lumpage de la matrice de masse thermique.

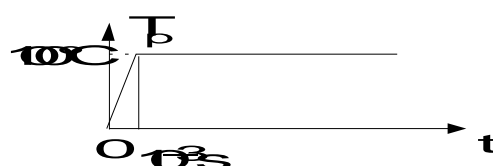


$M1$        $M17$   
 $M2$        $M53$

Calcul des

$T(x=0.2)$   
 $T(x=0.8)$

$T(x=0.2)$   
 $T(x=0.8)$



Calcul des

T0C

$T(x=0.2)$   
 $T(x=0.8)$

### 17.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 84

Nombre de mailles et types : 100 TETRA4

## 18 Résultats de la modélisation J

### 18.1 Valeurs testées

	Identification	Référence	% différence
$M1(x=0.2)$			
t = 0.1	N12	65.48	-0.21
	N17	65.49	-0.36
t = 0.2	N12	75.58	+0.34
	N17	75.58	+0.29
t = 0.7	N12	93.01	-0.15
	N17	93.01	-0.16
t = 2.0	N12	99.72	-0.02
	N17	99.72	-0.02
$M2(x=0.8)$			
t = 0.1	N48	8.09	+1.16
	N53	8.09	-0.15
t = 0.2	N48	26.37	-1.77
	N53	26.37	-2.20
t = 0.7	N48	78.47	-0.52
	N53	78.47	-0.57
t = 2.0	N48	99.13	-0.05
	N53	99.13	-0.05



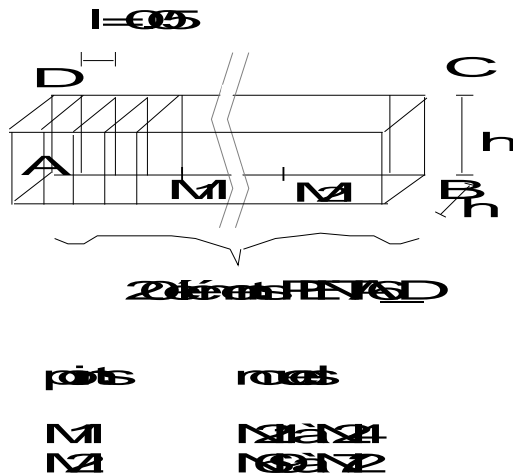
## 19 Modélisation K

### 19.1 Caractéristiques de la modélisation

PENTA6\_D

On ne maïlle que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur et une épaisseur  $h=1.0$  avec une seule couche d'éléments. Chaque cube est découpé en 2 pentaèdres.

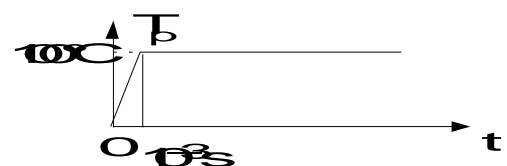
On utilise la modélisation 3D\_DIAG appliquée à des PENTA6, qui correspond au lumpage de la matrice de masse thermique.



Calcul des

MI(x=0.2)

M2(x=0.8)



Calcul des

T0C

Obtention des résultats

### 19.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 84

Nombre de mailles et types : 40 PENTA6

## 20 Résultats de la modélisation K

### 20.1 Valeurs testées

Identification	Référence	% différence
$M1(x=0.2)$		
$t=0.1$	65.48	-0.30
$t=0.2$	75.58	+0.31
$t=0.7$	93.01	-0.15
$t=2.0$	99.72	-0.02
$M2(x=0.8)$		
$t=0.1$	8.09	-0.03
$t=0.2$	26.37	-2.14
$t=0.7$	78.47	-0.55
$t=2.0$	99.13	-0.05

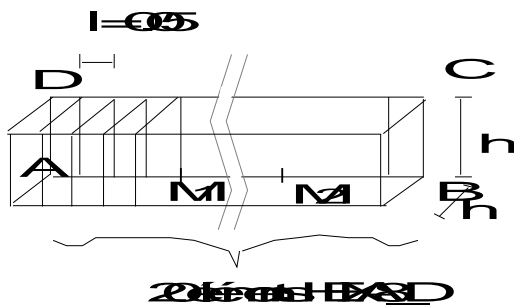
## 21 Modélisation L

### 21.1 Caractéristiques de la modélisation

HEXA8\_D

On ne maillera que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur et une épaisseur  $h=1.0$  avec une seule couche d'éléments.

On utilise la modélisation 3D\_DIAG appliquée à des HEXA8, qui correspond au lumpage de la matrice de masse thermique.



MI

M2

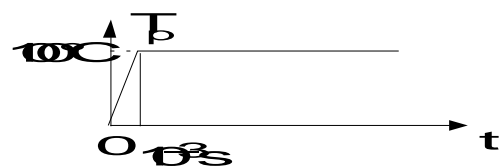
M1  
M2

M1  
M2

Calculs

100

0



Calculs

T=0

0

### 21.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 84

Nombre de mailles et types : 20 HEXA8

## 22 Résultats de la modélisation L

### 22.1 Valeurs testées

Identification	Référence	% différence
$M1(x=0.2)$		
$t=0.1$	65.48	-0.30
$t=0.2$	75.58	+0.31
$t=0.7$	93.01	-0.15
$t=2.0$	99.72	-0.02
$M2(x=0.8)$		
$t=0.1$	8.09	-0.03
$t=0.2$	26.37	-2.10
$t=0.7$	78.47	-0.55
$t=2.0$	99.13	-0.05



## 23 Synthèse des résultats

---

Au bout de 0.7 s l'erreur est nettement inférieure à 1% pour les différents éléments thermiques 2D (QUAD8) et 3D (HEXA8 - HEXA20 - PENTA6 - PENTA15 - TETRA4) utilisés.

Il ne semble pas que le lumpage améliore le résultat numérique.

Il conviendrait de tester les éléments lumpés avec un vrai saut comme dans la modélisation B.