

Réalisation d'une étude de modification structurale à partir de données mesurées

Résumé :

Ce document a pour but la description de la mise en œuvre d'une étude de modification structurale à partir des données mesurées. La méthode utilisée est basée sur la technique de sous-structuration. La première sous-structure (structure initiale) est obtenue à partir des modes propres identifiés expérimentalement et la deuxième sous-structure (modification apportée) est modélisée numériquement par éléments finis.

Table des matières

1	Contexte.....	3
2	Rappel théorique.....	3
2.1	Le modèle "mesure".....	4
2.2	Le modèle "support".....	4
2.3	Le modèle "modification".....	5
2.4	Couplage des deux sous-structures.....	5
2.5	Retro-projection du champ sur les points de mesure.....	6
2.6	Contrôle de la qualité de la base d'expansion.....	6
3	Mise en œuvre du calcul de modification structurale.....	6
3.1	Le modèle "mesure".....	6
3.2	Le modèle "support".....	7
3.3	Couplage de la mesure et de la modification.....	8
3.4	Calcul sur le modèle couplé.....	9
3.5	Rétro-projection sur le modèle mesure.....	9
3.6	Contrôle de la qualité de la base d'expansion.....	9
4	Conclusion.....	11
5	Bibliographie.....	11

1 Contexte

La détection d'un niveau de vibration trop important sur un matériel donné entraîne souvent un arrêt d'utilisation du matériel en question, pour éviter sa ruine. Ainsi, la mise en place de solution spécifique pour limiter ce phénomène doit être apportée rapidement pour permettre le bon fonctionnement de l'installation.

Deux stratégies peuvent être envisagées. Si le problème est générique, la mise au point d'un modèle prédictif recalé à partir des informations mesurées est la solution la plus fiable. Si le problème est spécifique à un matériel particulier, il s'agit de proposer une solution permettant de résoudre durablement la crise vibratoire observée dans les meilleures conditions de sécurité.

La technique présentée ici entre dans cette deuxième stratégie. L'objectif de cette technique de modification structurale est de pouvoir évaluer rapidement et de façon fiable, la validité d'une modification apportée sur la structure initiale.

Dans la majorité des cas, on essaie de déplacer les fréquences propres de la structure afin que celles-ci ne se trouvent pas dans la bande de fréquences d'excitation du matériel concerné. La solution couramment utilisée consiste à rajouter une masse ou une raideur à un endroit de la structure choisi préalablement. La méthode d'estimation des résultats d'une modification structurale décrite dans ce document, a été proposée par M. Corus dans le cadre de son travail de thèse [1]. Elle utilise conjointement les résultats de mesures expérimentales effectuées sur la structure initiale et un modèle numérique de la modification.

On présente l'enchaînement des différents opérateurs. L'optimisation de la localisation et la caractérisation mécanique de la modification sont laissées à la charge de l'utilisateur.

2 Rappel théorique

Cette technique de modification structurale est basée sur la méthode de sous-structuration. La première sous-structure correspond à la structure initiale et la deuxième sous-structure correspond à la modification apportée.

La structure initiale est modélisée à partir de ses modes propres identifiés expérimentalement. Sauf cas très particulier, les points de mesure ne se situent pas au niveau de l'interface entre la structure initiale et la modification à apporter. Avant d'effectuer le couplage entre ces deux sous-structures, il est donc nécessaire de passer par une étape intermédiaire qui consiste à condenser les informations mesurées aux interfaces.

Les différents modèles qui interviennent lors de ce calcul sont : le modèle "mesure", le modèle "support" et le modèle "modification". Nous décrivons ci-après ces différents modèles.

Pour simplifier la présentation, nous adoptons les notations suivantes :

- l'indice mes est relatif aux points de mesure,
- l'indice int est relatif aux nœuds interfaces,
- l'exposant "+" indique l'inverse généralisé d'une matrice,
- L : matrice de localisation (matrice d'observabilité),
- y : champ de déplacement,
- Φ : matrice constituée des vecteurs de base d'expansion définis sur le modèle support,
- η_{sup} : coordonnées généralisées associées à la base d'expansion Φ
- ψ : matrice modale identifiée (déformées propres) sur la structure initiale,
- η_{test} : coordonnées généralisées associées à ψ

2.1 Le modèle "mesure"

Nous appelons modèle "mesure" le modèle modal de la structure initiale obtenu à partir des informations mesurées. Sur ce modèle est défini un maillage constitué des points de mesure.

Un champ de déplacement mesuré peut se projeter sur une base composée des modes propres identifiés, soit :

$$y_{mes} = \Psi \eta_{test} \quad (1)$$

Si on se limite au cas des systèmes conservatifs (sans amortissement), le modèle modal de la structure initiale s'écrit :

$$\left\{ -\omega^2 [Id] + j\omega [\beta_{test}] + [\Omega_{test}^2] \right\} \eta_{test} = f_{\eta_{test}} \quad (2)$$

Où :

$[Id]$: matrice identité

$[\Omega_{test}^2]$: matrice spectrale (matrice diagonale dont les termes diagonaux sont les pulsations propres élevées au carré)

$[\beta_{test}]$: matrice des amortissements généralisés

$f_{\eta_{test}}$: chargement modal

ω : pulsation d'excitation

2.2 Le modèle "support"

Nous appelons modèle "support", le modèle numérique simplifié de la structure initiale.

Ce modèle doit comporter les interfaces entre la structure initiale et la modification. Il sert à l'expansion et à la condensation des informations mesurées aux interfaces.

L'expansion consiste à trouver un champ défini sur ce modèle support, dont la restriction sur les points de mesure est le plus proche possible du champ mesuré expérimentalement. Ce champ est obtenu en minimisant la distance entre les informations mesurées et les informations estimées sur le modèle support.

Le champ de déplacement estimé \tilde{y}_{mes} aux points de mesure est donné par la relation suivante :

$$\tilde{y}_{mes} = L_{mes} \Phi \eta_{sup} \quad (3)$$

Le champ estimé \tilde{y}_{mes} est du même type que le champ mesuré y_{mes} .

Les coordonnées généralisées η_{sup} , inconnues, sont obtenues en minimisant la distance entre le champ mesuré et le champ estimé. En utilisant la technique des moindres carrés, on obtient :

$$\eta_{sup} = (L_{mes} \Phi)^+ y_{mes} \quad (4)$$

On peut ainsi estimer le champ \tilde{y} défini aux nœuds du modèle support, cohérent au champ mesuré expérimentalement.

$$\tilde{y} = \Phi \eta_{sup} = \Phi (L_{mes} \Phi)^+ y_{mes} \quad (5)$$

La restriction de ce champ aux ddl interfaces est :

$$\tilde{y}_{int} = L_{int} \tilde{y} = L_{int} \Phi (L_{mes} \Phi)^+ y_{mes} = T_{It} y_{mes} \quad (6)$$

T_{it} peut être définie comme étant la matrice de passage entre les points de mesure et l'interface entre la structure initiale et la modification.

En remplaçant le champ mesuré y_{mes} par son expression (1), on obtient :

$$\tilde{y}_{int} = T_{it} y_{int} = T_{it} \Psi \eta_{test} \quad (7)$$

Soit :

$$\eta_{test} = (T_{it} \Psi)^+ \tilde{y}_{int} \quad (8)$$

Si on note : $B = (T_{it} \Psi)^+$, on obtient :

$$\eta_{test} = B \tilde{y}_{int} \quad (9)$$

En multipliant l'équation (2) à gauche par B^T , et en remplaçant η_{test} par son expression (9), la rigidité dynamique \hat{Z}_{test} de la structure initiale est donnée par la relation suivante :

$$\left[-\omega^2 B^T B + j \omega B^T [\beta_{test}] B + B^T [\Omega_{test}^2] B \right] \tilde{y}_{int} = \hat{Z}_{test} \tilde{y}_{int} = f_{int}^I \quad (10)$$

Avec : f_{int}^I : force appliquée à l'interface

2.3 Le modèle "modification"

Nous appelons modèle "modification", le modèle numérique de la modification apportée à la structure initiale.

Si on note Z_x , sa rigidité dynamique, en partitionnant les inconnues en degrés de liberté internes y_i et degrés de liberté externes y_e (qui sont composés de degré de liberté interface), le modèle de la modification peut être ré-écrit de la façon suivante :

$$Z_x q = \begin{bmatrix} Z_{ii} & Z_{ie} \\ Z_{ei} & Z_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_i \\ y_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_i^M \\ f_e^M + f_{eext}^M \end{bmatrix} \quad (11)$$

L'indice i est relatif aux degrés de liberté internes, l'indice e est relatif aux degrés de liberté externes et f_{eext}^M désigne la force extérieure appliquée aux degrés de liberté externes.

2.4 Couplage des deux sous-structures

La rigidité dynamique du modèle couplé est obtenue en considérant la continuité des déplacements aux interfaces :

$$\tilde{y}_{int} = y_e \quad (12)$$

et l'équilibre des efforts aux interfaces :

$$f_{int}^I + f_e^M = 0 \quad (13)$$

$$\text{Soit : } \begin{bmatrix} Z_{ii} & Z_{ie} \\ Z_{ei} & Z_{ee} + \hat{Z}_{test} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_i \\ y_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_i^M \\ f_{eext}^M \end{bmatrix} \quad (14)$$

La résolution de ce système permet de calculer le comportement de la structure modifiée.

2.5 Rétro-projection du champ sur les points de mesure

On peut évaluer le champ aux points où l'on a effectué la mesure, par rétro-projection du champ aux interfaces obtenus sur le modèle couplé.

En exploitant les relations (1), (9) et (12), le champ aux points de mesure s'écrit :

$$y_{mes} = \Psi \eta_{rest} = \Psi B \tilde{y}_{int} = \Psi B y_e \quad (15)$$

2.6 Contrôle de la qualité de la base d'expansion

La qualité des résultats dépend bien évidemment de l'incertitude sur la mesure, mais aussi de la capacité de la base d'expansion à représenter le comportement de la structure réelle et la transmission de l'information au niveau de l'interface.

Le sens physique de l'utilisateur intervient sur le choix de cette base d'expansion. Il est difficile de savoir a priori la taille de la base d'expansion permettant d'obtenir la meilleure estimation du comportement couplé. La qualité de la base d'expansion peut se mesurer en ré-estimant le champ à l'interface par expansion statique sur le modèle initial à partir du champ issu du modèle couplé.

Cet indicateur ne permet pas d'estimer directement la qualité des résultats obtenus sur le modèle couplé, mais il indique la pertinence de la reconstruction du champ à l'interface.

3 Mise en œuvre du calcul de modification structurale

Les données d'entrée du calcul sont :

- les modes propres (fréquences, déformées, masses généralisées) identifiés sur la structure initiale,
- le modèle aux éléments finis simplifié de la structure initiale (modèle "support"),
- le modèle aux éléments finis de la modification proposée (modèle "modification").

Pour illustrer la présentation, nous prenons comme exemple le cas test sdll137 [V2.02.137]. Nous ne présentons que les principales étapes de la modélisation.

3.1 Le modèle "mesure"

Le modèle "mesure" permet de définir la localisation des points de mesure. Les nœuds du maillage peuvent être reliés entre eux par des éléments discrets, par exemple, pour faciliter la visualisation des informations mesurées. Les caractéristiques mécaniques que l'on affecte à ce modèle n'influent pas sur les résultats, elles permettent au modèle d'accueillir les modes propres identifiés.

Cela se traduit au niveau Aster de la façon suivante :

Lecture du maillage capteur (points de mesure) :

```
MAILEXP=LIRE_MAILLAGE (UNITE=22) ;
```

```
MODLEXP=AFFE_MODELE (MAILLAGE=MAILEXP,  
                      AFFE=_F (TOUT='OUI',  
                               PHENOMENE='MECANIQUE',  
                               MODELISATION='DIS_TR',),),);
```

Lecture des modes propres identifiés :

```
MODMESU=LIRE_RESU (TYPE_RESU='MODE_MECA',
                   FORMAT='IDEAS',
                   MODELE=MODLEXP,
                   UNITE=21,
                   NOM_CHAM='DEPL',
                   MATR_RIGI =KASSEXP,
                   MATR_MASS =MASSEXP,
                   FORMAT_IDEAS=_F(NOM_CHAM='DEPL',
                                   NUME_DATASET=55,
                                   RECORD_6=(1,2,3,8,2,6),
                                   POSI_ORDRE=(7,4),
                                   POSI_NUME_MODE=(7,4),
                                   POSI_FREQ=(8,1),
                                   POSI_MASS_GENE=(8,2),
                                   POSI_AMOR_GENE=(8,3),
                                   NOM_CMP=('DX','DY','DZ',
                                           'DRX','DRY','DRZ')),
                   TOUT_ORDRE='OUI',);
```

On peut éventuellement effectuer une sélection sur les modes identifiés afin de ne garder que les modes propres les plus intéressants à exploiter.

```
MODEIDE=EXTR_MODE (FILTRE_MODE=_F(MODE=MODMESU,
                                   NUME_MODE=(1,2,3,4,5)),);
```

3.2 Le modèle "support"

Le modèle "support" sert à l'expansion de la mesure sur les ddl interface. Il doit contenir les nœuds interfaces entre la structure initiale et la modification. Sur ce modèle, est définie une base d'expansion qui permet de passer des ddl capteurs aux ddl interface. Cette base d'expansion peut être composée de modes propres, ou de réponses statiques, ou de modes propres du modèle support condensés sur les ddl interface et ddl capteur[1]. La qualité des résultats dépend de la faculté de cette base à reproduire le comportement réel de la structure. Les caractéristiques géométriques et mécaniques affectées à ce modèle ne sont pas forcément les caractéristiques mécaniques exactes (recalées) de la structure réelle, mais elles doivent être les plus proches possibles de la réalité physique. En effet, plus le modèle est proche de la réalité, meilleurs seront les résultats de l'expansion.

Lecture du maillage du modèle "support" :

```
MAILSUP=LIRE_MALLAGE (UNITE=20);

MODLSUP=AFFE_MODELE (MAILLAGE=MAILSUP,
                    AFPE=_F(GROUP_MA=('POUTRE','VISUAL'),
                            PHENOMENE='MECANIQUE',
                            MODELISATION='POU_D_E'),);
```

Définition des vecteurs de base d'expansion :

```
MODESUP=MODE_ITER_SIMULT (MATR_RIGI=KASSUP,
                          MATR_MASS=MASSUP,
                          VERI_MODE=_F(SEUIL=1.E-05, STOP_ERREUR='OUI'),
                          CALC_FREQ=_F(OPTION='PLUS_PETITE',
                                       NMAX_FREQ=20,
                                       SEUIL_FREQ=1.E-4),);
```

```
MODSTSUP=MODE_STATIQUE (MATR_RIGI=KASSUP,  
                        FORCE_NODALE=( _F (GROUP_NO='CAPTEUR',  
                                           AVEC_CMP=('DY','DZ',),),),),);
```

```
BASEMO=DEFI_BASE_MODAL (RITZ=( _F (MODE_MECA=MODESUP, NMAX_MODE=0, ),  
                               _F (MODE_STAT=MODSTSUP, NMAX_MODE=8, ), ),  
                        NUME_REF=NUMSUP, );
```

Expansion des informations mesurées sur le modèle support :

```
PROJ=PROJ_MESU_MODAL (MODELE_CALCUL=_F (MODELE=MODLSUP,  
                                         BASE=BASEMO, ),  
                     MODELE_MESURE=_F (MODELE=MODLEXP,  
                                         MESURE=MODEIDE,  
                                         NOM_CHAM='DEPL', ), ),  
                     RESOLUTION=_F (METHODE='SVD',  
                                       EPS=1.E-5), );
```

Condensation de la mesure sur les ddl interfaces (ici les ddl interfaces sont choisis comme étant les ddl "extérieurs" du macro-élément) :

```
SSEXP = MACR_ELEM_STAT (DEFINITION=_F (MODELE=MODLSUP,  
                                         PROJ_MESU=PROJ,  
                                         MODE_MESURE=MODEIDE,  
                                         CARA_ELEM =CHCARSUP,  
                                         CHAM_MATER=CHMATSUP, ),  
                       EXTERIEUR=_F (GROUP_NO = ('EXTERNE', ), ),  
                       RIGI_MECA=_F ( ),  
                       MASS_MECA=_F ( ), );
```

Création de la « super-maille » comprenant les nœuds interfaces :

```
MAILCOND=DEFI_MAILLAGE (DEFI_SUPER_MAILLE=_F (MACR_ELEM_STAT = SSEXP,  
                                              SUPER_MAILLE='SUMAIL', ),  
                      DEFI_NOEUD=_F ( TOUT = 'OUI', INDEX = (1,0,1,8, ), ), );
```

3.3 Couplage de la mesure et de la modification

Avant d'effectuer le couplage des sous-structures, il faut s'assurer que les maillages des différentes sous-structures sont cohérents (maillages exprimés dans le même système de coordonnées, ...).

Le couplage consiste à assembler les deux modèles (structure initiale condensée aux nœuds interfaces et modification) dans un seul modèle. Le principe est identique à celui de la sous-structuration.

Lecture du maillage de la modification :

```
MAILX=LIRE_MAILLAGE (UNITE=24);
```

Assemblage des deux maillages (super-maille + modification) :

```
MAILCPL=ASSE_MAILLAGE (MAILLAGE_1=MAILCOND,  
                      MAILLAGE_2=MAILX,  
                      OPERATION='SOUS_STR', );
```



```
MODLCPL=AFPE_MODELE (MAILLAGE=MAILCPL,  
                      AFPE= (_F (GROUP_MA= ('POUTRE',),  
                                PHENOMENE='MECANIQUE',  
                                MODELISATION='POU_D_E',),),  
                      AFPE_SOUS_STRUC=_F (SUPER_MAILLE = 'SUMAIL',  
                                           PHENOMENE='MECANIQUE',),),);
```

3.4 Calcul sur le modèle couplé

Après création et assemblage des matrices élémentaires, (ici, les matrices assemblées sont KASCPL et MASCPL) on peut effectuer un calcul modal sur le modèle couplé afin d'évaluer l'effet de la modification sur les premières fréquences propres de la structure modifiée.

```
MODECPL=MODE_ITER_SIMULT (MATR_RIGI=KASCPL, MATR_MASS=MASCPL,  
                          VERI_MODE=_F (SEUIL=1.E-05, STOP_ERREUR='OUI',),  
                          CALC_FREQ=_F (OPTION='PLUS_PETITE',  
                                          NMAX_FREQ=2,  
                                          SEUIL_FREQ=1.E-4,),),);
```

3.5 Rétro-projection sur le modèle mesure

Il s'agit d'un post-traitement qui consiste à remonter aux points de mesure initiaux. Cela permet d'apprécier l'effet, de la modification apportée par rapport à la mesure initiale.

```
MODERETR=DEPL_INTERNE (DEPL_GLOBAL=MODECPL, SUPER_MAILLE='SUMAIL')
```

3.6 Contrôle de la qualité de la base d'expansion

Il est toujours intéressant de vérifier la qualité de l'expansion de la mesure. On peut la vérifier en utilisant un indicateur qui rend compte deux estimations différentes du champ à l'interface du modèle couplé.

Il s'agit de comparer le champ à l'interface par expansion statique sur le modèle support à partir du champ issu du modèle couplé et le champ à l'interface du modèle couplé.

Pour pouvoir faire cette comparaison, on peut créer un modèle fictif ne contenant que l'interface. L'idée consiste à extraire les champs aux interfaces afin de pouvoir les comparer en effectuant un calcul de MAC (Modal Assurance Criterion).

Lecture du maillage de l'interface :

```
MAILINT=LIRE_MAILLAGE (UNITE=26);  
  
MODLINT=AFPE_MODELE (MAILLAGE=MAILINT,  
                      AFPE=_F (GROUP_MA='VISUAL',  
                                PHENOMENE='MECANIQUE',  
                                MODELISATION='DIS_TR',),),);
```

Calcul de la réponse statique sur le modèle support :

```
MODSTINT=MODE_STATIQUE (MATR_RIGI=KASSUP,  
                        FORCE_NODALE= (_F (GROUP_NO='CAPTEUR',  
                                           AVEC_CMP= ('DY', 'DZ',),),),),);
```

Définition de la base pour l'expansion statique :

```
BASEINT=DEFI_BASE_MODAL (RITZ=( _F (MODE_MECA=MODESUP, NMAX_MODE=0, ),  
_F (MODE_STAT=MODSTINT, NMAX_MODE=4, ), ),  
NUME_REF=NUMSUP, );
```

Expansion statique du champ aux points de mesure obtenu lors de la résolution au niveau global :

```
PROJMS=PROJ_MESU_MODAL (MODELE_CALCUL=_F (MODELE=MODLSUP,  
BASE=BASEINT, ),  
MODELE_MESURE=_F (MODELE=MODLEXP,  
MESURE=MODERETR,  
NOM_CHAM='DEPL', ),  
RESOLUTION=_F (METHODE='SVD',  
EPS=1.E-5), );  
  
DEPLPR=REST_GENE_PHYS (RESU_GENE=PROJMS,  
TOUT_ORDRE='OUI',  
NOM_CHAM='DEPL');
```

Champ aux interfaces obtenu par expansion statique :

```
DEPLINT=PROJ_CHAMP (METHODE='ELEM',  
RESULTAT=DEPLPR,  
MODELE_1=MODLSUP,  
MODELE_2=MODLINT,  
NOM_CHAM='DEPL',  
TOUT_ORDRE='OUI',  
NUME_DDL=NUMINT, );
```

Champ aux interfaces obtenu lors de la résolution au niveau global :

```
DEPLXINT=PROJ_CHAMP (METHODE='ELEM',  
RESULTAT=MODECPL,  
MODELE_1=MODLCPL,  
MODELE_2=MODLINT,  
NOM_CHAM='DEPL',  
TOUT_ORDRE='OUI',  
NUME_DDL=NUMINT, );
```

La base d'expansion est acceptable si les deux champs définis aux interfaces sont très proches. La distance entre les deux champs peut se mesurer en calculant le produit scalaire entre ces deux vecteurs par un calcul de MAC (Modal Assurance Criterion).

```
MACINT=MAC_MODES (BASE_1=DEPLINT,  
BASE_2=DEPLXINT,  
INFO =2, );
```

Cette matrice de MAC doit être le plus proche possible de la matrice identité. Une matrice de MAC très différente de la matrice identité indique que la base d'expansion choisie ne permet pas de bien reconstruire l'information aux interfaces. Dans ce cas, il est conseillé de choisir une autre base pour l'expansion de la mesure.

On peut également évaluer la distance entre les deux vecteurs en calculant le critère énergétique IERI (Indicateur Énergétique de Régularité d'Interface). Ce critère fait intervenir la matrice de masse ou bien la matrice de rigidité de la structure.

```
IERIK = MAC_MODES (BASE_1=DEPLINT,  
BASE_2=DEPLXINT,
```

```
MATR_ASSE=KASMAC,  
IERI=' OUI' ,  
INFO =2, ) ;  
  
IERIM = MAC_MODES (BASE_1=DEPLINT,  
BASE_2=DEPLXINT,  
MATR_ASSE=MASMAC,  
IERI=' OUI' ,  
INFO =2, ) ;
```

4 Conclusion

La procédure de calcul de modification structurale présentée ici est basée sur l'exploitation conjointe des données mesurées et du modèle numérique de la modification. Elle utilise le principe de la sous-structuration pour le couplage des deux modèles.

Cette technique ne doit pas être utilisée comme une boîte noire. L'utilisateur doit intervenir sur le choix de la base d'expansion pour que celle-ci soit la plus pertinente possible. Il doit aussi trouver la modification la plus adaptée à la contrainte imposée par l'environnement où se trouve la structure initiale.

On n'insiste jamais assez sur l'importance de la mise en œuvre de la mesure expérimentale. En effet, les incertitudes sur les données expérimentales sont propagées tout au long du calcul et peuvent conduire à une erreur importante sur les résultats finaux. Il est vivement conseillé que la personne qui fait la mesure soit la même que celle qui met en œuvre la modélisation numérique. Elle est la plus apte à exploiter les données mesurées, et la plus à même à effectuer le couplage entre la mesure et le calcul.

5 Bibliographie

- [1] M. CORUS, Thèse ECP n° 2003-23, Amélioration des méthodes de modification structurale par utilisation de techniques d'expansion et de réduction de modèle.
- [2] Manuel de validation (V2.02.137) : SDLL137 – Modification structurale d'une poutre.
- [3] B. GROULT, Thèse ECP n° 2008-14, Extension d'une méthode de modification structurale pour la conception de dispositifs dissipatifs intégrant des matériaux viscoélastiques.